

ARETE. Vol. IV. Nº 1. 1992

ANALISIS

Francisco Miró Quesada C.

ANALISIS FISICO

Analizar un objeto físico es enfocarlo lupeándolo, es decir, haciendo zoom¹. En el lupeo físico se revelan los componentes del objeto. Y cada uno de ellos puede, a su vez, ser lupeado. Conforme avanza el lupeo se van descubriendo nuevos componentes. Este proceso, matemáticamente, resulta infinito. En el proceso se encuentran, con frecuencia, figuras con formas de increíble y misteriosa belleza. Y también de inimaginable complicación. En algunos procesos hay un límite hacia el cual tienden las sucesivas apariciones de partes cada vez más pequeñas. Puede compararse al proceso de exhaustión para hallar la cuadratura de la circunferencia, creado por Arquímedes². Así, para determinar la forma que asumirá el copo de nieve de von Koch en el límite, se parte de un triángulo equilátero y se divide cada lado en cuatro

-
1. La palabra "zoom" no tiene equivalente en castellano. No hay ningún sustantivo ni verbo que permitan traducirlo directamente. Tal vez podría expresarse introduciendo la palabra inglesa en nuestro idioma, como se ha hecho con tantas palabras técnicas y deportivas, como "laser", "espín", "mapeo", "mapear", "box", "fútbol", "basket", etc. Pero si queremos verbificar "zoom" nos sale "zoomear" que es feísima, aunque se escriba "zumiar". Creemos que la mejor manera de traducir "zoom" y "to zoom" es utilizar palabras que denoten lo mismo que la palabra inglesa y, sobre todo, que expresen su sentido dinámico. La palabra "lupa" nos parece la mejor, porque de ella se pueden derivar dos neologismos que expresan correctamente los significados de "zoom" y "to zoom". Ellas son: "lupeo" y "lupear", que se derivan de la misma manera que "mapeo" y "mapear", incorporadas al lenguaje matemático español desde hace varios lustros.
 2. El concepto de límite es matemático pues en el mundo físico no existen procesos infinitos. El hecho de que, en un tiempo finito, un móvil pueda recorrer un número infinito de puntos (sobre una curva dada) constituye un hondo problema, aún no resuelto, que se plantea por primera vez en las famosas paradojas de Zenón de Elea.

partes; cada nuevo lado se divide, a su vez, en cuatro partes y se prosigue ad infinitum. Es asombroso comprobar que, sabiendo como es una pequeña parte de la figura, se sabe como serán todas las demás³. O sea, la forma de la figura, no varía en relación a la escala desde la cual se lupea.

En otros casos la sucesión de lupeos no conduce hacia un límite sino que va revelando formas diferentes pero estadísticamente análogas, que se suceden y que se van acercando a un “atractor extraño”. Lo sorprendente en este caso es que cuando, en el lupeo, se pasa del nivel N al nivel N+1 (es decir, se pasa de un nivel dado a otro más profundo) reaparece el objeto inicial sobre el que comenzó a lupearse. Es como si las diferentes formas que van apareciendo, a medida que prosigue el lupeo, tendiesen a una forma final. Hay algo así como una entelequia en sentido aristotélico. En cada nivel del proceso, reaparece el objeto del cual se partió; se presenta a manera de sínolo en todos los niveles, sin límite⁴.

La experiencia del lupeo no se reduce a la utilización de instrumentos. Es un hecho que experimentamos cientos de veces cada día y algunas veces cuando soñamos. Así, cuando queremos escalar una montaña que, de lejos, nos parecía azulina y uniforme, a medida que nos aproximamos vamos viendo detalles que antes no percibíamos. Al ascender descubrimos que en la superficie hay rocas desparramadas de color rojizo, grandes cactus, retorcidos

Si existiese el eterno retorno, tal como lo concibe Nietzsche (Nietzsche, 77), o un tiempo eterno del universo, como lo ve Stephen Hawking (Hawking, 88), existirían procesos reales infinitos. Sobre las diferentes concepciones de la finitud o de la eternidad del universo, compatibles con la teoría de la relatividad y de los cuanta, ver: Prigogine, 88 y Davies, 84. En todo caso la física, tanto relativista como cuántica, desde el punto de vista matemático e incluso empírico, permiten considerar que la probabilidad de que el universo ha tenido un origen es muy alta. La tesis de que dichas teorías permiten (por lo menos en el estado actual de su desarrollo) afirmar que el universo es eterno, es altamente especulativa.

3. Sobre el copo de nieve de von Koch, ver: Peitgen y Saupe, 88; también Stewart, 89. Esto no sucede con las figuras estudiadas en la geometría euclídeana (que es la que se estudia en el colegio). Partiendo, por ejemplo, de una pequeña curva en el plano, es imposible saber la forma de la curva final.
4. Esto sucede cuando el lupeo se enfoca sobre el conjunto de Mandelbrot. Sobre la entelequia ver: Aristóteles, *Metafísica* IX 8, 1050a 23; *De Anima*, II 4, 415b 15. Sobre el sínolo ver: Aristóteles, *Metafísica*, Z 10, 1035b 24,30; 1035 b 30; 1036a 3; 1037a 26; 1060b 24.

huanarpos. Mas cuando llegamos a la cumbre descubrimos nuevos e imponentes panoramas. La montaña vuelve a ser parte de un todo más grande que la envuelve. Vemos, a lo lejos, picos nevados, majestuosos apus. Y hacia abajo descubrimos valles, hondonadas, pastizales. Nuevamente vemos objetos que, de lejos, tienen una forma que va cambiando conforme nos acercamos. Y, así, sin terminar nunca.

Si queremos descubrir los componentes de los objetos que de lejos no se percibían, pero que ahora se ven claramente, tenemos que recurrir a instrumentos sofisticados. Supongamos que, de regreso, llevamos una pequeña piedra lisa que recogimos en la cima. A simple vista descubrimos pequeñas irregularidades. Con una lupa podemos distinguirlas mejor; vemos delicadas fisuras, ligeros desniveles. Pero de allí no pasamos. Tenemos que luepar más a fondo. Para ello podemos utilizar un buen microscopio. Descubrimos, así, nuevos aspectos, muchos rayados y fisuras, numerosas protuberancias. Para seguir analizando algunas de estas nuevas partes, tenemos que recurrir a un microscopio electrónico. Pero hay recursos aun más poderosos. En nuestros días, gracias a nuevas teorías matemáticas, se puede describir el desplazamiento de diversas partículas subatómicas (que se capta de manera indirecta a través de fenómenos perceptibles; por ejemplo, las variaciones de la aguja de un voltímetro asociado a un acelerador de partículas). Se ha comprobado que el movimiento del electrón y del fotón sólo pueden describirse mediante el concepto de atractor caótico.

Físicamente el luepeo tiene un límite: la tecnología de que disponemos para analizar los objetos muy pequeños. La cantidad de niveles que se pueden analizar, de manera que cada vez se logre calar más hondo, depende de los pixels. Para disponer de la tecnología requerida, se debe recurrir a poderosas teorías físicas como la óptica y la electrodinámica cuántica, y a nuevas teorías matemáticas. Por ejemplo, debemos utilizar una computadora suficientemente poderosa para permitir el manejo de funciones iterativas hasta valores muy lejanos del punto de partida⁵, ⁶.

-
5. Se han empezado a construir, en los Estados Unidos y en Europa, "supercomputadoras" que sobrepasan, de lejos, las más poderosas existentes en la actualidad. Se espera que, con ellas, se amplíen las posibilidades del análisis físico (Stewart, 89).
 6. Las funciones iterativas son funciones recursivas en las que, partiendo de una condición inicial, cada valor de la función, se utiliza como argumento para obtener un nuevo valor. Esto produce un crecimiento inmenso y velocísimo de las cantidades calculadas, lo que permite luepar hasta profundidades que, hace pocos años, eran inimaginables.

Filosóficamente, lo revelado por los nuevos recursos analíticos, tiene un profundo significado. Los resultados del lupeo muestran que la milenaria pugna entre el idealismo y el realismo, ha sido vana. Porque, en una cantidad muy grande de casos, los componentes que constituyen un objeto sólo existen si se observan desde una determinada perspectiva. Sin la participación activa del sujeto, no hay posibilidad de análisis. La cosa *real* carece de sentido. El realismo queda refutado. Mas, por otra parte, las formas del objeto que estamos analizando rebasan el cauce de todo idealismo. La manera como estas formas se diversifican y se relacionan entre sí (la autosemejanza, la homotecia, la autosimilitud estadística, etc) no dependen de ninguna ley de la conciencia real o trascendental. Desde luego, para ver estos componentes, el sujeto debe actuar. Pero lo aparecido y la manera de aparecer es más que su acción para hacerlo aparecer. No hay ninguna dialéctica de la Idea que conduzca hacia la existencia de “dimensiones fraccionarias” o de “atractores extraños” que nos son revelados en el lupeo. El idealismo se derrumba. El objeto es el conjunto, matemáticamente infinito, de las maneras como lo vemos desde diferentes perspectivas, pero estas perspectivas no son un producto de la conciencia subjetiva o trascendental. Sólo una filosofía perspectivista permite dar cuenta de los resultados del análisis^{7,8}.

