

Las matemáticas y la astronomía en el mundo musulmán según el catálogo de Muhammad Ibn Ishak an-Nadîm

Carlos Beas Portillo

Pontificia Universidad Católica del Perú

“Les mostraremos, dentro de sí mismos y
en los horizontes, nuestros portentos, hasta
que se les haga patente la verdad”.

El Corán XLI, 53.

En este estudio, en el que hemos tomado como centro de referencia el catálogo (al-Fihrist) del erudito musulmán del siglo X de nuestra era Muhammad Ibn Ishak an-Nadîm¹, nos proponemos trazar, en primer lugar, las líneas del desarrollo del pensamiento matemático y del pensamiento astronómico en el mundo del Islam desde el siglo VIII hasta el siglo XVII; y, en segundo lugar, y al hilo de nuestra traducción al texto de Ibn an-Nadîm, indicar en lo posible y de acuerdo a las

¹ Textos utilizados:

- a) Muhammad Ibn Ishak an-Nadîm, *Kitab al-Fihrist*. Mit Anmerkungen hrsg. von G. Flugel, Leipzig 1871-1872. (Reimpresión: 1964).
- b) Beatty, *Kitab al-Fihrist*, MS. N^o 3315, Dublin: Chester Beatty Library. (Fotocopia).
- c) *Kitab al-Fihrist*, MS N^o 1934, Shadid 'Ali Pasha Collection, library adjacent to the Sulaymaniyah Mosque, Estambul. (Fotocopia).

investigaciones más recientes, los aportes individuales de los matemáticos y astrónomos que vivieron entre los siglos VIII y IX de la era cristiana. Con ello pretendemos ofrecer un capítulo casi olvidado de algunos aspectos del cultivo de la ciencia en un determinado período de su historia dentro de un determinado ámbito cultural, a partir de sus propias fuentes. Asimismo, pretendemos dar un balance del estado actual de las investigaciones en este campo con el fin de llamar la atención sobre el profundo cambio de perspectivas que se está realizando en la historia de la ciencia² y que, en lo tocante al legado musulmán, encuentra su punto de giro en la obra del gran erudito turco, profesor de la Universidad de Frankfurt, Fuad Sezgin³.

I

Un mínimo contacto directo con la cultura musulmana y, en especial, con las ciencias cultivadas en ella, nos revela inmediatamente la posición privilegiada que tuvieron las matemáticas en la tradición islámica⁴. Los aspectos geométricos y cristalinos del arte y la arquitectura musulmanes, el amor por la aritmética y el simbolismo numérico manifiesto tanto en las artes espaciales como en las temporales (especialmente en la poesía y en la música), la estructura algebraica del lenguaje y del pensamiento claramente reflejada en

² Cf. Kuhn, T., *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago: University of Chicago Press, 1970.

³ Sezgin, F., *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Leiden: Brill, 1970.

⁴ Cf. Burckhardt, *Art of Islam*, London: Westerham Press Ltd., 1976; Issam el-Said, *Geometric Concept in Islamic Art*, Londres: Westerham Press Ltd., 1976; Critchlow, *Islamic patterns*, Londres: Westerham Press Ltd., 1976.

Nota general a los capítulos I y II. Como indicamos en la introducción, nuestro propósito, al redactar estos dos primeros capítulos, es únicamente trazar las líneas de desarrollo de las matemáticas y de la astronomía cultivadas en tierras del Islam desde el siglo VIII hasta el siglo XVII, en toda su generalidad. Prescindimos, por ello, de entrar en detalles que el lector interesado podrá encontrar en las obras indicadas al final de nuestro trabajo. Prescindimos, igualmente, de las numerosas citas que interrumpirían constantemente nuestro texto limitándonos a las esenciales. De otro lado, a causa de las dificultades tipográficas que ello plantearía, hemos debido renunciar tanto a la transcripción de los vocablos sánscritos, árabes y persas (incluyendo los nombres propios) así como a la indicación de signos diacríticos. Por lo demás, casi siempre nos limitamos a dar el título en castellano de las obras consideradas en nuestro estudio.

el árabe, la lengua de la revelación coránica⁵, así como otras manifestaciones tangibles del mundo musulmán, ponen de relieve la función central de las matemáticas no solamente en el ámbito de la cultura y de las formas de vida sino también en el estilo espiritual del Islam que se refleja en su arte sagrado⁶.

Las fuentes principales de las matemáticas en el mundo musulmán fueron griegas, persas e hindúes⁷. Estas fuentes, especialmente las griegas, incluyeron la tradición babilónica de las matemáticas a la que se debe el sistema sexagesimal. Las fuentes persas, que reflejan principalmente el legado matemático de la India, estaban contenidas en los tratados de astronomía. De igual modo, el conocimiento que los musulmanes recibieron de la India en el dominio de las matemáticas se hallaba en su mayor parte contenida en compendios de astronomía conocidos con el nombre de *siddhantas* y denominados en las fuentes musulmanas *sindhinds*. De estos compendios los más importantes tanto para las matemáticas como para la astronomía son el *Brahmasphutasiddhanta* de Brahmagupta y el *Aryabhatiya* de Aryabhata que sistematiza los *siddhantas* anteriores⁸.

En cuanto a las fuentes griegas, ellas incluyen las obras principales de la matemática griega tales como los *Elementos* de Euclides, las *Cónicas*, la *Sección de la razón* y la *Sección determinada* de Apolonio, la *Esférica* de Teodosio de Trípoli, la *Introducción a la aritmética* de Nicómaco de Gerasa y la *Esférica* de Menelao, así como las obras de Herón, Teón y de otros importantes matemáticos y comentaristas alejandrinos. También de especial importancia para las matemáticas musulmanas fueron las obras de Arquímedes, la mayoría de las cuales fueron traducidas al árabe. De hecho hay muchas obras en árabe de Arquímedes, o que le han sido atribuidas, de las que no existe el original griego⁹.

⁵ Cf. Burckhardt, *o.c.*; Massignon-Arnaldez, "La science arabe", en: Taton (comp.), *Histoire générale de la science*, París: Gallimard, 1957; Laconte, *Grammaire de l'arabe*, París: Presses Universitaires de France, 1978.

⁶ Cf. Lings, *The Quranic Art of Calligraphy*, Londres: Westerham Press Ltd., 1976.

⁷ Cf. nuestro estudio: Beas, C., "La transmisión de la ciencia antigua al mundo islámico según el catálogo de Muhammad Ibn Ishâk an-Nadîm", en: *Areté*, VII (1995), pp. 133-158.

⁸ Cf. Brahmagupta, *Khandakhadyaka*, Calcuta, 1970, 2 vols.; Aryabhata, *Aryabhatiya*, Leiden: Brill, 1973.

⁹ Cf. Vernet, J., "Mathematics, astronomy and optics", en: *The Legacy of Islam*, Londres: Oxford University Press, 1931, 1974.

En resumen se puede afirmar que los musulmanes heredaron casi todas las ideas matemáticas importantes desarrolladas en la antigua Mesopotamia, en Egipto, en Grecia y en el mundo helenístico así como en Persia y la India y de esta vasta herencia hicieron la base para el desarrollo de las matemáticas musulmanas.

El estudio de las matemáticas en el Islam incluyó casi todos los mismos temas incluidos en el *quadrivium* latino con la adición de la óptica y algunos otros temas secundarios. Sus temas principales, no obstante, continuaron siendo los mismos: aritmética, geometría, astronomía y música.

La mayoría de los matemáticos musulmanes, siguiendo el camino trazado por los pitagóricos, no cultivaron las ciencias de las matemáticas como un dominio puramente cuantitativo ni separaron los números de las figuras geométricas. Los números y las figuras, considerados desde la perspectiva pitagórica¹⁰, son vehículos para la expresión de la unidad en la multiplicidad. La idea central del Islam, la Unidad, es, desde el punto de vista humano, una abstracción, aun cuando en sí misma sea concreta. Del mismo modo, en relación al mundo de los sentidos, las matemáticas son una abstracción; sin embargo, desde el punto de vista del mundo inteligible, son una escala hacia las ciencias eternas que, en sí mismas, son concretas. Así como todas las figuras son generadas a partir del punto y todos los números de la unidad, así toda la multiplicidad deriva del Creador, que es Uno.

“La forma de los números en el alma corresponde a la forma de los seres en la materia. El número es una indicación del mundo superior y, gracias a su conocimiento, el discípulo es conducido a las otras ciencias matemáticas, a la física y a la metafísica. La ciencia del número es la raíz de las ciencias, el fundamento de la sabiduría, la fuente del conocimiento y el pilar del sentido.”¹¹

“El comienzo de la filosofía es el amor a la ciencia; su punto medio, el conocimiento de las cosas creadas en los límites de la capacidad humana; su fin, palabras y acciones acordes con tal conocimiento. Las ciencias filosóficas son de cuatro tipos: 1) matemáticas; 2) lógica; 3) física; 4) metafísica (ciencia divina). Las matemáticas

¹⁰ Es decir, como aspectos ontológicos de la unidad y no, simplemente, como meras cantidades. Cf. Nicómaco de Gerasa, *Introducción a la aritmética*, Lipsiae: Hoche, 1946.

¹¹ Ikhwan as-safa, *Risalat al-Jami-ah*, Damasco: 1949.

son, a su vez, de cuatro tipos: 1) aritmética; 2) geometría; 3) astronomía; 4) música. La música es el conocimiento de la armonía de los sonidos y, por su intermedio, la elaboración de los principios de la melodía; la astronomía es la ciencia de las estrellas, basada en la evidencia proporcionada por el *Almagesto*, así como la ciencia de la geometría está basada en la evidencia proporcionada por Euclides; la aritmética es la ciencia de las propiedades de los números y de los significados que les corresponden en lo tocante a la realidad interior de las cosas creadas, tal como ha sido establecida por Pitágoras y Nicómaco...”¹²

La influencia de las ideas hindúes fue decisiva para el desarrollo y la sistematización de la ciencia del álgebra. Aun cuando los musulmanes conocieron la obra de Diofanto, no cabe duda de que el álgebra, tal como fue cultivada por los matemáticos del Islam, tiene sus raíces en las matemáticas hindúes que ellos sistematizaron valiéndose de métodos griegos¹³. De este modo, en el Islam se encontraron las tradiciones matemáticas griega e hindú y fueron unificadas en una estructura dentro de la cual el álgebra, la geometría y la aritmética habrían de llegar a poseer tanto un aspecto intelectual y contemplativo como un aspecto práctico y racional.

La historia de las matemáticas en el mundo musulmán comienza propiamente con Muhammad ibn Musa al-Khawarizmi, en cuyos escritos se combinan las tradiciones griega e hindú. Este matemático del siglo IX escribió muchas obras siendo la principal el famoso *Libro sumario sobre el cálculo (mediante los métodos) de la coerción y de la ecuación*, que trataremos en la última parte de nuestro estudio. Fue traducido varias veces al latín con el título de *Liber Algorismi*.

Durante el mismo siglo, encontramos a al-Kindi, el primer filósofo musulmán conocido que fue también un matemático competente, habiendo escrito tratados sobre casi todas las ramas de las matemáticas, y a su discípulo Ahmad as-Sarakhsi, conocido principalmente por sus obras de geografía, música y astronomía. Al mismo período pertenece al-Mahani, que continuó el desarrollo del álgebra haciéndose particularmente famoso por su estudio del problema de Arquímedes, e igualmente encontramos en esta época a los *Banu Musa*, los tres

¹² Cf. Ikhwan as-safa. *Rasa'il*, Cairo, 1928; Bausani, *L'enciclopedia dei fratelli della purita*. Nápoles: Istituto Universitario Orientale, 1978.

¹³ Cf. Juschkewitsch, A.P., *Mathematik im Mittelalter* (1961), Leipzig: Teubner, 1964.

hijos de Shakir ibn Musa, Muhammad, Ahmad y Hasan, todos famosos matemáticos. Volveremos a ellos en la última parte de nuestro estudio.

El comienzo del siglo X es marcado por la aparición de varios grandes traductores que fueron igualmente matemáticos notables. Entre ellos sobresale Thabit ibn Qurrah, que tradujo *Las Cónicas* de Apolonio, varios tratados de Arquímedes y la *Introducción a la aritmética* de Nicómaco de Gerasa. Siendo uno de los matemáticos musulmanes más conspicuos de su tiempo, realizó el cálculo del volumen de un paraboloides y obtuvo soluciones geométricas para algunas ecuaciones de tercer grado. Su contemporáneo, Qusta ibn Luqa, que iba a tornarse famoso en la historia islámica posterior como una personificación de la sabiduría de los antiguos, fue igualmente un traductor competente traduciendo al árabe las obras de Herón y Diofante.

Entre otros matemáticos de nota del siglo X, se debe incluir a Abu'l-Wafa' al-Buzjani, comentador de al-Khwarizmi, que resolvió la ecuación de cuarto grado $x^4+px^3=q$ por medio de la intersección de una parábola y una hipérbola. A este siglo perteneció Ibn al-Haitham que escribió, según se sabe, casi doscientas obras sobre matemáticas, física, astronomía y medicina. También escribió comentarios a Aristóteles y a Galeno. Aun cuando hizo contribuciones en el dominio de la matemática y de la astronomía, fue en el campo de la física donde obtuvo sus mejores logros. Fue un excelente observador, experimentador y teórico. Su obra principal fue la *Optica*, la mejor obra medieval de su tipo. Los "Hermanos de la Pureza", cuya identidad histórica continúa siendo dudosa, fue un grupo de eruditos que en el siglo X hicieron un compendio de las artes y de las ciencias en cincuenta y dos epístolas. Su orientación, que se refleja en sus teorías matemáticas, era hermético-pitagórica. Abu Sahl al-Kuhi, otro notable algebrista musulmán, autor de adiciones al libro de Arquímedes y que hizo un escrupuloso estudio de las ecuaciones trinómicas, pertenece a este siglo.

Debemos referirnos también en esta época a Ibn Sinna como a uno de los matemáticos que destacaron aun cuando su reputación como filósofo y médico es mayor que la de matemático¹⁴. Ibn Sinna, así como al-Farabi antes que él, elaboró la teoría de la música persa cuya tradición viviente existe hasta nuestros días. La música persa

¹⁴ Cf. Ibn Sinna, *Danesch-name*, París: Belles Lettres, 1955-1958.

es muy cercana a la música de los antiguos griegos y su teoría, cuyo estudio fue considerado entonces como una rama de las matemáticas, fue la obra de al-Farabi e Ibn Sinna.

Un contemporáneo de Ibn Sinna fue al-Biruni que ha dejado algunas de las obras matemáticas y astronómicas del período medieval y que hizo un estudio especial de problemas como las series numéricas y la determinación del radio de la tierra. Abu Bakr al-Karkhi¹⁵ dejó dos obras básicas de la matemática musulmana: *El libro dedicado a Fakhr ad-Din* sobre álgebra y *El libro sobre lo indispensable para la aritmética*.

El siglo XI, que es el momento de la toma del poder por los Selyúquidas, estuvo caracterizado por una cierta falta de interés en las matemáticas en las escuelas oficiales a pesar de la actividad, en esta misma época, de un cierto número de grandes matemáticos. A la cabeza de ellos se encuentra 'Omar Khayyam, quien ha de dirigir a un grupo de astrónomos y matemáticos que han de trabajar con él en la revisión del calendario persa. La obra de estos matemáticos condujo finalmente a la fecunda actividad del siglo XIII, época en la que, pasadas las invasiones mongolas, vuelve a ser cultivado el estudio de las ciencias matemáticas. La figura más conspicua de este período fue Nasir ad-Din ad-Tusi. Bajo su dirección se reunieron en el observatorio de Maragha muchos científicos, especialmente matemáticos.

Aun cuando después del siglo XIII disminuyó gradualmente el interés en el estudio de las matemáticas, continuaron trabajando matemáticos que resolvieron nuevos problemas y descubrieron nuevos métodos. Ibn Banna' al-Marrakushi en el siglo XIV inició una nueva aproximación al estudio de los números, que habría de ser continuada un siglo después por Ghiyath ad-Din al-Kashani. Este último fue el matemático musulmán más grande en los dominios del cálculo numérico y de la teoría de los números. Fue el descubridor de las fracciones decimales y realizó una determinación muy exacta del valor del número π ; su *Llave de la aritmética (Miftah al-Hisab)* es la obra más importante de su tipo en árabe. Mientras tanto, en el

¹⁵ En algunos manuscritos el nombre tiene la forma: al-Karaji y algunos eruditos modernos (Hofmann) creen que ésta es la forma correcta. En la historia musulmana posterior es conocido como al-Karakhi.

otro extremo del mundo islámico, Abu'l-Hasan al Busti, contemporáneo de al-Kashani que vivía en Marruecos, practicaba nuevos caminos en el campo de la teoría de los números y el egipcio Badr ad-Din al-Maridini componía tratados matemáticos y astronómicos de gran importancia.

El renacimiento Safávida en Persia es el último período de una actividad relativamente extensa en el campo de las matemáticas, aun cuando poco se sabe de ella en el mundo exterior. Los arquitectos de las mezquitas, puentes y escuelas de esta época fueron competentes matemáticos. La figura más famosa en el dominio de las matemáticas en el siglo XVI fue Baha' ad-Din al-'Amili. Sus obras fueron principalmente examen y sumario de las obras de los maestros anteriores; con el tiempo se convirtieron en los textos de las distintas ramas de la matemáticas en las escuelas oficiales. Se caracterizaban por un tratamiento sumario de las matemáticas que estimulaba la iniciativa personal.

Un contemporáneo de Baha' ad-Din al-'Amili, Mulla Muhammad Baqin Yazdi, que trabajó a comienzos del siglo XVI, realizó estudios originales en las matemáticas. Algunos matemáticos posteriores han indicado que Yazdi habría descubierto los logaritmos en forma independiente, sin embargo el asunto aún no ha sido plenamente investigado. Después de Yazdi las matemáticas permanecieron dentro del marco establecido por los maestros medievales.

Resumiendo las realizaciones de las matemáticas musulmanas, podríamos decir que sus cultivadores desarrollaron ante todo la teoría de los números tanto en su aspecto matemático como en su aspecto filosófico. Generalizaron el concepto de los números más allá de lo que los griegos conocieron. Elaboraron nuevos métodos de cálculos numéricos cuya cima fue alcanzada recién en los siglos XIV y XV gracias a Ghiyath ad-Din al-Kashani. Se interesaron también en las fracciones decimales, en las series numéricas y en ramas similares de las matemáticas relacionadas con los números. Desarrollaron y sistematizaron la ciencia del álgebra manteniendo siempre a la vista sus vínculos con la geometría. Continuaron la obra de los griegos en la geometría plana y del espacio. Desarrollaron, finalmente, la trigonometría tanto plana como la del espacio elaborando tablas precisas para las funciones y descubrieron muchas relaciones trigonométricas. Por lo demás, aun cuando esta ciencia fue cultivada desde

el comienzo en unión con la astronomía, fue perfeccionada y convertida en una ciencia independiente por primera vez por Nasir ad-Din at-Tusi en su famosa obra *La figura del sector* que representa uno de los mayores logros de las matemáticas medievales.

II

En astronomía los musulmanes continuaron la tradición de Tolomeo haciendo, además, un uso extenso de los conocimientos persas e hindúes. Los primeros astrónomos del Islam que trabajaron durante la segunda mitad del siglo VIII en Bagdad basaron sus obras astronómicas esencialmente en las tablas astronómicas persas e hindúes. La obra astronómica más importante que ha sobrevivido de la Persia preislámica es *Zij-i Shahi* o *Zij-i Shahriyari* (*Las tablas de los reyes*) compuesta alrededor del 555 d.c. durante el reinado del rey sasánida Anushirwan el Justo, y está basada ampliamente en las teorías astronómicas y en los métodos hindúes.

Esta obra fue para la astronomía sasánida lo que los *Siddhantas* fueron para los hindúes y lo que el *Almagesto* fue para los griegos. Su influencia en la formación de la astronomía musulmana fue tan importante como las fuentes mencionadas. Este texto fue traducido al árabe por Abu'l-Hasan at-Tamini con un comentario por Abu Ma'Shar, el más famoso de los astrólogos musulmanes (conocido en el occidente latino como Albumasar, durante la edad media). *Las tablas del rey* constituyeron la base de las investigaciones de astrónomos tan famosos como Ibn an-Naubakht y Masha'allah que vivieron bajo el reinado de al-Mansur y a quien asistieron haciendo los cálculos preliminares para la fundación de la ciudad de Bagdad.

La influencia de la astronomía hindú se hizo dominante gracias al primer astrónomo oficial de los *Abbasidas*, Muhammad al-Fazari, que murió alrededor del 777. El año 771 llegó a Bagdad una misión hindú para enseñar las ciencias cultivadas en la India y ayudar en la traducción de los textos al árabe. Uno o dos años después aparecieron las tablas de al-Fazari, basadas en el *Siddhanta* de Brahmagupta. Al-Fazari compuso también varios poemas de contenido astronómico y fue el primero que, en el mundo islámico, construyó un astrolabio que luego habría de convertirse en el instrumento característico de

la astronomía musulmana. Su obra principal, conocida con el nombre de *Gran Siddhanta*, permaneció siendo la única base de la ciencia astronómica hasta la época de al-Ma'mun, en el siglo IX de nuestra era.

Otro introductor de la astronomía hindú fue Ya'qub ibn Tariq, que estudió con un maestro hindú y fue contemporáneo de al-Fazari. Gracias al esfuerzo de estos dos hombres, las matemáticas y la astronomías hindú ingresaron a la ciencia musulmana. En esta misma época fue conocido el *Siddhanta* de Aryabhata.