-
7. El idealismo ha tomado muchas formas a través de la historia de la filosofía occidental. Pero la más importante es la del idealismo alemán. Este idealismo tiene tres grandes cumbres: Fichte, Schelling y Hegel. Fichte, en su *Teoría de la Ciencia*, en la que parte de un idealismo subjetivo es, sin duda, el más radical de todos, aunque Schelling le sigue de cerca con su tesis del idealismo trascendental y de la identidad. El idealismo de Hegel es diferente pues no es subjetivo ni trascendental. Según Hegel, el fundamento último de la realidad es la Idea que, al negarse a sí misma, se va desarrollando dialécticamente como naturaleza. La negación de ésta conduce a la conciencia, y culmina en la autoconciencia, que se eleva al conocimiento absoluto del universal concreto. Al culminar la Idea su trayectoria, se resuelven todas las contradicciones en una última y grandiosa *Aufhebung*.

Hay curiosas analogías entre los resultados del lupeo y la dialéctica hegeliana. Por ejemplo, en uno de los más notables resultados del lupeo, el que se hace sobre el conjunto de Mandelbrot. Este conjunto reaparece en todos los componentes de los lupeos sucesivos. Si se considera como negación del lupeo N , los componentes que aparecen en el lupeo $N+1$, resulta que encontramos dicho conjunto en cada una de las partes de este último nivel. Pero lo interesante es que, aunque el conjunto de Mandelbrot es siempre el mismo, las partes que se encuentran en cada nuevo nivel no son iguales a las del nivel anterior. Esto podría interpretarse como una *Aufhebung* en la que los opuestos se conservan, pero enriquecidos por una nueva manera de relacionarse entre ellos. Además, el hecho de que los componentes de cada nivel, estén contenidos en el conjunto de Mandelbrot, coincide con uno de los principios fundamentales de la lógica hegeliana: todos los conceptos provienen

ANALISIS CONCEPTUAL

a) La clasificación

El análisis conceptual consiste en encontrar las notas (componentes) de los conceptos o de los agregados de conceptos, proposiciones, razonamientos,

de uno solo, el concepto del Ser.

Pero estas analogías no son nada precisas, y no se presentan cuando se exige mayor rigor en el análisis conceptual. Así, no se ve claro por qué el paso de un nivel N a un nivel N+1, debe ser considerado como la negación de N. Descubrir los componentes de un todo no significa negarlo, salvo que se utilice la palabra "análisis" en un sentido nuevo y forzado. Otro aspecto incompatible con la dialéctica, es que el lupeo puede hacerse en sentido inverso, o sea, en lugar de acercarnos al objeto que estamos analizando, nos aleja de él. En los pasos dialécticos de la lógica hegeliana, se encuentra, a veces, lo que él llama "Rückkehr" (retorno, regreso), por ejemplo, en el paso de la cantidad a la cualidad. Pero este regreso se detiene en el paso anterior. Proseguir el regreso de manera ininterrumpida hasta llegar al Ser como punto de partida originario, no tiene asidero dialéctico. El punto de partida sólo se encuentra en la *Aufhebung* final mediante la cual se resuelven todas las contradicciones.

De manera general, puede decirse que los esfuerzos de los filósofos dialécticos "more hegeliano" por demostrar que la negación de la negación de A, es diferente de A, se encuentran ante dificultades difíciles de superar, no sólo en el caso considerado, sino en el desarrollo de las teorías científicas. En matemáticas se encuentran numerosos ejemplos en que las contradicciones se resuelven en favor de la tesis o de la antítesis. Para no citar sino dos: la paradoja de Burali-Forti y la paradoja de Cantor. Un interesante ejemplo, en biología, es el que Monod ha mostrado, con notable conciencia epistemológica, cuando describe la dinámica de los activadores y los represores genéticos; la sucesión activador-represor-activador, conduce al mismo activador; la sucesión represor-activador-represor, conduce al mismo represor. En ninguno de los dos casos hay síntesis (Monod, 76). En física cuántica, el experimento fundamental (el paso de la luz a través de dos ranuras hechas en una superficie plana), cuya explicación ha dado origen a la electrodinámica cuántica, no tiene nada de dialéctico. La relación onda-corpúsculo pierde sentido en el submundo subatómico.

8. Este perspectivismo es diferente de la *incompleción perspectiva* que ocupa un lugar tan importante en la filosofía fenomenológica. Para Husserl el objeto está más allá de las perspectivas en que aparecen sus diferentes aspectos; es la unidad ideal que los trasciende e integra, el polo de un conjunto (que puede ser muy grande) de actos intencionales. El perspectivismo filosófico que permite dar cuenta de lo que sucede en el lupeo es el de Ortega y Gasset: la "realidad" es el conjunto infinito de las perspectivas en que las cosas aparecen. No es una unidad ideal determinada por la manera como se combinan entre sí las apariencias; es, simple y llanamente, la totalidad de dichas apariencias.

etc.⁹. Es cosa sabida que este análisis presenta grandes dificultades. En primer plano es bastante sencillo pero cuando queremos “lupear” en serio un concepto nos encontramos ante inevitables oscuridades. Si es empírico nos topamos, casi de entrada, con que todo concepto tiene un núcleo de nitidez y un margen de borrosidad. Por eso, cuando se quiere determinar la extensión de un concepto siempre nos encontramos con objetos de los que no se sabe si pertenecen o no a la misma clase. Esto crea dificultades no sólo teóricas sino prácticas. Por ejemplo, para determinar si el acusado ha cometido o no un crimen, si no se tiene una clara idea de cómo clasificar el supuesto delito, se pueden cometer graves injusticias. La aplicación de la ley siempre exige saber si algún acto cae o no bajo la extensión de una norma y, para saber esto, hay que clasificar. Asimismo, para poder construir un ordenador capaz de reconocer las diferentes formas con que se puede presentar un mismo signo, hay que clasificar.

Aunque parezca mentira, hasta hace pocos lustros no se había analizado con rigor el problema de la clasificación, a pesar de que se sabía que toda ciencia, para constituirse, debe partir de un conjunto de objetos bien definido, y que esto no puede hacerse sin clasificar. El problema de la clasificación preocupó a los zoólogos y botánicos desde la antigüedad y, también, a algunos filósofos. El primer paso fue, naturalmente, utilizar el concepto de conjunto. El reino se concibió como el conjunto universal (relativo) y las demás jerarquías se determinaron como subconjuntos propios del reino. Los subconjuntos incluidos en otros conjuntos o subconjuntos fueron llamados “taxones”. Sin embargo, pronto se descubrieron paradojas desconcertantes. Por ejemplo, si un taxón es monotípico, la especie coincide con el género; y como dos conjuntos que tienen los mismos elementos son idénticos, resultaba que la especie y el género eran la misma cosa (paradoja de Greg). Para salir del

9. Algunos lógicos y epistemólogos prefieren utilizar “término” en lugar de “concepto” y “sentencia” en lugar de “proposición” o “juicio”, pues les parece que estas palabras son demasiado vagas. Cuando utilizan la palabra “proposition” reducen su significado al concepto de conjunto de “sentences” (Ayer, 36), (Quine, 70). Otros, influenciados por el constante uso de “sentence” por los autores anglosajones, emplean “sentencia” para referirse a la expresión oral o escrita de una proposición. Este significado de “sentencia” no se encuentra en el Diccionario de la Real Academia de la Lengua. Pero, en cambio, una de las acepciones de la palabra “oración” es, precisamente, “palabra” o “conjunto de palabras” con que se expresa un concepto. No es, pues, necesario recurrir al término “sentencia” que es una mala copia de “sentence”. Creemos que “Sentential Logic” se traduce perfectamente bien, como “Lógica Oracional”.

impasse se propuso que los taxones superiores fueran conjuntos integrados por los taxones de la jerarquía inmediata inferior. Pero si se acepta esta propuesta resulta que no puede decirse de un peruano, que es latinoamericano, porque cada taxón sólo incluye los taxones inmediatamente inferiores, de manera que para que un peruano fuera latinoamericano tendría que ser una especie y no un individuo. Estos problemas preocuparon mucho a los filósofos medioevales que para saber si un ángel podía bailar en la punta de una aguja hicieron análisis de extraordinaria agudeza. Porque el problema es, en verdad, difícil; los ángeles eran concebidos como especies, y no se comprende bien la posibilidad de que una especie pueda tener contacto con un objeto témporo-espacial. Dilucidar con rigor el concepto de clasificación exige hacer análisis de fineza insospechada hasta hace poco tiempo¹⁰.

b) *El abismo de la deducción*

El problema de la clasificación es, a no dudarlo, profundo. Pero comparado con el de la deducción (entrañamiento), resulta superficial. El problema de especificar las condiciones necesarias de la deducción fue resuelto por los griegos. Nos han dejado, sobre el tema, textos que constituyen algunas de las páginas más brillantes de la historia intelectual de la humanidad. Así, para Aristóteles, las *condiciones necesarias* de la deducción se reducen a una: si las premisas son verdaderas, la conclusión es, *necesariamente, verdadera*¹¹.

10. Además del concepto general de conjunto y de operaciones con conjuntos (intersección, unión, inclusión, etc.), se han tenido que utilizar los conceptos de partición, de clases de equivalencia, de retículo distributivo, de grupo, de semigrupo, y de álgebra no booleana. A quien esté interesado en profundizar el problema de la clasificación recomendamos el excelente libro de Jesús Mosterín, 84.