En el tiempo de al-Ma'mun, cuando tuvo lugar aquella gran actividad que condujo a la traducción de las obras extranjeras al árabe¹⁶, fueron accesibles igualmente algunas obras astronómicas griegas básicas que, hasta cierto punto, habrían de reemplazar a las obras persas e hindúes que, hasta ese momento, habían monopolizado el campo. El *Almagesto* fue traducido varias veces, así como el *Tetrabiblos* y las *Tablas astronómicas* de Tolomeo.

Con éstas y otras traducciones del griego y del sirio se prepararon los fundamentos que hicieron posible la formación de la astronomía musulmana y en el siglo IX de nuestra era aparecieron algunas de las grandes figuras de esta ciencia. La primera parte del siglo estuvo dominada por Habash al-Hasib, bajo cuya dirección se compusieron las tablas astronómicas llamadas de Ma'mun; al-Khwarazmi, además de sus importantes escritos matemáticos, dejó también tablas astronómicas; y, finalmente, Abu Ma'shar. Esta última figura es el astrólogo musulmán más frecuentemente citado en el occidente latino; su obra, la *Gran introducción a la astrología*, fue traducida e impresa varias veces en latín. A este mismo período pertenece al-'Farghani (*Alfraganus*), autor de los famosos *Elementos de astronomía*.

El cultivo de la astronomía continuó durante la segunda mitad del siglo IX. An-Nairizi (*Anaritius*) comentó el *Almagesto* y escribió el tratado árabe más elaborado sobre el astrolabio esférico. Su contemporáneo, Thabit ibn Qurrah, tuvo también una función importante en la astronomía: fue quien sostuvo la teoría del movimiento oscilatorio de los equinoccios. Para explicar esta trepidación, añadió una novena esfera al sistema de las ocho esferas de la astronomía tolemaica,

¹⁶ Cf. Beas, C. , "La transmisión de la ciencia antigua al mundo islámico según el catálogo de Muhammad Ibn Ishâk an-Nadîm", *o.c.*

iniciativa que fue adoptada por la mayoría de los astrónomos musulmanes posteriores.

El compatriota de Thabit ibn Qurrah, al-Battani (*Albategnius*), a quien algunas autoridades consideran al más grande astrónomo musulmán, continuó su línea de investigación aun cuando rechazara su teoría de la trepidación. Al-Battani realizó algunas de las observaciones más precisas en los anales de la astronomía musulmana. Descubrió el incremento del apogeo del sol desde la época de Tolomeo, lo cual le condujo a descubrir el movimiento de los ápsides solares. Determinó el valor de la precesión en 54.5" por año y la inclinación de la eclíptica en 23° 35'. Determinó igualmente el tiempo de la visión de la luna nueva por medio de un método inventado por él y realizó un estudio detallado de los eclipses solares y lunares, que fue utilizado todavía en el siglo XVIII por Dunthorn para determinar el cambio gradual del movimiento lunar. La obra principal de al-Battani, conocida en occidente como *De scientia stellarum*, fue hasta el renacimiento una de las obras básicas de la astronomía¹⁷.

Durante el siglo X la observación astronómica fue continuada por figuras tales como Abu Sahl al-Kuhi y 'Abd al-Rahman as-Sufi. Este último es el autor de *Figuras de las estrellas*, que ha sido considerada por Sarton como una de las tres obras maestras de la astronomía de observación en el mundo musulmán (siendo las otras dos las tablas de Ibn Yunus y de Ulugh Beg)¹⁸. A este período pertenecen Abu Sa'id as-Sijzi, que construyó un astrolabio basado en el movimiento de la tierra alrededor del sol, y Abu'l Wafa' al-Buzjani, que fue no sólo un matemático notable sino, además, un astrónomo que redactó una versión simplificada del *Almagesto* y cuyas observaciones sobre la variación periódica del movimiento orbital de la luna causada por la atracción del sol (evección) suscitaron una discusión entre los astrónomos del siglo XIX (Sedillot sostuvo entonces que Abu'l Wafa había descubierto la tercera desigualdad de la luna). En este mismo siglo encontramos al astrónomo y alquimista Abu'l-Qasim al-Majriti que escribió comentarios sobre la tabla de al-Khwarazmi

¹⁷ Sus obras, editadas, traducidas y comentadas por Nallino, han sido objeto de varios estudios en la época moderna, siendo, por ello, el astrónomo más conocido.

¹⁸ Cf. Sarton, G., *Introduction to the History of Science*, Washington D.C.: Williams & Wilkins, 3 vols., 1927-1948.

y sobre el *Planisferio* de Tolomeo así como un trabajo sobre el astrolabio.

El siglo XI, que es señalado por el apogeo de la actividad científica del mundo musulmán, es el siglo de al-Biruni, de Ibn Yunus, de az-Zarqali. Al-Biruni ha de interesarse en la determinación de las latitudes y las longitudes, en mediciones geodésicas y en otros muchos cálculos astronómicos importantes. Ibn Yunus, astrónomo de la corte fatimita en el Cairo, concluyó sus *Tablas Hakimitas* el año 1007. Estas tablas, en las cuales muchas constantes fueron vueltas a medir cuidadosamente, se encuentran entre las más precisas que fueron compuestas durante el período musulmán. Ibn Yunus fue también un notable matemático que abordó problemas de trigonometría esférica por medio de proyecciones ortogonales y estudió el movimiento oscilatorio isométrico de un péndulo.

En la mitad de este siglo encontramos a az-Zarqali que inventó un nuevo instrumento astronómico denominado en latín *Saphea arzachelis* (*sahifah*)¹⁹ y a quien se le atribuye la prueba explícita del movimiento del apogeo del sol en relación a las estrellas fijas. Su contribución más importante fue la edición de las *Tablas toledanas* compuesta con ayuda de muchos otros científicos judíos y musulmanes y que fue ampliamente utilizada en los siglos posteriores por astrónomos musulmanes y del occidente latino.

Después de az-Zarqali, la astronomía cultivada en España inició y desarrolló una crítica cerrada de la teoría de los epiciclos. En el siglo XII, Jabir ibn Aflah comenzó a criticar el sistema tolemaico. Los filósofos Avempace y Abubacer (Ibn Tufail) hicieron lo mismo. El primero, bajo la influencia de la cosmología aristotélica, propuso un sistema basado exclusivamente en círculos excéntricos. Ibn Tufail es considerado el autor de una teoría que fue desarrollada por su discípulo al-Bitruji (*Alpetragius*) que vivió en el siglo XIII. Esta teoría elaboraba un sistema de esferas homocéntricas y ha sido llamada "la teoría del movimiento en espiral" porque desde su perspectiva los planetas son considerados como moviéndose en espiral. Aun cuando este nuevo sistema planetario no implicaba ninguna ventaja sobre el tolemaico y fue rechazado, la crítica contra el sistema de Tolomeo

¹⁹ Cf. Millás Vallicrosa, *Estudios sobre Azarchiel*, Barcelona: Instituto Arias Montano, 1960.

contenida en él y la de otros astrónomos anteriores a al-Bitruji fue esgrimida por los astrónomos del renacimiento para liberarse del paradigma tolemaico.

Las críticas contra el sistema de Tolomeo se desarrollaron igualmente en el oriente musulmán. En el siglo XII fue compuesta por al-Khazini la colección de tablas astronómicas denominada *Sanjari Zij* que fue seguida por la colección denominada *Ilkhanid Zij* realizada en el siglo XIII como resultado de las observaciones en Maragha. Al mismo tiempo, Nazir ad-Din al-Tusi, el director del observatorio de Maragha, criticaba severamente a Tolomeo. At-Tusi propuso un nuevo modelo planetario que hubo de ser desarrollado por su discípulo Qutb ad-'Din ash-Shirazi. Este nuevo modelo intentaba ser más fiel a la concepción de la naturaleza esférica de los cielos que el sistema tolemaico ubicando a la tierra en el centro geométrico de las esferas celestes (mientras que en el sistema de Tolomeo se encuentra a una cierta distancia del centro). Este modelo ha sido estudiado por el profesor Kennedy²⁰.

En el siglo XIV el astrónomo Ibn ash-Shatir, basándose en el modelo de at-Tusi, introdujo un segundo epiciclo en los dos sistemas, solar y lunar. La teoría de la luna propuesta dos siglos después por Copérnico es la misma que la de Ibn ash-Shatir. Es posible que Copérnico, a través de traducciones bizantinas haya sabido de esta línea de desarrollo de la astronomía musulmana²¹. Todo cuanto es nuevo en Copérnico puede hallarse esencialmente en la escuela de at-Tusi.

La tradición de Maragha fue continuada por los discípulos de at-Tusi, tales como Qutb ad-Din ash-Shirazi y Muhyi ad-Din al Maghribi, así como por los astrónomos reunidos por Ulugh Beg en Samarcanda, tales como Ghiyath ad-Din al-Kashani y Qushchi. Sobrevivió hasta la época moderna en diferentes regiones del mundo musulmán tales como Persia, el norte de la India y hasta cierto punto Marruecos. Se escribieron muchos comentarios sobre obras anteriores como el de Qushchi por 'Abd al-Hayy Lari en el siglo XVII que, hasta hace poco, fue muy conocido en Irán.

²⁰ Cf. Kennedy-Ghanem (Ed.), *The life and work of Ibn asch-Shatir*, Aleppo, 1976.

²¹ Vernet, *Astrología y astronomía en el Renacimiento*, Barcelona: Ariel, 1974, pp. 67-69.

En resumen, los rasgos de la astronomía musulmana incluyen, además de los refinamientos logrados dentro del sistema tolemaico, el catálogo de las estrellas de Ulugh Beg, que fue el primer nuevo catálogo desde el tiempo de Tolomeo, y el reemplazo del cálculo de cuerdas por el cálculo de los senos y la trigonometría. Los astrónomos musulmanes modificaron en dos puntos importantes el sistema de los alejandrinos. La primera modificación fue eliminar las ocho esferas que, según la hipótesis de Tolomeo, comunicaban el movimiento diurno a cada uno de los cielos; los musulmanes concibieron, en cambio, un solo cielo sin estrellas, más allá del cielo de las estrellas fijas, que con su movimiento diurno llevaba consigo a todos los cielos. La segunda modificación implica un cambio en la naturaleza de los cielos. Entre los muchos problemas astronómicos que interesaron a los musulmanes estuvieron la naturaleza de los cuerpos celestes, el movimiento planetario, la distancia y las dimensiones de los planetas, todos los cuales estaban implicados en los cálculos que se basaban en los modelos matemáticos que elaboraban.

III

En la segunda mitad del capítulo segundo del tratado séptimo del *Catálogo* de an-Nadím se encuentra el grupo de las “últimas autoridades interesadas en geometría, mecánica, aritmética y otros asuntos”²². Procedemos ahora a su traducción acompañada, en la medida de lo posible, de una noticia de los aportes científicos según el estado actual de los conocimientos históricos, de las individualidades mencionadas por nuestro autor. Estas noticias las consignamos entre párrafos.

Los hijos de Musa.