11. Aristóteles, *Organon, Analytica Priora*, A, 24b 20. Y en muchos otros pasajes. La creencia que el conocimiento científico debe ser necesario se encuentra en los albores del filosofar helénico. La necesidad de los argumentos deductivos se descubre ya en los pitagóricos. En Parménides encontramos ideas vertebrales sobre los principios lógicos: identidad, tercio excluido y no contradicción. Hablando en lenguaje kuhneano y, además, pedante, puede decirse que, a partir de Parménides, se establece el paradigma tauto-metáxico-antifásico que encauza el desarrollo de toda la lógica helénico-occidental hasta la aparición de las primeras lógicas no-clásicas con Lukasiewicz y Heyting (la lógica modal de Lewis no hace sino formalizar principios modales que eran ya conocidos o vislumbrados por los griegos —Aristóteles, *De Interpretatione, Analytica Priora*—, los megáricos, los estoicos (Bochenski, 51), Boecio (Dürr, 51). Es cierto que Lewis desarrolla diferentes sistemas modales, algunos de los cuales son novedosos

Este resultado ha mantenido su vigencia durante más de dos mil años. La lógica clásica asume este supuesto casi siempre sin mayores comentarios. Pero es evidente que el concepto de la relación de necesidad entre premisas y conclusión, cuando no está expresamente enunciada, está implícitamente supuesta. La explicación y la predicción científicas se basan en este supuesto¹². La importancia de la lógica clásica de primer orden reside en que, para

pero, en esencia, la lógica modal, antigua y moderna, no es una lógica heterodoxa sino en sentido estricto: si se considera como heterodoxo todo sistema que utilice símbolos que no pueden ser definidos en el lenguaje de la lógica clásica. Mas, en sentido amplio, la lógica modal no hace sino explicitar el presupuesto de la relación de necesidad entre la verdad de las premisas y la de la conclusión). Sobre el discurso lógico en Parménides, ver el novedoso y profundo libro de Alfonso Gómez-Lobo, *Parménides*, Editorial Charcas, Buenos Aires, 1985.

12. El hecho de que las explicaciones y predicciones en la moderna física cuántica sean probabilísticas, no significa que no cumplen la condición aristotélica de necesidad. Para explicar y predecir se debe emplear alguna forma, bien desarrollada, del cálculo de probabilidades y este cálculo se constituye partiendo de axiomas y deduciendo, *de manera necesaria*, el conjunto de los teoremas. Es revelador, seguir la manera como la exigencia de necesidad en la fundamentación racional del conocimiento, se va desplazando desde la necesidad universal de la conexión causa-efecto (física clásica), pasando por la necesidad causa-efecto determinada por el cono de luz relativista (relatividad restringida), por la necesidad de la relación energía-curvatura del espacio-tiempo (relatividad generalizada), hasta la necesidad de la determinación de los valores de la función de onda de Schrödinger por las respectivas coordenadas espaciales. Si en lugar de desarrollar la mecánica cuántica utilizando la ecuación de onda, se utilizan las matrices de Heisenberg, los valores obtenidos se deben a determinadas operaciones sobre dichas matrices, cuyos resultados se obtienen de manera lógicamente necesaria. Esta necesidad es la que permite aplicar la matemática en la elaboración de las teorías científicas.

La importancia del concepto de necesidad para constituir el conocimiento científico se revela de manera espectacular en la teoría de la plurimundanalidad de Everett-Wheeler, según la cual en cada instante el universo en que vivimos se divide en innumerables universos diferentes, en los que rige la necesidad causal. El universo que vemos nosotros no es sino uno de ellos. Esta interpretación parece muy extraña pero sucede que, gracias a ella, se evita caer en interpretaciones más extrañas todavía, como la teoría del colapso de la función de onda que conduce, de manera inevitable, a suponer que mientras no se observa un hecho no se puede ni afirmar ni negar que tal hecho existe (la famosa paradoja del "gato de Schrödinger"). Esta interpretación, llamada la "interpretación oficial de la física cuántica" (o la interpretación de la Escuela de Copenhage), es la que impera en la comunidad de los físicos teóricos. Sobre la teoría de Everett-Wheeler ver: Jammer, 74 y Gribbin, 88 (este libro es muy pedagógico y puede ser comprendido por un lector sin formación matemática, siempre y cuando lo lea con cuidado).

efectuar deducciones matemáticas, no se necesita más. Todas las deducciones realizadas en las ciencias exactas y en las ciencias físicas y naturales, resultan válidas si se cumple esta condición¹³. Lo mismo sucede en las ciencias sociales¹⁴ e, incluso, en los razonamientos hermenéuticos (éstos van más allá de la lógica, pero no pueden hacerse sin ella)¹⁵.

-
13. Es ya tradicional la creencia de que la matemática clásica, incluyendo la teoría de los conjuntos, puede desarrollarse mediante la sola utilización de la lógica de primer orden. Sin embargo investigaciones más o menos recientes (a partir de fines de la década de los 60), muestran que las cosas no son tan claras. Aunque, en principio, los autores están de acuerdo en que esta reducción es posible, hasta la fecha no se ha formalizado la totalidad de las teorías matemáticas mediante la lógica de primer orden. En diversas teorías esta formalización resulta tan artificiosa y difícil que no vale la pena el esfuerzo. Hay teorías en que la lógica de segundo orden e, incluso, de órdenes superiores, son las correspondientes "lógicas naturales" que permiten pasar de los axiomas y las condiciones iniciales a los teoremas, es decir, lógicas cuya aplicación permite derivar las consecuencias deductivas con sobriedad y elegancia (por ejemplo en el análisis clásico y, más aún, en la topología). Pero la lógica de primer orden no sólo padece de *incomodidades expresivas* sino que *hay teorías que no pueden expresarse por medio de ella*. Por ejemplo, la teoría de los grupos abelianos de torsión libre no requiere, para su desarrollo, símbolos que no pertenezcan a la lógica clásica de primer orden. Mas, en cambio, no puede desarrollarse si no se emplean diyunciones con infinitos componentes (infinito de cardinalidad Aleph "o"); y este tipo de fórmulas no puede darse en la lógica de primer orden, en que todas las fórmulas lícitas deben ser finitas (aunque pueden ser muy largas) (Barwise, 78). Además, con la lógica de primer orden no pueden desarrollarse de manera coherente y rigurosa importantes teorías filosófico-matemáticas, como la teoría de los tipos de Russell o los sistemas lógicos con semántica no bivalente.
 14. En las ciencias sociales la explicación y, sobre todo, la deducción sólo tienen sentido probabilístico; la situación es parecida a la de la física cuántica, con la diferencia de que en ésta las probabilidades se refieren a objetos y hechos de dimensiones sumamente pequeñas, de manera que las explicaciones y predicciones dan la impresión, en el mundo molar, de ser deterministas. En cambio, las explicaciones y predicciones de las ciencias sociales tienen, también, carácter probabilístico, pero en el mundo de lo perceptible y, por eso, se presentan de manera más conspicua.
 15. En relación a la hermenéutica, algunos autores sostienen que en el razonamiento jurídico la deducción lógica no desempeña ningún papel importante, porque una sentencia puede cambiar el significado de la conclusión de una deducción por más rigurosa que ésta sea. Pero esta tesis es falsa porque la deducción jurídica es, como toda deducción, formal. Supongamos que la conclusión de un razonamiento jurídico es "S", que se ha derivado de las premisas "P" y "Q". Es evidente que el significado de "S" está determinado por el significado de dichas premisas. Supongamos ahora

Mas cuando se quiere encontrar las condiciones suficientes de logicidad, la búsqueda se torna, en verdad, difícil. Tan difícil que hasta la fecha, aunque se han obtenido algunos resultados importantes, estamos aún lejos de haber desentrañado el problema.

Para comprender esta situación es menester hacer un poco de historia. Pasamos por alto los notables aportes de los filósofos medioevales y los más notables, aún, de Leibniz; todos ellos sólo integran una pequeña parte del conocimiento lógico actual. Boole y De Morgan hacen un aporte decisivo al mostrar que el razonamiento lógico se puede matematizar de manera riguro-

que “P” y “Q” conservan el mismo significado pero que el juez interpreta “S” de una nueva manera. En este caso se puede impugnar, ante una instancia superior, la sentencia del juez por haber hecho una interpretación inadecuada del significado de la conclusión. Si la impugnación es aceptada, se está reconociendo que la deducción ha sido lógicamente correcta. Pero supongamos que la impugnación no ha sido aceptada y el juez competente sostenga que la nueva significación de “S” es correcta. Entonces es inevitable reinterpretar “P” y “Q” pues, si no fuera así, no habría ninguna relación entre las premisas y la conclusión. Y esto tendría dos graves consecuencias: 1) sería imposible hacer ninguna deducción en la práctica del derecho, cosa que es contradicha por la experiencia de la vida jurídica en la que se encuentran innumerables procesos deductivos en las situaciones más variadas; 2) los jueces, los abogados, los juristas encontrarían a cada paso términos con diferentes significaciones, y esto va en contra del principio de coherencia que es uno de los pilares fundamentales de la dogmática jurídica. La prueba de esto es que, aunque dos normas contradictorias no anulan “ipso facto” el sistema normativo en el que se producen, los legisladores y los jueces tratan siempre de eliminar la inconsistencia, ya sea recurriendo a la interpretación (por lo general extensiva o analógica) o al cambio de una o más partes del sistema, o a los principios generales del derecho o a cualquier otro procedimiento lícito. Sobre los problemas deductivos que se presentan en la práctica del derecho y la manera cómo se pueden enfrentar las contradicciones normativas para evitar el colapso del sistema que las incluye, ver: Miró Quesada, 54, 56, 86, 88.