Muhammad, Ahmad y al-Hasan fueron los hijos de Musa ibn Shakir. El origen de Musa ibn Shakir fue...²³. Estos hombres estuvieron entre los que se esforzaron por estudiar las ciencias antiguas, en interés de las cuales sacrificaron todo cuanto fue necesario y asumieron todas las fatigas. Enviaron al país de los bizantinos mensajeros para que les trajesen (manuscritos cien-

²² Otra traducción: “personas que se interesan en” (*ashab*).

²³ Espacio vacío en el texto.

tíficos)²⁴. Reunieron traductores de distintas partes para que trabajasen varios años, de modo que pudiesen traer a la luz las maravillas del conocimiento. Las ciencias en las que más se interesaron fueron la geometría, la mecánica, la dinámica, la música y también la astronomía, en la cual se interesaron poco. Muhammad ibn Musa murió durante el año 259 de la hégira (872 de nuestra era). Ahmad ibn Musa tuvo un hijo llamado Mutahhar, que no fue muy culto, cortesano del califa al-Mu'tadid. Entre los libros de los Musa se encuentran: el libro de los Banu Musa sobre el *qarastum*²⁵; *La Mecánica* por Ahmad ibn Musa; *La forma que es redonda y alargada* por al-Hasan ibn Musa; *El primer movimiento del firmamento*, un tratado de Muhammad ibn Musa; *Las Cónicas*, *El libro de Apolonio*, por Muhammad²⁶; *La figura geométrica explicada por Galeno* por Muhammad; *El Atomo* por Muhammad; un libro que muestra mediante un método instructivo y un procedimiento geométrico que no existe una novena esfera exterior a la esfera de las estrellas fijas, por Ahmad; *Acerca de los primeros fundamentos del mundo* por Muhammad; *El problema que Ahmad ibn Musa planteó a Sanad ibn 'Ali*; *Acerca de las esencias del habla*, un tratado de Muhammad; *Problemas planteados entre Ahmad y Sanad*; *La medición de la esfera, la trisección del ángulo y la determinación de las dos medias proporcionales para formar una división simple (entre dos cantidades)*²⁷.

La obra principal de los hermanos Musa fue *El libro del cálculo de las figuras planas y esféricas*. Constituyó uno de los caminos por los que las figuras griegas llegó a Bagdad, conteniendo, además, adiciones originales. Este libro, traducido en el siglo XII por Gerardo de Cremona con el título de *Verba filiorum Moysi filii Sekir*, introdujo al occidente latino (Fibonacci, Nemorarius, Bacon, Bradwardine) las primeras ideas de la matemática superior: la prueba de la primera proposición de *De mensura circuli* se basa en el método de exhaustión en una forma algo diferente de la de Arquímedes; el teorema de Herón sobre el área del triángulo como una función de los lados;

²⁴ Se refiere a que probablemente los Banu Musa enviaron a sus agentes a las bibliotecas de Bizancio ya sea para traducir manuscritos griegos o para obtener copias de ellos que luego serían enviadas a Bagdad para ser traducidos al árabe.

²⁵ El *qarastum* es descrito por Dozy como el *charistion* o balanza utilizada por Arquímedes. Más adelante, esta palabra ha de significar escalas para obtener medidas estándar.

²⁶ Los textos no son claros en relación a ese título.

²⁷ La frase que hemos puesto entre paréntesis falta en el texto.

fórmulas para el área del volumen del cono y de la esfera; soluciones al problema de encontrar dos medias proporcionales a dos cantidades dadas que se resuelve primero de acuerdo al método atribuido por los Banu Musa a Menelao y por Eustoquio a Arquitas y luego de acuerdo al método que los Musa se atribuyeron a sí mismos y que Eustoquio atribuye a Platón; la primera solución latina al problema de la trisección del ángulo que recuerda la que da Arquímedes en sus *Lemmata*; un método para extraer raíces cúbicas con la aproximación que se requiera.

El aspecto más interesante del asunto es que Tabit ibn Qurrah (véase más adelante) colaboró con los Banu Musa.

Al-Mahani

Su nombre fue Abu'Abd Allah Muhammad ibn Isa. Se distinguió entre los calculistas y fue también geómetra. Se cuentan entre sus libros: *La epístola sobre las latitudes de las estrellas*; *La epístola sobre la proporción*; *Acerca de las veintiséis proposiciones en la primera sección de Euclides y cómo nada en ellas requiere ser sustituido*²⁸.

Los geómetras griegos habían desarrollado un método geométrico para la construcción del cuadrado de una ecuación cúbica pero no aplicaron este método a un círculo de problemas más amplio ni desarrollaron una teoría general de la ecuación. El primero de los matemáticos musulmanes que abordó el asunto fue al-Mahani, quien estudiando el lema de Arquímedes: “Cortar una esfera por un plano de modo que las dos partes estén en una determinada proporción”²⁹ fue conducido a la ecuación $x^3+a=bx^2$, que sería resuelta años después por al-Khazin (971 de nuestra era). Al-Mahani murió probablemente alrededor del año 880.

Al'Abbas ibn Sa'id al-Jawhari.

Perteneció al grupo de los astrónomos y se ocupó también de la ciencia de la geometría. Entre sus libros se encuentran: un comentario al libro de Euclides; *Las proposiciones*, que añadió al primer libro de Euclides³⁰.

²⁸ ¿Al-khalf o al-khulf? El segundo término sugiere la idea de contradicción.

²⁹ Arquímedes, *La esfera y el cilindro*, New York: Dover Publications, 1912, II.4.

³⁰ En el texto de al-Qifti no se encuentra “que añadió”. Cf. Al-Qifti, *Ta'rij al-Hukama*, Edición Lippert, 1903.

La primera investigación que conocemos sobre la teoría de las paralelas se remonta a al-Jawhari (vivió alrededor del año 830 d.c.). Al-Jawhari sugirió una demostración para el postulado quinto de Euclides; esta demostración descansa en la presuposición implícita siguiente: “Si al cortar dos rectas mediante una tercera cualquiera, son iguales los ángulos alternos, se da el mismo caso si estas dos rectas son cortadas por otra recta cualquiera”. Esta suposición es aplicada por al-Jawhari en su primer teorema que afirma que dos rectas tales no se cortan entre sí y son equidistantes. Más adelante deduce al-Jawhari los dos teoremas siguientes: la mediana de un triángulo es igual a la mitad de la base y es posible trazar una recta cualquiera por un punto cualquiera en el interior de un ángulo que corte ambos lados del ángulo. Como indica Juschkewitsch³¹ una suposición así se encuentra en la famosa prueba del quinto postulado de Euclides propuesta por Legendre en 1800. Al segundo de los dos teoremas mencionados sigue en la obra de al-Jawhari, *Perfeccionamiento del libro de los Elementos*, el quinto postulado.

Thabit ibn Qurrah y su hijo.

Abu al-Hasan Thabit ibn Qurrah ibn Marwan ibn Thabit Kayara ibn Ibrahim ibn Karaya ibn Marinus ibn Salamunus fue su nombre. Nació el año 221 de la hégira (836 de nuestra era) y murió en el año 288 (901) cuando contaba setenta y siete años solares. Había sido un cambista en Harrán y cuando Muhammad ibn Musa dejó Bizancio le tomó como asociado habiendo advertido que poseía un elegante estilo literario. Se dice que estudió con Muhammad ibn Musa siendo instruido en su casa. Muhammad le tomó bajo su protección presentándolo a al-Mu'tadid y asociándolo a un grupo de astrónomos. La fuente del liderazgo de los Sabeos en este país y las cercanías a los califas fue Thabit ibn Qurrah³². Su situación fue establecida, sus rangos fueron elevados y gozaron de autoridad. Entre los libros de Thabit ibn Qurrah se encuentran: *Cálculo de la luna nueva; La epístola sobre el año solar; La epístola sobre la solución de los problemas geométricos; La epístola sobre los números; Secciones cónicas; Epístola de la prueba relacionada con Sócrates; La futilidad del movimiento en la esfera del Zodíaco; La epístola sobre los cálculos formados en la vejiga;*

³¹ Juschkewitsch, *o.c.*, p. 278.

³² Sobre los Sabeos trata Muhammad Ibn Ishak an-Nadīm en el tratado IX, capítulo I, del catálogo.

El dolor en las articulaciones y la gota; La epístola acerca de la causa de la salazón del agua del mar; La epístola sobre las manchas blancas que aparecen en el cuerpo; La epístola a Ra'iq; Compilación del libro de Galeno sobre los elementos medicinales; Epístola sobre las viruelas y el sarampión.

Si se compara esta breve noticia de Muhammad Ibn Ishak an-Nadîm con los datos reunidos por Suter³³, se advierte que es muy incompleta. Como proyectamos dedicar un estudio especial para dar a conocer esta gran figura de la ciencia musulmana, aquí hemos de limitarnos solamente a indicar someramente alguno de sus aportes. Thabit ibn Qurrah debió haber trabajado sobre cuadraturas y cubaturas según las directivas de Arquímedes aun cuando no conoció tres de las principales obras de éste sobre el tema: *La cuadratura de la parábola, La epístola a Erastóstenes o El método y Sobre conoides y esferoides*. En consecuencia, su método de exhaustión es parcialmente independiente del método griego y puede ser considerado como vislumbre del cálculo-integral-moderno. En su obra sobre *la cuadratura de la parábola* determina el área del segmento de la parábola por el método de sumas integrales; realiza el cálculo de la integral:

$$\int_0^a \sqrt{x} dx$$

y aplica la división del segmento de integración en partes desiguales formando una progresión aritmética. En la *Cubatura del Paraboloides*, una obra más laboriosa que la de Arquímedes, tuvo la ventaja de poder generalizar aún más el método utilizado y que habría de ser desarrollado ulteriormente por Ibrahim ibn Sinan (que muere en el año 946).

Encontró igualmente una regla para hallar números amistosos; si los números

$$\begin{aligned} a &= 3 \cdot 2^n - 1 \\ b &= 3 \cdot 2^{n-1} - 1 \\ c &= 3^2 \cdot 2^{2n-1} - 1 \end{aligned}$$

son primos para n mayor que 1, entonces los números

$$A = 2^n ab \quad \text{y} \quad B = 2^n c$$

son amistosos.

³³ Suter, H., *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*. Amsterdam: APA - Oriental Press (Reimpresión) 1981, p. 35, N° 67.

Entre los discípulos de Thabit ibn Qurrah se encuentran:

Isa ibn Assayyid an-Nasrani.

Fue promovido y favorecido por Thabit. Tradujo, bajo el auspicio de Thabit, del Sirio al árabe. Escribió *Las respuestas de Thabit a las preguntas de 'Isa ibn Assayyid.*

Fue un cristiano del Iraq. Tradujo durante los siglos IX y X obras científicas.

Sinan ibn Thabit.

Murió musulmán. Le mencionaremos en relación a la medicina³⁴. Su hijo Abu al-Hasan será mencionado también en relación a la medicina.

Ibrahim ibn Sinan.