El concepto de *interpretación* (hermenéutica), a pesar de su permanente empleo en la práctica y la teoría jurídicas y, asimismo, en numerosos textos filosóficos, deja mucho que desear en cuanto a su claridad. No hay acuerdo general sobre dicho concepto ni sobre el método hermenéutico. La manera como se usa el vocablo “hermenéutica” en la filosofía actual, es sumamente laxo. Gracias al progreso que ha experimentado el análisis filosófico en los últimos años, la interpretación tanto la del lenguaje natural como de los lenguajes filosófico y jurídico ha comenzado a ser abordada con rigor creciente (von Wright, Castañeda, Dascal, Alchourrón, Bulygin, et alia). Hace poco se ha intentado, en nuestra opinión, de manera interesante (aunque con algunos “peros”) rigorizar la concepción heideggeriana de la hermenéutica, y aplicarla a la filosofía matemática (Salanskis, 91).

sa. Pero no pasan de la teoría extensional de los conceptos (entre los que se incluyen el de clase y el de relación) y tampoco formalizan la cuantificación (esta limitación es aun mayor que la anterior). La lógica sólo comienza a desarrollarse de manera general, a partir de Frege y Peano. Frege parte de unos pocos axiomas que son principios lógicos evidentes (o que, por lo menos, en su época parecían serlo). Aplicando dos reglas operativas, el *modus ponens* y la *instanciación universal*, más la negación, deriva teoremas que, a su vez, son principios lógicos. De manera admirable, su sistema resulta consistente y completo. Reajustando pequeños detalles como, por ejemplo, que no explicita la regla de sustitución, que su simbolismo es demasiado complicado, y algunos otros, su sistema es la primera elaboración de la lógica clásica de primer orden, con la que puede formalizarse la deducción matemática. Peano, utilizando la lógica clásica de segundo orden, crea, después de un lapso de veintidós siglos, una nueva teoría axiomática: la aritmética. Esta teoría se puede, también, desarrollar con una lógica de primer orden, pero entonces pierde su carácter categórico (o de saturación), porque es inevitable introducir un axioma de inducción completa, para cada atributo del sistema de primer orden.

Partiendo de estos dos grandes aportes y de las investigaciones de Boole, de De Morgan y Schröder, Russell y Whitehead escriben una obra monumental, "Principia Mathematica", que fue celebrada como un "Novissimum Organum" que contenía el "non plus ultra" del razonamiento deductivo, la lógica definitiva. Se creyó que su sistema formalizaba adecuadamente el concepto de deducción. Pero pronto se descubren las llamadas "paradojas de la implicación material". Se consideran paradojas porque van en contra de nuestras *intuiciones lógicas*. Y esto significa que el análisis del concepto de deducción no ha sido realizado con suficiente profundidad. Se descubren "niveles" de profundidad en el análisis conceptual; y la intuición intelectual que era considerada como no confiable desde el descubrimiento de las geometrías no euclidianas y el desarrollo de la teoría de la dimensión, vuelve por sus fueros.

Se descubrió que las paradojas de la implicación material se debían a que Frege, Schröder y Russell tuvieron una concepción extensional de la deducción y que, por eso, se les había escapado la esencia de la inferencia deductiva que consiste en su necesidad y que, por lo tanto, es intensional. Para superar esta dificultad Lewis creó los primeros sistemas totalmente explícitos de lógica modal; y llamó "implicación estricta" a la consecuencia necesaria entre las premisas y la conclusión. La diferencia entre sus sistemas correspondía al hecho de que, de manera intuitiva, las relaciones entre los operadores modales no son, en algunos casos, plenamente evidentes. El aporte de

Lewis era un gran paso pero, casi de inmediato, se descubrió que la implicación estricta conducía a paradojas aun más perversas que las de la implicación material. Nuevamente, fue la intuición intelectual lo que rebasó la formalización de Lewis. De modo sorprendente, la exigencia de rigor obligaba a formalizar el análisis pues las evidencias intelectuales eran demasiado vagas para confiar en ellas; pero la evidencia intelectual proporcionaba, una y otra vez, los contraejemplos que invalidaban las formalizaciones¹⁶.

A partir de esta situación los sistemas de lógica comienzan a proliferar. La lógica relevante permite, por fin, formalizar el concepto de implicación deductiva, sin que se produzcan paradojas (teorema de Sugihara)¹⁷, pero no logró determinar el conjunto de las condiciones suficientes de logicidad. Para hacerlo se tuvo que eliminar de todo sistema relevante suficientemente rico, el silogismo disyuntivo. Este paso ha sido considerado por muchos como artificioso y puramente “ad hoc”, sin ninguna justificación teórica. Pronto se encontraron diferentes sistemas cada uno de los cuales correspondía a la amplitud que podía abarcar la teoría y al tipo de fórmulas que se podían obtener. Pero estos sistemas no incluían, de manera explícita, el concepto de necesidad (es decir, que el paso de las premisas relevantes a la conclusión debe tener el carácter de la necesidad). Para alcanzar esta explicitación se tuvo que agregar un nuevo símbolo a los sistemas relevantes, lo que complicó

16. El hecho de que Lewis quisiera elaborar una lógica modal sobre la base de una implicación estricta, muestra que había llegado a la conclusión de que la lógica clásica no contenía una adecuada formalización de la implicación deductiva. Esto se debía a que no se explicitaba en ella el aspecto de necesidad que debe tener toda implicación. La motivación profunda de la creación de Lewis no fue sólo evitar las paradojas de la implicación material, sino explicitar la relación de necesidad que caracteriza toda auténtica deducción lógica. Las paradojas de la implicación material son consecuencias, y no generadoras, de una caracterización insuficiente. Cuando Tarski presenta su famosa definición del concepto de consecuencia lógica, expresa en ella la nota fundamental de necesidad sin utilizar operadores modales en el lenguaje objeto. La definición de Tarski, que pertenece al ámbito de la lógica y metalógica clásicas, revela la creencia de que, utilizando los recursos de ambas, se puede formalizar adecuadamente la relación de necesidad que debe existir entre la verdad de las premisas y la de la conclusión. Pero dicha definición sólo incluye la condición necesaria de la relación de entrafiamiento, no la condición suficiente, por la sencilla razón de que permite considerar como deducciones casos en que las premisas no tienen ninguna relevancia para la conclusión.

17. Sobre el teorema de Sugihara ver: Anderson and Belnap, 77.

aún más su ya complicada estructura. Otra objeción, tal vez la más grave, era que estos sistemas sólo podían ser interpretados por medio de una semántica muy complicada que, como la eliminación del silogismo disyuntivo, tenía todos los visos de haber sido construída “ad hoc” sin tener un convincente fundamento teórico. Y también que con los sistemas de lógicas relevantes era imposible derivar las fórmulas de la matemática clásica. Es apasionante seguir la evolución de la lógica relevante y sus posibilidades de aplicación y, de manera general, de la búsqueda de criterios suficientes de logicidad¹⁸. Pero no es necesario conocer esta historia para comprender lo que sigue.

Con lo expuesto resalta claramente la pavorosa dificultad del análisis de los conceptos fundamentales del pensamiento filosófico y, a fortiori, del científico. Cuando se quiere llegar al fondo, donde se incrustan las raíces de toda teoría, la presión de las profundidades es demasiado fuerte, la razón tiene que emerger a la superficie para no ahogarse. Pero apenas ha respirado el aire puro y glacial del formalismo, vuelve a bucear queriendo siempre aproximarse más y más al fondo, que tal vez no existe...

c) *El análisis dialéctico*

Para superar los límites del análisis de la deducción, se pensó que ellos se debían a una errada concepción de la lógica. Partiendo de la tradición platónico-aristotélica, que provenía de la iniciada por Parménides, se había concebido la lógica como algo estático, cuyos principios eran eternos e inmodificables¹⁹. Desgraciadamente, la vislumbre de Heráclito no encontró condiciones propicias para su desarrollo. Hay que esperar hasta Kant para mostrar que la contradicción está agazapada en la propia razón, y para comprender la importancia filosófica de la dialéctica. La Dialéctica Trascendental de Kant muestra que, cuando la razón deja de lado la experiencia, cae en inevitables contradicciones (hay algunos aspectos falsos en la doctrina

18. Sobre el intento de encontrar un criterio universal de logicidad que valga para todos los sistemas lógicos théticos, ver: Miró Quesada, 89; y que valga tanto para los sistemas théticos como athéticos, ver: Miró Quesada, 92.

19. Es un hecho que tanto la lógica tradicional como la clásica son estáticas, en el sentido de que no tienen nada que ver con el tiempo. Incluso las lógicas temporales (creadas por Prior) son estáticas, pues tienen reglas fijas de inferencia deductiva.

kantiana de las antinomias pero, en principio, Kant está en lo cierto). Fichte, Schelling y Hegel intentan superar el “impasse” desarrollando un nuevo método de análisis: el método *dialéctico*²⁰. Partiendo de un sólo concepto van extrayendo, mediante una dinámica interna a él, nuevos conceptos de acuerdo a la regla de la triada dialéctica. Tesis, antítesis, síntesis. Cada nueva síntesis es la tesis que permite seguir avanzando en la marcha de la dialéctica.

Se trata de una nueva forma de análisis. Ya no se intenta bucear cada vez más hondo en los conceptos luchando desesperadamente por tocar fondo. Ahora, en lugar de bucear, se pesca, se sacan a flote las notas conceptuales. No cabe duda de que se trata de una nueva técnica lógico-analítica. Porque del vientre de un concepto, que se toma como punto de partida (el Ser, en el caso de Hegel), van emergiendo nuevos conceptos. Se van conociendo, así, a través de cada paso dialéctico, las notas potenciales del concepto originario²¹.

Pero, desgraciadamente, el análisis dialéctico debe enfrentarse a escollos tan grandes como el análisis clásico. Los diferentes autores no están de acuerdo sobre el orden y la índole de los conceptos que emergen conforme avanza el proceso. No puede mostrarse con rigor cual es el término de la expansión dialéctica. Las predicciones que permite hacer la aplicación del método, no se cumplen.

20. Los pasos dialécticos son, con frecuencia, poco relevantes respecto de la conclusión. Pero creemos que dicho método aunque es, en esencia, sintético, efectúa, sin embargo, una especie sui generis de análisis. Porque, aunque el análisis no consiste, en el caso del método dialéctico, en encontrar conjuntos de notas características del concepto analizado, los conceptos que se van determinando a partir de otros, contienen estos últimos. Así, el concepto de Ser remite al No-Ser, y la síntesis de ambos constituye el Devenir que contiene como componentes constitutivos, el Ser y el No-Ser. Conforme se van obteniendo nuevos conceptos se van utilizando los anteriores de modo que éstos constituyen, por lo menos en parte, las notas de aquellos. Es, podría decirse, un análisis al revés. En el análisis clásico se buscan las notas del concepto sin salirse de él; en el análisis dialéctico las notas no se “extraen” del concepto sino se “unen” para constituirlo (*Aufhebung*). Esta unión las conserva, modificadas, pero reconocibles, como *momentos* constitutivos del nuevo concepto. El análisis clásico puede compararse a la fisión nuclear; el análisis dialéctico a la fusión. En esta última, los átomos de dos elementos (pueden ser más) se unen para formar un nuevo átomo, pero en el nuevo elemento se conservan los elementos de ambos, aunque de manera modificada.

21. Este proceso es expuesto por Hegel en numerosos textos, pero el más sistemático es su *Ciencia de la Lógica*.

Pero la más grave dificultad de la dialéctica, es que no se sabe si los pasos que se dan son necesarios o no lo son. Hegel nunca es tajante sobre este punto. Cuando un paso dialéctico conduce a la necesidad, el paso siguiente remite a la libertad, y vice versa. Pero si los pasos dialécticos no son necesarios, entonces, ¿qué cosa son? Hegel sostiene que la lógica no debe formalizarse, y critica los intentos de Leibniz por crear una lógica matemática²². De manera que la dialéctica hegeliana cae en un dilema: si los pasos dialécticos son necesarios, entonces la dialéctica no tiene nada de dinámica, todas las etapas están predeterminadas; es tan rígida como la lógica clásica. Pero si los pasos no son necesarios, entonces son contingentes y pueden darse de manera arbitraria (más adelante veremos que hay una posible salida de esta dificultad si la dialéctica se reinterpreta de una nueva manera utilizando conceptos metateóricos).

Hay, sin embargo, algunas líneas en *La Ciencia de la Lógica* que permiten colegir que Hegel pensaba que los pasos de la dialéctica son necesarios²³. Esta es la razón de por qué no podía haber acuerdo entre los epígonos y que la historia de la dialéctica, a partir de Hegel, esté jalonada por una serie de vaguedades, arbitrariedades e incongruencias. Porque si los pasos son necesarios, todos los que aplican la dialéctica deberían de ver con perfecta claridad cuál es el paso N+1, una vez que se ha llegado al paso N (en que N comienza desde 0). Pero resulta que para el autor A, el paso que debe seguir de N, es tal y tal, mientras para el autor B, es el cual y cual. Ahora bien, cuando el análisis comienza a mostrar que una teoría de cualquier tipo, en contra de lo que se creía, contiene inocultables vaguedades, no queda sino un camino: formalizar. Como sucedió con la lógica clásica, la lógica dialéctica comenzó a formalizarse. Y con un paralelismo casi exacto con lo sucedido en relación a la lógica matemática, los formalizadores discreparon, no sólo en el detalle, sino en los principios fundamentales. Tampoco podemos hacer la historia de este proceso que, en la actualidad, es cada vez más caudaloso. Bástenos decir que, para unos, el método dialéctico no es triádico sino tetrádico (Dubarle), para otros, el sistema de Hegel se desarrolla de manera diádica, triádica y tetrádica (Hössle); algunos sostienen que no hay antítesis sino antinomias; tampoco hay síntesis sino análisis de contradicciones (Brauer);

22. Hegel, 34, Tomo II, p.333.

23. Hegel, 34, Tomo I, p.333.

hay quienes piensan que el razonamiento dialéctico puede interpretarse en relación a numerosos modelos de situaciones reales entre sujetos que esgrimen tesis incompatibles (Hegselsman); también se ha considerado que la inferencia dialéctica sólo puede efectuarse dentro de los marcos de la lógica paraconsistente no relevante (Da Costa, Arruda, Sete), pero a esta tesis se contraponen quienes sostienen que los marcos deben ser paraconsistentes y relevantes (Routley, Meyer, Priest).

El que más ha avanzado, en nuestro concepto, en la formalización de la lógica dialéctica, es Batens que logra elaborar una “lógica dialéctica dinámica” que es, por supuesto, paraconsistente. Las reglas de inferencia, basándose en contradicciones y síntesis, van cambiando conforme el razonamiento va avanzando, cumpliendo en cada paso, condiciones precisas que varían en relación al contenido conceptual que interviene en el proceso. Como supondrá el lector, aunque Batens ha marcado una nueva etapa en el desarrollo de la teoría dialéctica, se trata de una lógica atosigantemente complicada. Además las reglas que establece no reflejan del todo el proceso dialéctico que caracteriza el pensamiento de Hegel. Y hasta el momento, no parece aplicable (lo que no significa que, en el futuro, cercano o lejano, no se encuentren aplicaciones importantes; tal vez en los programas expertos de informática en los que es recomendable aplicar algún tipo de lógica paraconsistente).

Como vemos, el estado de la lógica dialécticas es, en los actuales momentos, nada claro, no hay acuerdo entre las partes. Pero por lo menos ya no se revuelca, en los congresos de filosofía, a los lógicos dialécticos. Contra el terrorismo lógico se esgrime, ahora, el terrorismo dialéctico. Después de todo, algo se ha ganado.

LOGICAS INTERNAS Y LOCALES

¿Significa esta proliferación de lógicas de todo tipo, que la razón humana es incapaz de fundamentar el conocimiento? Los neopirrónicos sostienen, con entusiasmo que, efectivamente, es así (Feyerabend, Kuhn, Rorty, Derrida, etc). Lo único malo es que no practican la sana *epoche* y, en lugar de quedarse callados, como conviene a todo pirrónico decente, publican una serie de trabajos en que demuestran, con brillo, su enciclopédico desconocimiento del método científico (Kuhn sí lo conoce bien pero lo interpreta mal, pues parece no darse cuenta de que lo permanente en el conocimiento científico de la naturaleza no es el contenido de las teorías sino su poder *descriptivo-ex-*

plicativo-predictivo, y el *principio de simetría* (este principio es fundamental en la ciencia moderna, a partir de Galileo, pero los griegos lo vislumbraron²⁴).

En realidad, la situación de la teoría deductiva es algo muy distinto de lo que imaginan los escépticos que no se han dado el trabajo de seguir con seriedad sus más recientes desarrollos. Por lo pronto, debemos señalar que hay numerosos sistemas de lógica, en apariencia muy diferentes por su contenido, que tienen notables coincidencias formales. Estas coincidencias revelan que hay ciertas estructuras comunes entre dichos sistemas, y que ello muestra que los universos de interpretación tienen, asimismo, aspectos atributivos comunes que habían pasado desapercibidos. Y esto permite pensar que, por lo menos en relación a algunos sistemas importantes, es posible encontrar rasgos comunes en relación a las condiciones de lógica.

Pero el resultado más notable de todos es que, aplicando la teoría de las categorías al análisis lógico²⁵, se ha visto que la lógica clásica no brinda la capacidad de conocer todas las propiedades de los objetos pertenecientes a ciertos tipos de universos. Sólo puede aplicarse, desde *fuera*. Hay propiedades que sólo pueden conocerse si se utiliza la *lógica interna* del universo

-
24. Cuando Eratóstenes demuestra que la tierra es redonda midiendo la sombra de una estaca en latitudes diferentes (y en el mismo meridiano), presupone que los rayos de luz avanzan en línea recta y que esta propiedad es la misma en cualquier latitud o meridiano.

Incluso la afirmación de que la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica son inconmensurables con las correspondientes teorías clásicas es exagerada. Uno de los aspectos más importantes de ambas teorías es que, tanto la física newtoniana como la mecánica clásica resultan casos particulares de las primeras. Se puede argüir que para demostrar que dichas teorías son casos particulares de las nuevas teorías, hay que utilizar conceptos que no existen en aquellas, de manera que no se trata de casos particulares sino que se ha interpretado la mecánica clásica (tanto molar como atómica y subatómica) de manera diferente.