Su sobrenombre fue Abu Ishak ibn Thabit y aun cuando murió muy joven se distinguió en la ciencia de la geometría. En sus días no hubo uno que fuera más brillante que él. Entre sus libros se encuentran: *Fragmento de un comentario sobre las cónicas* (de Apolonio); *Explicación del Almagesto* (de Tolomeo).

Lo mencionamos en la página anterior.

Abu al-Husayn ibn Karnib y su hijo Abu al-'Ala.

Ambos fueron maestros en el arte de enseñar y en la geometría. Entre los libros de Abu al-Husayn se encuentra *Cómo determinar cuántas horas del día han pasado antes de la ascensión prescrita.* *Abu Muhammad al-Hasan ibn 'Ubayd Allah ibn Sulayman ibn Wahb.*

Entre sus libros hay una explicación de lo que es ambiguo en el libro de Euclides sobre la proposición³⁵.

Otro grupo de eruditos que vivieron recientemente:

Al-Farazi.

Se llamó Abu Ishak Ibrahim ibn Habib al-Farazi, descendiente de Samurah ibn Jundab. Fue el primero en el Islam que construyó un astrolabio. Entre sus libros se encuentran: un poema sobre la ciencia de las estrellas; un gnomón para la determinación del mediodía; *Tablas astronómicas para los años árabes*; *La operación con el astrolabio anillado*; *La operación con el astrolabio plano.*

'Umar ibn al-Farrukhan.

Fue comentador del *Tetralibros* de Tolomeo, que había sido

³⁴ Capítulo III del tratado octavo del catálogo de Muhammad Ibn Ishak an-Nadím.

³⁵ Probablemente el libro VI de Euclides sobre los *Elementos*.

traducido para él por al-Batriq abu yahya ibn al-Batriq. Entre sus libros se encuentran: *Los beneficios; Acuerdos y desacuerdos de los filósofos acerca de las órbitas de los planetas.*

Su hijo *Abu Baqr, Muhammad ibn 'Umar Hafz ibn al-Farrukhan at-Tabari.*

Fue uno de los astrólogos más distinguidos. Entre sus obras se encuentran: *El gnomón; Tiempos de natividades; Operaciones con el astrolabio; Problemas; La introducción; Alternativas; Pequeño libro de problemas; Revolución de los años de natividades; La teoría de los planetas; Semejanzas; Revolución de los años del mundo.*

Ma Sha'Allah

Ibn Athra, cuyo nombre originario fue Misha que significa *yithro*³⁶. Fue un judío que vivió desde la época de Al-Mansur hasta la época de al-Ma'mun (siglos VIII y IX). Era un hombre distinguido y una autoridad en la ciencia de los juicios de las estrellas. Entre sus libros se cuentan: *Natividades*, un libro grande que comprende catorce secciones; *El libro sobre las conjunciones, religiones y sectas*³⁷; *La proyección de los rayos; El significado; Construcción de astrolabios y modos de manejarlos; La esfera armillar; Lluvias y vientos; Las dos flechas; El veintidós*, libro cuyo primer capítulo fue el comienzo de "Los actos"; el segundo capítulo, "Advertencia sobre lo predestinado"; el tercer capítulo, "Problemas"; el cuarto, "Testimonios de las estrellas"; el quinto, "Acontecimientos"; el sexto, "El movimiento de las dos luminarias (sol y luna) y lo indicado por su intermedio". *Las epístolas; El sultán; La jornada; Las percepciones*³⁸; *Natividades; Revolución de los años de las natividades; Dinastías y sectas; Juicios basados en las conjunciones y oposiciones; El enfermo; Consuetudines y predicciones basadas en ellas.*

Abu Sahl al-Fadl ibn Nawbakht

Fue persa de origen. He registrado y explicado ampliamente la genealogía de la familia de Nawbakht en el tratado sobre los teólogos. Estaba en la Casa de los Libros de la Sabiduría³⁹. Tradujo del persa al árabe y se confiaba en él por su conocimiento de los libros persas. Entre sus libros se cuentan: *Natividades; Augurios*

³⁶ Nombre hebreo (*jethro*) que significa "abundancia".

³⁷ Pingree, *The Thousands of Abu Ma'shar*, Londres: The Warburg Institute, 1968. Se trata de una concepción astrológica de la historia.

³⁸ Leemos con Dodge *al-ash'ar*, las "percepciones" y no *al-as'a*, los "precios".

³⁹ La Biblioteca Real de Bagdad.

de las estrellas; Revolución de los años de las natividades; La introducción; Comparación y analogía; Lo que puede ser tomado de los acuerdos de los astrólogos acerca de los dictámenes, problemas, natividades y temas semejantes.

Sahl ibn Bishr

Se llamaba Abu 'Uthman Sahl ibn Bishr ibn Hani y era llamado también Haya el judío. Trabajó para Tahir ibn al-Husayn, el tuerto, y posteriormente para al-Hasan ibn Sahl⁴⁰. Entre sus libros se cuentan: *La llave de los juicios* o *El pequeño libro de los problemas*; *Las dos flechas*; *El gran libro de las natividades*; *La introducción al pequeño libro*; *La introducción al gran libro*; *La astronomía y la ciencia de la aritmética*; *La revolución de los años de las natividades*; *El pequeño libro de las natividades*; *Alternativas*; *Los períodos*; *La clave*; *Lluvias y vientos*; *El significado*; *El tiempo del parto y del matrimonio*; *Consideraciones cuidadosas*; *Eclipses*; *Estructura*.

También escribió un libro que comprendía trece secciones, en el que reunió lo esencial de sus escritos. Lo tituló *El libro décimo* y lo compuso en Khurasan.

Al-Khwarizmi

Su nombre fue Muhammad ibn Musa. Su lugar de origen fue Shwa-rizm. Estaba ligado a la Librería Real de Al-Ma'mun. Fue uno de los maestros de la ciencia de las estrellas. Tanto antes como después de ser confirmadas por la observación, se confiaba en sus tablas astronómicas conocidas con el nombre de *Sindhind*⁴¹. Entre sus libros se cuentan: *Tablas astronómicas* en dos ediciones; *El cuadrante solar*; *La operación con el astrolabio*; *La construcción del astrolabio*; *El memorial*.

Tanto las noticias de Ibn an-Nadīm como las de Suter sobre al-Khwarizmi se muestran parcas e insisten en presentarlo, en primer lugar, como astrónomo y, en segundo, (Suter) como algebrista. Sin embargo, este gran matemático musulmán intentó, entre los primeros, sistematizar todo el conocimiento científico que llegó a sus manos: geografía, matemáticas (cálculo, sistema de numeración, teoría de los números, álgebra, geometría), astronomía y ciencia del calendario. Dar una idea de su obra excedería los marcos de nuestro estudio;

⁴⁰ Tahir fue gobernador de Khorasan y al-Hasan fue visir de Bagdad durante el reinado de al-Ma'mun.

⁴¹ Este fue uno de los *Siddhanta* de los hindúes.

por ello, hemos de limitarnos a dar una idea muy general de su álgebra dejando para otra ocasión un análisis más detallado de la misma así como una exposición de otros aspectos de su obra.

Hasta la época de al-Khwarizmi (muerto en el año 850), el álgebra no se había convertido en un objeto de estudio sistemático. Sus orígenes se encuentran en textos griegos o hindúes; una fuente indirecta de antiguos textos babilonios sobre el tema de la obra hebrea *Mishnat ha-Middot*. El libro de al-Kahwarizmi tiene como título *al-Kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wa al-muqabala* (que los especialistas se resisten a traducir⁴²) en el que las dos últimas palabras designan los procesos auxiliares por los cuales los problemas se reducen a seis ecuaciones de los siguientes tipos:

- 1) $ax^2 = bx$
- 2) $ax^2 = cc$
- 3) $ax = c$
- 4) $ax^2 + bx = c$
- 5) $ax^2 + c = bx$
- 6) $bx + c = ax^2$

Las definiciones de los términos técnicos *jabr* y *muqabala* varían ligeramente de un autor a otro. El significado de la primera palabra corresponde, en general a la transposición, restauración o reducción de una fractura (ambos significados se conservan en castellano en la palabra “algebrista”, componedor de huesos). En esta rama de las matemáticas llegó a significar la transposición de los términos para hacerlos todos positivos. De este modo,

$$6x^2 - 36x + 60 = 2x^2 - 12$$

es transformado por *jabr* en:

$$6x^2 + 60 + 12 = 2x^2 + 36x$$

Se entiende por *muqabala* la reducción a términos similares:

$$4x^2 + 72 = 36x$$

y tenemos, en consecuencia, una ecuación del tipo (5) que puede ser simplificada dividiendo ambos lados de la ecuación por 4 (*hatt* o *radd*):

$$x^2 + 18 = 9x$$

⁴² Véase nuestra traducción en la parte correspondiente del capítulo I de nuestro estudio, en la que seguimos a Juschkewitsch.

Debe tomarse en cuenta que los primeros algebristas nunca tomaron en cuenta soluciones negativas o irracionales.

Sanad ibn 'Ali al-Yahudi

Era apodado Abu at-Tayyib. Se hizo musulmán bajo el auspicio de al-Ma'mun, a quien sirvió como astrólogo⁴³. Construyó el observatorio que se encuentra cerca de Bab Shanmasiyah, en el harem del palacio de Mu'izz ad-Dawlah. Trabajó dirigiendo un grupo de observadores. Entre sus libros se encuentran: *Razones medias y extremas* (?); *Secciones cónicas*, dos manuscritos; *Aritmética hindú*; *El total y la división*; *Algebra y ecuaciones*.

Vivió hasta la segunda mitad del siglo IX.

Yahya ibn Abi Mansur

Ya hice en su lugar una detallada mención de él. Fue uno de los hombres interesados en los días de al-Ma'mun en observaciones (astronómicas). Murió en el país de los bizantinos. Entre sus libros se cuentan: *Tablas astronómicas verificadas*; *Tratado sobre la fijación (determinación) del ascenso de la sexta hora para la latitud de Bagdad*; un libro que contiene sus propias observaciones y cartas a un grupo de astrónomos.

Habash ibn Abd Allah al-Marwazi al-Hasib

Fue uno de los interesados en la observación astronómica. Vivió hace cien años. Entre sus libros se cuentan: *Tabla astronómica de Damasco*, la *Tabla astronómica de Ma'mun*; *Distancias y volúmenes*; *La construcción del astrolabio*; *Cuadrantes solares e instrumentos de cálculo*; *Círculos con tres tangentes y sus puntos de contacto*; *Superficies*.

Ibn Habash

Era llamado Abu Ja'far ibn Ahmad ibn 'Abd Allah ibn Habash. Entre sus libros se cuenta: *El astrolabio plano*.

Al-Abahh

Su nombre era al-Hassan ibn-Ibrahim y vivió en la época de al-Ma'mun. Entre sus libros se cuenta: *Alternativas*, que escribió para al-Ma'mun; *Lluvia*; *Los tiempos de natividad*.

Al-Hasan ibn Sahl ibn Nawbakht

Ibn al-Baz'yar

Discípulo de Habash ibn 'Abd Allah. Se distinguió en el estudio de las estrellas. Entre sus libros se cuenta: *Las atmósferas*, die-

⁴³ Algunos autores le llaman Sind; no obstante. Sanad es correcto. No solamente fue astrólogo, sino también un astrónomo conspicuo.

cinueve capítulos; *Tabla astronómica; Conjunciones de los planetas y revolución de los años del mundo; Natividades y revolución de los años de las natividades.*

Khurrazad ibn Darshad

Se interesó en la aritmética y fue discípulo de Sahl ibn Bishr, el judío. Entre sus libros se cuentan: *Natividades, Alternativas.*

Los hijos de as-Sabbah

Muhammad, Ibrahim y al-Hasan fueron astrólogos, muy hábiles en las ciencias de la astrología y de los juicios de las estrellas. Entre sus libros se cuentan: *Prueba de la construcción del astrolabio, El establecimiento de meridiano mediante la geometría; Epístola de Muhammad sobre la construcción de los cuadrantes solares.*

Al-Hasan ibn al-Khasib

Fue uno de los astrólogos más hábiles. Entre sus libros estaba uno llamado *al-Karmahtar*, que comprendía cuatro capítulos: “Introducción a la ciencia de la astronomía”, “Revolución de los años del mundo”, “Natividades” y “Revolución de los años de las natividades”.

Al-Khayyat

Se llamaba Abu 'Ali Yhya ibn Ghalib y era llamado también Ismail ibn Muhammad, discípulo de Ma Sha Allah y uno de los mejores astrólogos. Entre sus libros se cuentan: *La introducción; Problemas; El sentido, Las dinastías; Natividades; Revolución de los años de las natividades; El prisma*, escrito para Yahya ibn Khalid; *La vara de oro; La revolución de los años del mundo; Los augurios.*

Umar ibn Muhammad al-Marwarrudhi

Uno de los interesados en observaciones astronómicas, un hombre de tipo superior. Entre sus libros se cuentan: *Ecuaciones planetarias; La construcción del astrolabio plano.*

Al-Hasan ibn as-Sabbah

Se dedicó a la astronomía y a estudios geométricos. Entre sus libros se encuentran: *Formas y superficies; La esfera; El manejo de la esfera armillar.*

Abu Ma'shar

Era llamado Abu Ma'ahar ja'far ibn Muhammad al Balkhi. Fue primero un erudito en la ciencia de las tradiciones. Su casa se encontraba al lado oeste cerca de Bab Khurasa. Levantó al populacho contra al-Kindi a causa de dedicarse éste a las ciencias filosóficas. Sin embargo, Al-Kindi logró interesarle, por medio de un tercero, en las ciencias de la aritmética y de la geometría. Aun cuando se iniciara en este estudio no se perfeccionó en él, volviéndose,

más bien, hacia la ciencia de los juicios de las estrellas. Esto hizo desaparecer su hostilidad contra al-Kindi, pues las ciencias que le interesaban eran las mismas que al-Kindi estudiaba. Se dice que tenía 47 años cuando comenzó a estudiar las estrellas. Fue un hombre notable, de buen juicio.

El Califa al-Must'in le hizo azotar por haberle anticipado un acontecimiento antes de que éste haya tenido lugar. Dijo entonces Abu Ma'shar: "Acerté y fui severamente castigado".

Abu Ma'shar murió pasados los cien años durante las dos últimas noches del mes de Ramadán en el año 272 de la Hégira (866).

No traducimos el fragmento de un libelo contra Abu Ma'shar consignado por an-Nad'im.

Entre sus libros se cuentan: *La introducción*, en ocho secciones; *El pequeño libro de la Introducción*; *Tablas astronómicas de los ciclos de los milenios*; *Natividades*, un libro incompleto; *Aspectos de los cielos y diferencias en los tiempos de ascensión de las estrellas y la estrella predominante durante el nacimiento y el parto*; *Conjunciones de los planetas*; *Los augurios*; *Alternativas según las estaciones de la luna*; *Milenios*, ocho secciones; *Naturalezas*, dividido por Abu Ma'shar en cinco secciones; *Las dos flechas y los períodos de los reyes y las dinastías*; *Horóscopos (?)*; *Conjunción de los dos planetas maléficos en el signo de Cáncer*; *Constelaciones y juicios basados en ellas*; *Revoluciones de los años de las natividades*, en ocho secciones; *Temperamentos...*; *al-Anwa'* (condiciones en los cielos y en la atmósfera); *Compilación de problemas*; *Confirmación de la ciencia de las estrellas*; *Los problemas*, incompleto; *La compilación de lo que dijeron los antiguos sobre las natividades*; *Las fuentes*; *Interpretación de los sueños por medio de las estrellas*; *Crisis*; *Tablas astronómicas de las conjunciones y de las condiciones de oscuridad causadas por la proximidad al sol*; *Períodos*; *Períodos según las doce estrellas*⁴⁴; *Juicios de las estrellas sobre asuntos domésticos*; *Lluvia, viento y cambios de la atmósfera*; *Naturalezas de los países y generación de los vientos*; *Inclinación* (astronómica). Abu Ma'shar solía hablar de estos temas con 'Abd Allah Yahya y con Muhammad ibn al-Jahm, de la familia de los Barmequidas y se hacía lenguas de la formación científica de éstos.

⁴⁴ Esta expresión puede referirse a las doce casas de la luna (en astrología) o a las doce signos del zodiaco (en astronomía).

Si bien es cierto que la astronomía y la astrología estuvieron unidas desde los orígenes de la historia del pensamiento científico y no se podrían separar sistemáticamente porque ambas colaboraron estrechamente en el desarrollo del pensamiento astronómico, no hemos querido considerar este aspecto aun cuando en el catálogo de an-Nadím las menciones a los astrólogos, como se habrá advertido, son numerosas. Para ello sería necesario estudiar más profundamente las condiciones culturales y la actitud intelectual que han dado origen al pensamiento astrológico. Por ello nos limitamos a remitir al lector a los estudios del profesor Pingree y de Lemay citados en la Bibliografía quienes estudian a propósito precisamente de la figura de Abu Ma'shar sus ideas y su enorme influencia tanto en el oriente como en el occidente latino⁴⁵.

Abd Allah ibn Masrur an-Nasrani

Discípulo de Abu Ma'sahr. Entre sus libros se encuentran: *La proyección de los rayos*; *Revolución de las natividades*.

Utarid ibn Muhammad

Estaba interesado en la aritmética y en la astrología. Era un hombre excelente y de gran cultura. Entre sus libros se cuentan: *La adivinación hindú*; *Comentario*; *El manejo del astrolabio*; *El manejo de la esfera armillar*; *La estructura de los cielos*; *Los espejos ardientes*⁴⁶.

Ya'qub ibn Tariq

Fue uno de los mejores astrólogos. Entre sus libros se encuentran: *División del "Kardajat"*⁴⁷ *del seno*; *Qué asciende en el marco de la mitad de un día*⁴⁸; *La tabla astronómica resuelta en el Sindhind, grado por grado...* en dos secciones; la primera, que trata de la ciencia de la astrología, y la segunda, que trata de la ciencia de los cambios del tiempo (de las dinastías).

Abu al-Ambas as-Saymari

Ya le mencionamos en detalle. Fue astrólogo y sus libros fueron: *Natividades*; una *Introducción a la ciencia de las estrellas*.

⁴⁵ Cf. Pingree, o.c., y Lemay, Richard, *Abu Ma'shar and latin aristotelianism in the twelfth century*, Beirut: American University of Beirut, 1967.

⁴⁶ Sartón, o.c., pp. 170, 183 y 427.

⁴⁷ Quizás una corrupción del sánscrito *cramajia*: el arco o el seno.

⁴⁸ El "arco de un día" es el circuito del sol desde el momento en que la mitad de su disco ha aparecido en el horizonte hasta el momento en que, igualmente, la mitad de su disco se ha ocultado en el horizonte. Así, el "arco de la mitad de un día" es desde el horizonte hasta el zenit.

Ibn Simawayh

Fue un judío cuyo nombre era... Entre sus libros se cuenta: *Una introducción a la ciencia de las estrellas; Lluvias.*

'Ali ibn Da'ud

Fue un hombre excelente y un astrólogo de nota. Entre sus libros se cuenta: *Lluvias.*

Ibn al-A'rabi

Abu-al Hasan'Ali ibn al-A'rabi fue un miembro de la tribu de Kufah. Hombre de tipo superior y distinguido en su obra. Se le conoció como ash-Shaybani porque fue uno de los Banu Shayban. Entre sus libros se cuenta: *Problemas y alternativas.*

Al-Harith al-Nunajjim

Ligado a al-Hasan ibn Sahl (el visir), hombre excelente. Es citado por Abu ma'shar. Entre sus libros: *La Tabla astronómica.*

Al-Massisi

Entre sus libros se encuentran: *Las conjunciones.*

Ibn Abi Qurrah

Se le llamaba también Abu'ali y fue el astrólogo de al-Alawi al-Basri⁴⁹. Entre sus libros se cuenta: *La causa de los eclipses del sol y la luna*, que escribió para al-Muwaffaq.

Ibn Sam'an

Su nombre fue Muhammad ibn 'Abd Allah y sirvió de aprendiz a Abu Ma'shar. Entre sus libros se encuentra: *Una introducción a la ciencia del arte de la astrología.*

Al-Farghani

Se llamaba Ahmad ibn Muhammad ibn Kathir. Fue un hombre excelente y un astrólogo distinguido. Entre sus libros se encuentra: *Secciones; Selecciones del Almagesto; La construcción de cuadrantes solares.*

Ibn Abi Rafi'

Se llamaba Abu al-Hasan, era un hombre excelente. Entre sus libros se cuenta: *Las diferencias de la ascensión de los cuerpos celestes.*

Su hijo, *Abu Muhammad 'Abd Allah ibn Abi al-Hasan ibn Abi Rafi'*

Entre sus libros se encuentra su *Epístola sobre la geometría.*

Ibn Abi Abbad

Se le llamaba Muhammad ibn 'Isa y también Abu al-Hasan, pero

⁴⁹ Al-'Alawi al-Basri (Ali ibn Muhammad) fue en el año 869 de nuestra era el líder de la rebelión *zanj*.

nada más se sabe de él. Entre sus libros se encuentra: *El manejo del instrumento bifurcado*⁵⁰, una sección.

An-Nayrizi

Se le llamaba Abu al-Abbas al-Fadl ibn Hatim an-Nayrizi y fue uno de los (eruditos) más prominentes en la ciencia de las estrellas, especialmente de la astronomía. Entre sus libros se encuentran: *El libro de las tablas astronómicas*; *El azimuth de la qiblah*; un *Comentario a Tolomeo (Tetrabiblos)*; *Acontecimientos en los cielos*, para al-Mu'tadid; *Pruebas y preparación de instrumentos para determinar las distancias de los objetos*.