Sin embargo, creemos que no se ha dicho la última palabra sobre este punto y que la tesis de la inconmensurabilidad debería ser revisada, desde un punto de vista estrictamente técnico, sin dejarse llevar por la moda o por el prurito de parecer revolucionario.

25. La teoría matemática de las categorías no tiene nada que ver con la concepción filosófica de las categorías en sentido aristotélico, o kantiano, hegeliano, etc. Es una teoría que tiene, en relación a diversos conceptos y teorías matemáticos, más poder expresivo que la teoría de los conjuntos. Sobre la discusión de qué teoría es superior para fundamentar la matemática, ver: Marquis, 88a, 88b.

al que pertenecen²⁶. Cada tipo de universo constituye una ontología o, mejor, una familia de ontologías posibles. Cada ontología o, mejor, cada familia de ontologías, impone una lógica determinada. Esta lógica se denomina "Lógica interna", y puede ser válida para diversas familias de ontología. Así, la lógica clásica es la lógica interna de la teoría de los conjuntos. Este hecho permite comprender por qué los matemáticos siempre se han sentido tan cómodos utilizando la implicación material, y por qué esta implicación nunca ha sido engullida por los filósofos (salvo por algunos que pretenden ser pragmatistas y/o convencionalistas pero que no lo son como, por ejemplo Quine, que bajo la amenazadora piel de lobo pragmato-convencionalista oculta el dulce vellón del cordero platónico^{27, 28}).

-
26. El creador de esta nueva manera, mucho más profunda que las precedentes, de analizar la relación entre la lógica y la ontología, es W. A. Lawvere, con la importante colaboración de Tierney. Lawvere es uno de los más grandes matemáticos del momento y es, además, un filósofo de la mayor importancia. Desgraciadamente sus trabajos exigen conocimientos matemáticos profundos para ser comprendidos y no pueden ser resumidos en un texto corto como el presente.

Newton A.C. da Costa es pionero en la tesis de que la lógica está íntimamente ligada con la ontología, pues sugirió esta tesis en 1961, en un trabajo memorable publicado en 1966.

Entre los filósofos que no utilizan métodos formales pero que han señalado la conexión de la lógica con la ontología, debe citarse a Ortega que considera que la lógica está íntimamente unida al contenido que se estudia por medio de ella. Afirma con razón, además, que Hegel concibió la lógica de esta manera (Ortega, 28; sobre este punto, ver: infra, nota 30). Debido a la época en que Ortega expresa estos conceptos, es un gran mérito haberse dado cuenta de este hecho fundamental con respecto a la racionalidad del conocimiento.

27. En realidad es difícil saber si la ontología impone la lógica que debe usarse para estudiar matemáticamente un universo de objetos, o si es la lógica la que impone sus cauces a la región que se pretende estudiar. Nosotros creemos que lo que impone condiciones es la ontología. En efecto, se pueden definir categorías que, por el hecho de ser como son, determinan la lógica que debe ser utilizada para estudiarlas. Por ejemplo, la categoría de las funciones conjuntuales impone una lógica trivalente. Esta lógica es *interna* porque su campo de acción queda determinado por el tipo de la categoría definida. En otros casos la categoría impone una lógica bivalente pero no clásica, es decir, no booleana (categoría de acción monoidal). Las categorías señaladas pueden ser estudiadas utilizando la lógica clásica, pero entonces se les conoce desde *afuera* y presentan propiedades que no tienen cuando se utiliza la lógica *interna*. Recíprocamente, utilizando la lógica interna se descubren propiedades que no se ven cuando se utiliza la lógica externa. Sin embargo, la influencia de la ontología sobre la lógica y de la lógica sobre la ontología puede ser enfocada, con rigor, en el sentido inverso. Sea como sea, lo que es fundamental destacar es

Si se pasa de la teoría de los conjuntos a la teoría de las categorías, se ve que la lógica interna de cierta clase de categorías muy importantes, es la lógica intuicionista (que es un un sistema determinado de la lógica paracompleta). Como es sabido, en esta lógica el principio del tercio excluído no puede aplicarse cuando el objeto de estudio es un universo infinito allende el infinito potencial. O sea, que en los sistemas paracompletas, dos proposiciones contradictorias pueden ser ambas falsas. Esto permite pensar que la lógica interna de los universos inconsistentes (heracliteanos) podría ser la lógica paraconsistente. En una línea algo distinta de la lógica categorial, pero emparentada con ella se están investigando las llamadas “lógicas locales” en las que el desarrollo de una teoría científica impone utilizar lógicas diferentes según sean sus contenidos²⁹, ³⁰.

Como vemos, la razón humana sigue siendo capaz de fundamentar el conocimiento. Lo que sucede es que, debido al permanente desarrollo de las

que hay una relación mucho más estrecha entre los universos estudiados matemáticamente y la lógica requerida para estudiarlos, de lo que supusieron los lógicos clásicos. Es una relación uni-múltiple en el sentido de que una misma lógica interna puede ser la lógica adecuada para conocer deductivamente una familia de ontologías.

28. En una conversación personal, en Palermo, durante un Encuentro del Institut International de Philosophie, en 1984, cuando le dije que era un platónico, citando una frase de su libro *Roots of Reference*, me respondió: “Yes I’m a grudging Platonist”.
29. En todos los tipos de lógicas internas que pueden determinarse en la teoría de las categorías se presupone el principio de no contradicción. Esto hace pensar que esta teoría no puede dar cuenta de la lógica que debe utilizarse para estudiar universos inconsistentes. Pero Lawvere, utilizando los conceptos de bi-categoría, de transformación natural, de adjunción (*adjointness*) y otros más, que son fundamentales para desarrollar en profundidad la lógica categorial, ha logrado hacer avances importantes sobre la posibilidad de sistematizar la dialéctica hegeliana sin salirse del marco de la teoría de las categorías (Lawvere, 89). Esperamos que pronto culmine su *bahnbrechende* investigación.
30. Sobre el concepto de lógicas locales, ver: Gauthier, *De la logique interne*, Vrin, 1991. La diferencia entre lógica interna y lógica local no es totalmente clara. De acuerdo al pensamiento de Gauthier una lógica es local cuando, dentro de una misma teoría matemática, se encuentran aspectos que no pueden desarrollarse con la lógica que se estaba aplicando y, por eso, hay que recurrir a un nuevo tipo de lógica. No habla Gauthier de lógicas internas. Pero, en sentido amplio, la lógica interna de algún universo, puede considerarse como una lógica local.

ciencias lógico-matemáticas, es posible bucear cada vez más hondo en el penetral del razonamiento deductivo. Y es ahora que pueden apreciarse en todo su valor los aportes hegelianos a la lógica. Es cierto que el desarrollo de su pensamiento es, muchas veces, vago; también es cierto que nunca indica claramente si los pasos dialécticos se suceden de manera necesaria o no necesaria (en cuyo caso serían contingentes). Pero lo que nos parece indudable es que Hegel ha sido el pionero de las lógicas naturales y, sobre todo, de las lógicas locales. En su sistema, la lógica (como disciplina inferencial) no tiene la universalidad vacía y prescriptiva que pretende tener la lógica clásica. La lógica depende del contenido que se trata de conocer^{31, 32}.

31. Como hemos dicho, la lógica dialéctica de Hegel es, por lo general, vaga y sus pasos inferenciales dan muchas veces la impresión de ser arbitrarios. Pero cuando se analizan con cuidado estos pasos se ve que, entre otras muchas cosas, lo que quiere hacer Hegel es adaptar los pasos inferenciales de la dialéctica al tipo de objeto o de proceso que se está estudiando. En este sentido la dialéctica hegeliana puede considerarse como un *proceso lógico material*, es decir, como una concatenación de inferencias determinadas por el contenido que se está conociendo que, a su vez, determinan los contenidos que se van a conocer.

32. Creemos que, hasta el momento, se han analizado los pasos dialécticos de la lógica hegeliana de manera demasiado unilateral, descuidando por completo sus relaciones con otros tipos de lógica. Pero, cuando se compara, de manera detallada, con la lógica clásica, se descubren relaciones notables. Así, después de tal paso (digamos, la tesis), se debe dar el paso contrario (digamos, la antítesis) y, luego, el paso que involucra a los anteriores, uniéndolos y enriqueciéndolos (la síntesis). A cada triada correspondería un tipo especial de lógica, que no sería arbitrario sino que estaría determinado por el contenido del triple proceso. Formalizar este dinamismo es lo que ha intentado, con las limitaciones que hemos señalado, Batens.

Sin embargo, la triada hegeliana puede interpretarse considerando que los pasos que se dan en el proceso dialéctico, *no son decidibles*. Pero establecida la tesis, el proceso de búsqueda para encontrar la antítesis, *es completo*. Es decir que, en principio, *siempre es posible* encontrarla. Y una vez que se encuentra, todo el que sigue con atención el paso de la tesis a la antítesis, no puede no aceptarlo. La lógica dialéctica consistiría, así, en un dinamismo semejante al de la lógica clásica de primer orden. En esta lógica, de acuerdo al teorema de Church, no hay reglas fijas para saber si una proposición es o no es derivable dentro del sistema (la lógica de primer orden es indecible). Pero, según el teorema de completación de Gödel, en principio, siempre es posible saberlo (la lógica de primer orden es completa). Esto significa que ningún algoritmo permite encontrar todas las fórmulas lógicas en la lógica de primer orden pero que, en principio, siempre es posible derivarlas. Y la única manera de hacer esto es proceder con talento lógico-matemático.