Al-Battani Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Jabir ibn Sinan ar-Raqqi

Fue un Sabeo de Harrán. Ja'far ibn al-Mukfati recuerda que a su pregunta al-Battani le respondió diciendo que había comenzado a hacer observaciones astronómicas desde el año 264 (de la Hégira) (877-878) y había continuado haciéndolas desde el año 299 (911-912). Fue a Bagdad con los Banu az-Zayyat, de la tribu Raqqah, en el momento en que fueron oprimidos. Mientras retornaba, murió en el camino en Qasr al-Jass durante el año 317 (929-930). Entre sus libros se encuentra: *Tablas astronómicas*, dos manuscritos; *El conocimiento de las ascensiones de los signos zodiacales*; *Verificación de los tiempos de las conjunciones*, una epístola que aún existe y que escribió para Abu al-Hasan al-Furat.

Ibn Amajjur

Se llamaba Abu al-Qasim 'Abd Allah ibn Amajjur y fue uno de los hijos de al-Faryna. Fue un hombre distinguido. Entre sus libros se encuentran: *El examen*; tablas astronómicas conocidas como *Las Puras*; *Provisión para el viajero*; tablas astronómicas conocidas como *Las Cenidas*; tablas astronómicas conocidas como *Las maravillosas*; tablas astronómicas conocidas como *Sindhind*; *Las tablas astronómicas de los tránsitos*.

Su hijo, *Abu al-Hasan 'Ali ibn al-Qasim*

Se cuenta entre sus libros.....

Al-Harawi

Se llamaba Yusuf ibn....

Abu Zakariya'

Se llamaba Jannun ibn 'Amr ibn Yuhanna ibn as-Salt. Entre sus libros se encuentra: *Pruebas de la veracidad de las estrellas y de la determinación basada en ellas*.

⁵⁰ Este fue probablemente el instrumento usado por Tolomeo, conocido como *paralláx* o inclinación mutua de las dos líneas que forman un ángulo.

As-Saydanani

Se llamaba 'Abd Allah ibn al-Husayn al-Hasib al Munajjim. Entre sus libros se cuenta: una *Explicación del libro de Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi acerca del álgebra*; una *Explicación de su libro sobre suma y resta*; *Sobre multiplicación y división*.

Ad-Dandani

Perteneció a un período temprano. Se llamaba 'Abd Allah ibn 'Ali an-Nasrani y le decían Abu 'Ali. Entre sus libros se encuentra *El arte de la astrología*, que pude ver que era muy viejo.

Miembros de otro grupo cuya secuencia no es conocida.

Astrólogos y geómetras recientes:

Al'Adami, Abu 'Ali al-Husayn ibn Muhammad

Entre sus libros se cuenta: *Técnicas, muros y la construcción de cuadrantes solares*.

Al-Hayyani

Entre sus libros se cuenta: *La tabla geométrica de la astronomía. Ibn Baghan*

Se llamaba al-'Abbas ibn Baghan ibn ar-Rabi' y le decían Abu ar-rabi'. Era un erudito en las ciencias astronómicas. Entre sus libros se encuentra: *La división de las tierras cultivadas y la forma del mundo*.

Ibn Najiyah

Entre sus libros se cuenta: *Las mediciones*.

Abu 'Abd Allah Muhammad ibn al-Hasan ibn Akhi Hisham ash-Shatawi

Tenía entre sus libros: *La construcción de cuadrantes solares oblicuos*; *La construcción de cuadrantes solares cilíndricos*; *La técnica de las bolas*⁵¹; *Determinación de la elevación del azimuth*.

Recientes maestros de cálculo:

'Abd al-Hamid

Se llamaba Abu al-Fadl 'abd al-Hamid y le decían Abu Muhammad. Se interesaba en la aritmética. Entre sus libros se cuenta: *Compilación*.

Abu Barzah

Se llamaba al-Fadl ibn muhammad ibn 'abd al-Hamid ibn turk ibn Wasi' al-Jili. Entre sus libros se encuentran: *Aritmética comercial*; *Medición*.

Abu Kamil

Se llamaba Abu Kamil Shuja' ibn Aslam ibn Shuja'; era egipcio

⁵¹ Se trata, quizás, de una clepsidra en la que las bolas eran elevadas por el agua hasta una cierta altura. Luego, las bolas caían a ambos lados de una balanza, de modo que el instrumento opere como la rueda de la balanza de un reloj.

y se interesaba en la aritmética. Fue un hombre excelente, calculista y erudito. Entre sus libros se encuentra: *La prosperidad*⁵²; *La clave de la prosperidad*(?), *Algebra y ecuación*; *La esencia*; *El ave*; *Adición y sustracción*; *La regla de la falsa posición*; *Medición y geometría*; *La suficiencia*.

Esta breve nota de an-Nadîm y la igualmente breve nota de Suter (que colacionó otras fuentes además de an-Nadîm) no nos permiten sospechar (como tantas otras del mismo tenor a lo largo de esta, quizás, demasiado larga enumeración de an-Nadîm) qué realidad se esconde bajo una presentación tan magra. Nos hemos propuesto dedicar un estudio especial al *Algebra* de Abu Kamil. Por ello, nos limitaremos aquí a indicar en forma sucinta algunos rasgos de esta obra notable.

La mejor conocida de las álgebras musulmanas es, como se sabe, la de al-Khwarizmi, que es también la más temprana. Las versiones árabes y latinas se han publicado y difundido ampliamente, habiéndose convertido en el punto de partida para cualquier estudio del álgebra musulmana (como la obra de al-Batanni para la astronomía). En la línea de esta obra fundamental, nos topamos con el *Algebra* de Abu Kamil que se presenta esencialmente como un comentario y una extensión de la anterior. Así Abu Kamil aborda muchos problemas de al-Khwarizmi (aumentando su número, sin embargo) y ofreciendo nuevas soluciones. Por ejemplo, al abordar el problema 7 (de su *Algebra*), que ha sido tomado de al-Khwarizmi, Abu Kamil indica una solución ulterior haciendo uso del método llamado de Diofanto, que es, en realidad, un procedimiento de origen babilónico. El cambio más significativo en la perspectiva del álgebra posterior tiene lugar cuando Abu Kamil une el álgebra práctica(casi babilónica) de al-Khwarizmi con el tratamiento teórico, geométrico de los matemáticos griegos. En el curso de sus soluciones, Abu Kamil cuida constantemente de dar pruebas de las identidades que utiliza. De este modo, prueba identidades tales como: $a/b = a^2/ab$ y $(a/b) + (b/a) = (a^2 + b^2) / ab$. Como los anteriores algebristas Abu Kamil evita las soluciones negativas. No obstante, en su obra hay innovaciones de importancia. Da soluciones directas al cuadrado de una incógnita. Hace uso de

⁵² O *al-falaj*, la división en dos partes y no *al-falah*.

potencias mayores que la de segundo grado (en realidad, hasta la potencia octava). Se ha deducido que Abu Kamil practicó la adición de exponentes en la multiplicación. Se cree que, bajo la influencia del libro X de los *Elementos* de Euclides, Abu Kamil introdujo los números irracionales como solución de algunas de sus ecuaciones cuadráticas...(Levey). No está demás observar que Abu Kamil influyó en la obra de al-Kharaji y en la de Fibonacci.

Si tomamos en cuenta el número de autores que se ubican en el siglo VIII y comienzos del siglo X y el número de autores en este mismo período que han sido efectivamente estudiados, ¿no tenemos derecho a creer que el futuro, en la medida que prestemos una atención conveniente a estos estudios, nos reserva más de una sorpresa?

Sinan ibn Fath

Era de Harrán, una figura distinguida en el arte de la aritmética y en la de los números. Entre sus libros encontramos: *El ábaco en la aritmética hindú; Adición y sustracción; Explicación de la adición y de la sustracción; El cálculo de los cubos; El álgebra de al-Khwarizmi, una exposición.*

Abu Yusuf al-Massisi

Se llamaba Ya'qub ibn Muhammad al-Hasib. Entre sus libros encontramos: *Algebra y ecuaciones; Voluntades; Incremento de los cuadrados; La compilación; Relaciones de los años; La reunión del total; La regla de la doble posición; Cómputo de los ciclos.*

Ar-Razi

Se le llamaba Abu Yusuf. Entre sus libros encontramos: *La compilación de la aritmética; El ábaco; Cálculos con la regla falsa, Treinta preguntas extrañas.*

Muhammad ibn Yahya ibn Aktham al-Qadi

Entre sus libros encontramos: *Problemas numéricos.*

Al-Karabisi

Se llamaba Ahmad ibn'Umar y fue uno de los mejores geómetras y conocedores de números. Entre sus libros encontramos: *Un Comentario a Euclides; El cálculo de la circunferencia; El área del círculo; al-hindi.*

En relación a su intento de calcular el volumen del toro, Juschkevitch y Hofmann⁵³ juzgan severamente a al-Karabisi (vivió alrededor del 970).

⁵³ Cf. Juschkevitch, o.c. y Hofmann, Joseph, *Geschichte der Mathematik*. Berlín: Göschen, 1963, (1).

Ahmad ibn Muhammad

Fue llamado al-Hasib; nada más se sabe de él. Entre sus libros encontramos: *El libro sobre el Nilo*, dedicado a Muhammad ibn Musa; *Introducción a la ciencia de las estrellas*, *Adición y sustracción*.
Al-Makki

Se llamaba Ja'far ibn 'Ali. Entre sus libros encontramos: *Acerca de la geometría*; *Epístola sobre el cubo*.

Al-Istakhiri al-Hasib

Entre sus libros encontramos: *Compilación sobre la aritmética*, una explicación del libro de Abu kamil sobre álgebra.

Muhammad ibn Ludhdhah al-Hasib

Era uno de la tribu de Isbahan. Entre sus libros encontramos: *La compilación sobre la aritmética*.

Geómetras, calculistas y astrónomos cercanos a nuestro tiempo:
Yuhanna al-Qass

Se llamaba Yuhanna ibn Yusuf ibn al-Harith ibn al-Batriq al-Qass. Fue uno de los que estudió a Euclides y otros libros de geometría. Hizo excelentes traducciones del griego y fue un hombre distinguido. Murió en ... Se encuentran entre sus libros: una *Abreviación de dos tablas geométricas*, un *Estudio sobre el postulado de Euclides sobre las paralelas*.

Ibn Rawh as-Sabi

Abu Ja'far al-Khazin

Se llamaba.... Entre sus libros se cuenta: *Tablas*; *Problemas numéricos*.

'Ali ibn Ahmad al-'Imrani

Fue uno de la tribu al-Mawsil, un hombre distinguido que coleccionaba libros. Gentes de lugares distantes le buscaban para estudiar con él. Murió el año 344 de la Hégira (955-956 de nuestra era). Entre sus libros había una explicación del libro de Abu Kamil, *Algebra y ecuación*.