Desde luego, encontrar el camino para dar un nuevo paso dialéctico, es un proceso más complicado que derivar una nueva fórmula en la lógica de primer orden. Porque,

LA LOGICA COMO TAREA

Cuando se intenta profundizar en el análisis del concepto de deducción, se descubre que, de acuerdo con la experiencia habida, no parece posible alcanzar un análisis definitivo. Esto no debería llamarnos la atención puesto que lo mismo sucede con todos los conceptos, tanto empíricos como matemáticos. Sólo que, en el caso de la lógica, el problema es más grave, porque

en la lógica clásica, una vez que se encuentra la demostración, tiene que ser aceptada de manera inevitable. La necesidad de la aceptación no parece tan clara en el proceso dialéctico. Sin embargo, ciertos pasos realizados por Hegel, dan la impresión de la necesidad (el No Ser como consecuencia del puro Ser que, por no tener ninguna determinación, no es nada; el devenir como la síntesis del Ser y del No-Ser, la relación de la autoconciencia con la conciencia del otro y la síntesis de esta oposición en el reconocimiento, y otros más). Pero, tal como sucede en la lógica clásica y en las matemáticas, no hay nunca una sola manera de demostrar un teorema; de modo que puede haber diferentes caminos para pasar de la tesis a la antítesis y de ambas a la síntesis. Además, para dar un nuevo paso hay que tener en cuenta todos los pasos anteriores. Este hecho complica y dificulta la práctica de la dialéctica. Pero es bastante parecido a lo que sucede en la lógica clásica: para demostrar un teorema hay que partir de los axiomas y de otros teoremas. Y así como para obtener una demostración, no siempre es necesario partir de todos los axiomas (aunque a veces sí lo es), sino sólo de algunos, ni tampoco es necesario (aunque a veces sí lo es) utilizar todos los teoremas anteriormente demostrados, puede suceder lo mismo en el razonamiento dialéctico. Esto podría explicar las dificultades que encuentran los exégetas de Hegel cuando para comprender un razonamiento en la *Wissenschaft der Logik* o en otra de sus obras, buscan los pasos inmediatamente antecedentes, cuando éstos (aunque no siempre) pueden estar en pasos bastante anteriores e, incluso, pueden seguir ramas laterales, antes de regresar al lineamiento central.

Por otra parte, como todo ser humano, por más filósofo que sea, Hegel puede haberse equivocado y haber elegido, entre las múltiples posibilidades selectivas de un paso dialéctico, una que no es la debida. Pero sus exégetas, deslumbrados por su genio, tratan de encontrar inútilmente la justificación de dicho paso.

También deben tenerse en cuenta las desviaciones ideológicas que son inevitables en cualquier pensador. Aunque la acusación hecha a Hegel de ser el defensor del poder absoluto de la monarquía prusiana, es falsa, sus opiniones sobre la masa y las relaciones de la masa con el poder del Estado no pueden considerarse como democráticas. Todo esto complica el estudio de su metodología dialéctica.

Aunque hay muchas cosas más que decir sobre la dialéctica hegeliana, nos limitamos a ésta: es posible que al dar un paso dialéctico no se llegue a la visión definitiva del contenido buscado. De manera que el acercamiento a dicho contenido podría ser gradual. En este caso, tal vez, una lógica borrosa cualitativa podría ser útil para comprender por qué, en algunos pasos, Hegel acierta de manera impresionante y por qué en otros no es tan convincente. Y permitiría, asimismo, explicar por qué los pensadores hegelianos discrepan entre sí cuando aplican el método dialéctico.

se trata de la fundamentación de ~~una~~ disciplina fundamentadora. Si se llega a la conclusión de que la lógica no puede fundamentar ningún conocimiento, la ciencia y la filosofía se derrumban. Creemos que los análisis que hemos mencionado, en lugar de mostrar que la lógica no puede fundamentarse, muestran que dicha fundamentación es posible, siempre y cuando se supere el horizonte clásico y se comprenda que los conceptos de conocimiento racional y de entañamiento, son más amplios y profundos de lo que creyeron los grandes creadores de la lógica moderna.

La situación de la investigación lógica en nuestros días puede compararse con la de la física de hace algunos años. Cuando se rompió el átomo, comenzaron a encontrarse partículas subatómicas cada vez más numerosas y extrañas. Mas, a pesar del desconcierto que este hecho produjo en la comunidad científica, nadie pensó que la física era imposible como ciencia racionalmente fundada. Y fue la convicción en la posibilidad de esta fundamentación, lo que permitió seguir adelante. Hoy día, se ha podido reducir el enjambre de partículas a unas pocas, de cuya combinación se derivan todas las demás. Las nuevas teorías que permiten comprender, sistematizar y reducir unas partículas a otras, son mucho más complicadas que la física cuántica de hace sólo pocos lustros. El avance en el conocimiento racional de la naturaleza se ha pagado con la progresiva complicación de la teoría. Los físicos clásicos no necesitaban estudiar matemáticas demasiado complejas y abstractas para poder manejar y aplicar los conceptos físicos. El advenimiento de la teoría de la relatividad generalizada complicó el panorama y lo hizo más abstracto, pues sólo podía desarrollarse de manera rigurosa mediante teorías mucho más abstrusas que las utilizadas por los clásicos; y su interpretación física exigía un rompimiento definitivo con el sentido común. Con la física cuántica los conceptos se tornaron mucho más complicados. La electrodinámica y la cromodinámica cuánticas exigen conocimientos matemáticos bastante más difíciles de dominar que los requeridos por la teoría de la relatividad. Y la traducción de las fórmulas matemáticas a conceptos físicos ha conducido a visiones verdaderamente extrañas, tan extrañas que se necesitan esfuerzos muy grandes para digerirlas³³. Pero la nueva física ha extendido nuestro

33. Para no citar sino uno de los resultados más increíbles de la física cuántica, tanto la teoría como la experimentación muestran que el concepto de partícula es inapropiado para describir los procesos del mundo atómico y subatómico. No sólo no hay partículas sino que los objetos (sea cual sea su índole) de dicho mundo, están todos conectados entre sí, sea cual sea la distancia que los separa.

conocimiento del mundo y ha enriquecido nuestra comprensión de su origen y evolución de manera prodigiosa.

Algo semejante está pasando con la lógica. Desde luego, no se trata, como hemos señalado con algún detalle, de una variación empírica, inevitable para describir, explicar y predecir los hechos físicos. La lógica sigue siendo una disciplina apriorística, que está avanzando y enriqueciendo su contenido debido a las exigencias de racionalidad que presupone toda ciencia. No sostenemos que se han descubierto todas, ni siquiera muchas, condiciones suficientes de logicidad, pero sí que hemos avanzado y seguimos avanzando con velocidad creciente en la exploración del concepto de deducción que es, sin duda, uno de los conceptos más importantes del pensamiento filosófico (y, a fortiori, científico)³⁴.

Dejando de lado la evolución de las lógicas athéticas para no alargar demasiado el texto³⁵, nos limitamos a las théticas. Ya hemos visto cómo la lógica clásica ha quedado reducida a ser la lógica interna de la teoría clásica de los conjuntos. Esta teoría es de gran generalidad pero no lo es suficientemente. Además, para evitar las conocidas paradojas que se derivaban de la aplicación irrestricta del axioma de comprensión (también llamado de "abstracción"), este axioma tuvo que reformularse y transformarse en el axioma de separación. Pero este proceder es artificial. El hecho es que si se aplica de manera consecuente la lógica a la teoría de los conjuntos, las contradicciones que provoca esta aplicación son inevitables. Por eso, la única manera de lograr una verdadera fundamentación de la matemática por medio de la teoría de los conjuntos, es utilizando una lógica paraconsistente, es decir una lógica tal que cuando se deduzcan dos teoremas contradictorios en alguna teoría, ésta no se anule *ipso facto*. Al hacer esto, se está reconociendo algo fundamental: el concepto de contradicción proposicional no es, en sí mismo, irracional; se ha tomado conciencia de que la razón puede utilizar dicho concepto para hacer deducciones que funcionen perfectamente bien en la

34. Sobre este punto ver nota 26.

35. La evolución de las lógicas athéticas presenta un gran interés y plantea difíciles problemas semánticos. Pero también ha alcanzado un gran desarrollo que se basa, sin ninguna duda, en el poder deductivo de la razón. El milenarismo prejuicio de que sólo puede haber inferencia entre proposiciones ha quedado desmentido por los sistemas lógicos athéticos, cuyos axiomas y/o reglas inferenciales se basan en intuiciones racionales muy fuertes.

derivación de teoremas. Asimismo, se ha comprendido que el principio del tertium no es imprescindible para hacer deducciones. El paradigma antifísico-metáxico ha sido rebasado, y la historia del pensamiento, tanto en el campo de la lógica como en el de la matemática, se ha extendido y enriquecido de manera espectacular.

Pero las cosas no quedan aquí. No sólo la razón puede funcionar con eficacia sin utilizar el uno o el otro de los principios mencionados; puede funcionar perfectamente bien sin utilizar ninguno de los dos e, incluso, ninguno de los tres (es decir, además de los dos mencionados, el de identidad). Se puede, así, especular aduciendo buenas razones. Ya sabemos que la lógica clásica es la lógica interna de los universos parmenideanos. Y no estaría desencaminado suponer que la lógica paraconsistente (hablamos en sentido genérico) es la lógica interna de los universos heracliteanos. Asimismo, la lógica paracompleta sería la lógica de los universos brouwerianos; ya hemos visto que la lógica intuicionista, que es un caso particular de la lógica paracompleta, tiene especial importancia matemática. Y yendo más lejos aún, pueden imaginarse universos en los que ninguno de los tres principios fundamentales de la lógica clásica tenga validez. Estos universos existen y han sido profundamente estudiados por Routley y sus colaboradores³⁶. En honor de Meinong que fue el primero en desarrollar una teoría sistemática de estos universos, los llamamos “universos meinonguianos” y hemos llamado (genéricamente) “lógica pseudo-aléthica” a la lógica interna de dichos universos. Esta relación entre tipos de lógica y familias ontológicas obliga a replantear radicalmente nuestra concepción del conocimiento apriori y de la evidencia intelectual. Porque, como hemos dicho: la índole de la ontología, *impone* el tipo de lógica que debe utilizarse para alcanzar el conocimiento riguroso de dicha ontología, sin salirse de sus marcos conceptuales. Pero ¿qué debe entenderse por “imposición” de una lógica (o de una familia de ontologías si se parte de la lógica)? Una cosa es cierta: esta imposición no puede ser por medio del conocimiento empírico, pues es *necesaria*. Esta necesidad es lo que hace posible la lógica y la matemática. Para aclarar la relación entre lógica y ontología tenemos que explorar nuevos terrenos conceptuales. Las cosas están aún en el hacerse.

Pero lo que sí sabemos es que la fundamentación racional del conocimiento no sólo es posible sino que está, hoy, ampliando de manera extraordinaria su

36. Sobre este punto ver Routley, 81 y 82.

rigor y sus alcances. Y este proceso nos hace ver que la estructura y la dinámica de la lógica, así como su relación con la ontología, son mucho más complicadas y profundas de lo que supusieron las escuelas filosóficas tradicionales. La lógica, hoy, se refracta en un amplio conjunto de disciplinas científicas; pero es, además y sobre todo, una tarea filosófica.

Instituto de Investigaciones Filosóficas
Universidad de Lima

BIBLIOGRAFIA

ALCHOURRON, Carlos

1969 "Logic of Norms and Logic of Normative propositions", *Logique et Analyse* 12, Nº 47.

1971 *Normative Systems* (en colaboración con Bulygin, Eugenio), Springer Verlag, Wien, New York.

APOSTEL, Leo

1979 "Logica e dialettica in Hegel", ver: Marconi.

AYER, Sir Alfred

1936 *Language, Truth and Logic*, Macmillan, New York, London.

BARWISE, Jon

1977 "An introduction to first order logic", p. 9, en: *Handbook of Mathematical Logic*, Edited by Ion Barwise, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford.

BULYGIN, Eugenio

1971 *Normative Systems* (ver: Alchourrón).

1991 "Normas, proposiciones normativas y enunciados jurídicos" en: *Análisis Lógico y Derecho*, Centro de Estudios Constitucionales, Madrid.

CASTAÑEDA, Héctor

1975 *Thinking and Doing*, Reidel Publishing Company, Dordrecht, Boston.

DA COSTA, N.C.

1974 "The theory of Inconsistent Formal Systems", en: *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15, pp. 497-510.

1977 "A semantical analysis of the Calculi Cⁿ", en: *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 18, pp. 621-630.

- DASCAL, Marcelo
 1989 "Models of interpretation". El autor tuvo la gentileza de enviarme copia mimeografiada del texto, pero sin fecha ni indicación de la publicación en la que había aparecido. Debajo del título, dice "Tel Aviv".
- DAVIES, Paul
 1984 *Superforce, the Search for the Grand Unified Theory of Nature*, Simon & Schuster, New York.
- DUBARLE, Dominique
 1972 *Logique et Dialectique* (en colaboración con Doz, André), Larousse, Paris.
- ELIADE, Mircea
 1972 *El Mito del Eterno Retorno*, Alianza Editorial, Madrid.
- FREGE, Gottlob
 1953 *The Foundations of Arithmetic*, Basil Blackwell, Oxford.
 1972 *Conceptografía*, Universidad Autónoma de México, Instituto de Investigaciones Filosóficas, México.
- GOMEZ-LOBO, Alfonso
 1985 *Parménides*, Editorial Charcas, Buenos Aires.
- GRIBBIN, John
 1988 *In search of Schrödinger's cat*, Bantam Books, Toronto, New York, London, Sydney, Auckland.
- HAWKING, W. Stephen
 1988 *A brief history of time*, Bantham Press, London, New York, Toronto, Sydney, Auckland.
- HEGEL, Georg Wilhelm Friedrich
 1931 *The Phenomenology of Mind*, The Macmillan Company, New York.
 1951 *Wissenschaft der Logik*, Felix Meiner, Leipzig.
 1971 *Enciclopedia de las ciencias filosóficas*, Editorial Porrúa, S.A., México.

- 1975 *Principios de la Filosofía del Derecho*, Editorial Sudamericana, Buenos Aires.
- HUSSERL, Edmund
 1929 *Investigaciones lógicas*, Investigación VI, Revista de Occidente, Madrid.
- 1950 *Ideen zu einer reinen Phänomelogie und phänomenologischen Philosophie*, Husserliana, Martinus Nijhoff, La Haya.
- JAMMER, Max
 1974 *The philosophy of Quantum Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, London, Sydney, Toronto.
- KANT, Immanuel
 1924 *Kritik der reinen Vernunft*, Verlag von Philipp Reclam, Leipzig.
- LANGFORD, Cooper Harold
 1932 Ver: Lewis.
- LEWIS, Clarence Irving (and LANGFORD, Cooper Harold)
 1932 *Symbolic Logic*, The Century Co, New York and London.
- 1960 *A survey of Symbolic Logic - The classic algebra of logic*.
- LUKASIEWICZ, Jan
 1970 *Selected Works*, North-Holland, Publishing Company, Amsterdam, London.
- MARCONI, Diego
 1979 "La formalizzazione de la dialettica", en: *La formalizzazione della dialettica*, a cura di Diego Marconi, Rosenberg & Sellier, Torino.
- MIRO QUESADA, Francisco
 1941 *Sentido del movimiento fenomenológico*, Sociedad Peruana de Filosofía, Imprenta Miranda, Lima.
- 1956 *Problemas Fundamentales de la Lógica Jurídica*, Sociedad Peruana de Filosofía, Imprenta Miranda, Lima.
- 1986 *Ensayos de filosofía del derecho*, Universidad de Lima, Lima.

- 1988 *Lógica Jurídica Idiomática*, Actas del III Congresso Brasileiro de Filosofia do Direito, Espaço Cultural João Pessoa, Paraíba.
- 1989 “Paraconsistent Logic:some philosophical issues, cap XXII del libro colectivo *Paraconsistent Logic-Essays on the Inconsistent*, edit. por Priest, Routley and Norman, Philosophia Verlag, München.
- 1992 *Lógica-Trasmisiva*, Instituto de Investigaciones Filosóficas, Universidad de Lima, Lima.
- MONOD, Jacques
1971 *El Azar y la Necesidad*, Barral Editores, Barcelona.
- MOSTERIN, José
1984 *Conceptos y teorías en la ciencia*, Alianza Editorial, Madrid.
- NIETZSCHE, Friedrich
1977 *The Will to Power*, Vintage Books, a division of Random Hous, New York.
- ORTEGA Y GASSET, José
1955 “El tema de nuestro tiempo”, pp. 198,199, *Obras Completas*, III, Revista de Occidente, Madrid.
- PEITGEN, Heinz-Otto, SAUIPE, Dietmar (Editores)
1988 *The Science of Fractal Images*, Springer Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo.
- PRIGOGINE, Ilya & STENGER, Isabelle
1988 *Entre le Temps et l’Eternité*, Fayard, Paris.
- PRIOR, Arthur
1957 *Time and modality*, Clarendon Press, Oxford.
- 1967 *Past,Present and Future*, Clarendon Press, Oxford.
- QUINE, Willard van Orman
1970 *Philosophy of Logic*, Preentice Hall Incorporation, Englewood Cliffs, New Jersey.

- 1972 *Lógica Matemática*, Revista de Occidente, Madrid.
- 1973 *The Roots of Reference*, pp.106 y ss., Open Court, Illinois.
- ROUTLEY, Richard
- 1980 *Exploring Meinong's Jungle and beyond*, Resaerch School of Social Sciences, Australian National University, Canberra.
- 1982 *Relevant Logics and their rivals*.
- SALANSKIS, Jean Michel
- 1991 *L'Herméneutique Formelle*, Editions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris.
- SCHRÖDER, Ernst
Ver Lewis.
- STEWART, Ian
- 1990 *Does God play dice?*, Basil Blacwell, Cambridge, Massachussetts.
- WHITEHEAD, Alfred N.
- 1936 *Process and Reality*, The Macmillan Company, Cambridge.
- VON WRIGHT, G.H.
- 1951 *An Essay in Modal Logic*, North-Holland, Publishing Company, Amsterdam.
- 1963 *Norm and Action, a logical Inquiry*, Routley and Kegan Paul, London.
- 1968 *An Essay in Deontic Logic and the General Theory of Action*, Acta Philosophica Fennica, 21.