Abu al-Wafa' Muhammad ibn Muhammad ibn Yahya ibn Isma'il ibn al-'Abbas

Nació en Buzjan en la región de Nisabur el año 328 (939-940) en el noveno mes (musulmán). Estudió todo lo que se sabía acerca de los números y de la aritmética con su tío paterno, Abu 'Amr al-Mughazili, y con su tío materno, Abu 'Abd Allah Muhammad ibn 'An-basah. Abu 'Amr estudió geometría con Abu Yahya al-Mawardi y Abu al-'Ala' ibn Karnib. Abu al-Wafa' fue hacia el Iraq en el año 348 (959-960). Entre sus libros se encuentra: *Lo que secretarios y administradores necesitan dominar de la aritmética*, en siete capítulos cada uno de nueve secciones; (el primero,

sobre la proporción; el segundo, sobre la multiplicación y la división; el tercero, sobre procedimientos de medida; el cuarto, sobre impuestos; el quinto, sobre herencias; el sexto, sobre cambio de moneda; el séptimo, sobre transacciones mercantiles); un *Comentario al libro de al-Khwarizmi sobre algebra y ecuación*; un *Comentario al libro de Diofanto*; un *Comentario sobre el libro de Hiparco(?)*; *Sobre el álgebra*; *Introducción a la aritmética*; *Pruebas de las proposiciones que Diofanto utilizó en su libro*; *Derivación del cuadrado de un cubo, cuadrado por cuadrado y cuál es el total*; *Conocimiento del círculo a partir de los cielos*.

Lo completo, en tres secciones: la primera, sobre las cosas que deben saberse antes de estudiar el movimiento de los cuerpos celestes; la segunda, sobre el movimiento de los cuerpos celestes; la tercera, sobre lo que interfiere los movimientos de los cuerpos celestes. *Tablas astronómicas*, en tres secciones: (el contenido es como el de la obra anterior).

Hemos mencionado en el capítulo II la importancia de la obra astronómica de abu al-Wafa'. Aquí nos limitaremos a dar únicamente una idea del contenido de una de las obras sobre geometría práctica del "polifacético y fecundo Abu al-Wafa'" (como le llama Hofmann).

Se trata de su *Libro acerca de lo que necesita saber un artesano de las construcciones geométricas (Kitab fi ma yagtaj ilaihi as-sana' min a'mal al-handasiyya)*. El libro consta de doce capítulos que contiene un gran número de construcciones geométricas importantes para la agrimensura, la arquitectura, la técnica y la geodesia. Es especialmente interesante que una docena y media de construcciones son resueltas con la ayuda de una regla y de un compás de abertura constante.

Unas veces es asumida esta exigencia en la condición del problema, otras, es aplicada sólo en la construcción. El significado práctico de tales construcciones se debe a que es desventajoso trazar en el terreno círculos de diferentes radios. Las primeras construcciones con compás de abertura constante se remontan, quizás, a las reglas hindúes; más adelante, han de encontrarse también entre los griegos.

No obstante, a Abu al-Wafa' le corresponde el mérito de haber resuelto sistemáticamente una serie de problemas básicos en este campo y haber destacado claramente su principio. Este mérito no disminuye por el hecho de haber utilizado, en aras de la sencillez, para muchos problemas un compás de abertura constante (en lugar de un compás de abertura cualquiera); siendo determinada la abertura del primero por una distancia dada. En el siglo XVI se iniciaron

investigaciones, en esta dirección, en Italia por las exigencias de la práctica. Entonces se ocuparon en ellas Leonardo da Vinci, Benedetto, Tartaglia, Cardano. Al fin del siglo XVIII, Mascheroni; en el siglo XIX, Jacob Steiner en Alemania.

Su tío, *Abu Sa'id*

Se encuentra entre sus libros: *El examen de las ciencias.*

Al-Kuhi, Abu Sahl Wayhan ibn Rustum

Era de Tabaristan. Entre sus libros se cuenta: *Los centros de las esferas celestes*, incompleto; *Los Elementos, según el modelo de Euclides*; *Los compases*, dos secciones; *Construcción del astrolabio*, con demostraciones; *Proyecciones de puntos sobre líneas*; *Contra los lógicos en relación a la sucesión de dos movimientos, en defensa de Thabit ibn Qurrah*; *Centros de círculos sobre líneas según el análisis*; *Derivación proporcional de dos líneas*; *Círculos contiguos por el método del análisis*; *Adiciones al segundo tratado de Arquímedes*; *La determinación de un heptágono regular inscrito en un círculo.*

Es mencionado por nosotros en relación a Thabit ibn Qurrah.

Ghulam Zuhar

Entre sus libros se cuenta: *at-Tasyirat*⁵⁴; *Los rayos de luz*; *Juicios de las estrellas*; *Movimientos y rayos*; *La compilación*; *Los orígenes fundamentales*; *Alternativas*; *Cosas separadas(?)*.

As-Sufi, Abu al-Hasan 'abd ar-Rahman ibn 'Umar

Fue uno de los mejores astrónomos. Entre sus libros se cuenta: *Las estrellas.*

Al-Antaki

Se le llamaba al-Mujtaba, siendo su verdadero nombre... Murió recientemente (el año 986-987 de nuestra era). Entre sus libros encontramos: *El libro grande sobre el ábaco*; *Comentario a la aritmética* (de Diofanto); *Comentario a Euclides acerca de los cubos*; *Interpretaciones derivadas.*

Al-Kalwadhani

Se llamaba Abu Nasr Muhammad ibn 'Abd Allah al-Kalwadhani al-Hasib. Uno de los mejores aritméticos vivientes en nuestro tiempo. Entre sus libros se cuenta: *El ábaco en la aritmética hindú.*

Al-Qasrani

⁵⁴ *At-tasyir* o teoría de los planetas. Cf. *Enzyklopaedie des Islams*, 4 vols., Leiden: Brill, 1960, p. 694.

Hasta aquí nuestra traducción del capítulo segundo del tratado séptimo. En el texto sigue a continuación, concluyendo este capítulo, una lista de instrumentos geométricos y astronómicos y de sus constructores que sería pertinente en un estudio sobre observatorios e instrumentos de observación astronómica.

Consideraciones finales

En el volumen dedicado a la ciencia antigua y medieval de la *Historia general de las ciencias* dirigida por René Taton y en el capítulo dedicado a la ciencia árabe, a cargo de R. Arnaldez y L. Massignon⁵⁵, leemos: “Es demasiado temprano para presentar una exposición de la ciencia árabe que domine la abundancia de documentos y evaluar exactamente el carácter y las dimensiones de este inmenso movimiento de curiosidad intelectual y de investigación”.

Como se puede advertir, nuestros autores hacen alusión a la gran cantidad de fuentes aún inexploradas. Animados por un nuevo espíritu de investigación histórica, Arnaldez y Massignon concluyen de este modo sus observaciones sobre la ciencia árabe: “...los árabes no solamente han conservado y transmitido la ciencia de la antigüedad; ésta ha sido transformada por ellos y puesta sobre nuevas bases”. Esto fue escrito en 1957. En 1964 se publica en Leipzig la obra del profesor ruso Juschkewitsch *La matemática en la Edad Media* (cuya versión original en ruso data de 1961)⁵⁶. Esta obra es, a nuestro juicio, el estudio normativo indispensable a todo trabajo ulterior en este campo. Leemos en su extenso capítulo dedicado a la matemática en el mundo musulmán: “En este lugar debemos decir algo sobre las fuentes. En las bibliotecas y museos de muchos países se conserva un número gigantesco de manuscritos matemáticos y astronómicos en lengua árabe o en lengua persa así como en traducciones del árabe al latín. Muchos de ellos han sido ya editados o, por lo menos, suficientemente descritos. Tenemos a nuestra disposición traducidos a lenguas europeas los importantes tratados de al-Khwarizmi, Abu al-Wafa', Abu Kamil, al-Karaji, al-Biruni, al-Tusi y de otros eruditos. No obstante, la investigación de las fuentes matemáticas árabes está

⁵⁵ Cf. R. Arnaldez y L. Massignon, en: Taton, René, *o.c.*

⁵⁶ Juschkewitsch, *o.c.*

muy lejos de haberse concluido. Obras sumamente importantes son, hasta ahora, poco conocidas o han permanecido ignoradas. Esto ha sido demostrado convincentemente en las investigaciones de los últimos tiempos, en las que, por primera vez, fueron investigadas obras cimeras como los comentarios de al-Hayyam sobre los *Elementos* de Euclides o la obra de al-Kashi sobre la medición del círculo. La imagen del desarrollo de la matemática árabe que hemos presentado ha de descubrirse incompleta en los próximos tiempos, y esta incompletez no ha de limitarse exclusivamente a los detalles. Los próximos complementos han de permitir apreciar mejor, y de un modo más elevado, los logros de los matemáticos del cercano y del medio oriente”.

En el año 1967 se inició la publicación de la monumental *Historia de las fuentes escritas árabes* del profesor Fuad Sezgin⁵⁷ de la Universidad de Frankfurt, que cuenta ya con ocho tomos habiendo sido proyectados veinte y que sienta las bases para un verdadero estudio de la historia de las ciencias en el mundo musulmán que se apoye en las fuentes originales. En el quinto tomo (534 páginas) y en el sexto tomo (536 páginas) están consignadas las fuentes para las matemáticas y para la astronomía respectivamente, fuentes que llegan solamente hasta la primera tercera parte del siglo XI de la era cristiana, es decir, el siglo V de la Hégira. Estos dos tomos fueron editados en los años 1974 y 1978. Se puede, pues, esperar de la investigación futura en este campo notables resultados⁵⁸.

⁵⁷ Cf. Sezgin, o.c.

⁵⁸ Otras fuentes bibliográficas importantes son: Carra de Vaux, Barón de, *Les penseurs de l'Islam*, 5 vols., París: Geuthner, 1926, y *Mathematics and Astronomy* (incluido en: *Legacy of Islam*, 1931, o.c.); Miedl, A. *La Science Arabe*, Leiden: Brill, 1938 y *El mundo islámico y el occidente medieval cristiano*, Buenos Aires-México: Espasa Calpe, 1946; Daumas, Maurice (compilador), *Histoire de la Science*, París: Gallimard, 1957; Nasr, S. H., *Science and Civilization in Islam*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1968, *An introduction to islamic Cosmological Doctrines*, Londres: Thames & Hudson, 1978, e *Islamic Science*, Londres: Thames & Hudson, 1976; Sharif, M.M. (compilador); *A history of muslim philosophy*, Wiesbaden: Harrasowitz, 1966, y *Legacy of Islam*, o.c.; Garbers, K. *La matemática y la astronomía en la Edad Media Islámica*, Madrid: Instituto de Estudios Islámicos, 1954; Dunlop, D. M., *Arabic Science in the West*, Karachi: Pakistan Historical Society, 1958; Rosenthal, F., *Das Fortleben der Antike im Islam*, Basel: Artemis, 1965; Siddiqi, "Mathematics and Astronomy" (en: Sharif, o.c.); Anawati, "Islamic Science" en: *The Cambridge History of Islam*, Londres: Cambridge University, 1970 (4 vols.).

Además (libros de consulta): *El legado de Persia*, Madrid: Revista de Derecho Privado, 1967; *Enzyklopaedie des Islams*, Leiden: Brill, 1960 (4 vols.).