ARETÉ Revista de Filosofía
Vol. XII, Nº 1, 2000
pp. 5-27

El problema del objeto de la matemática como sustancia inteligible en la *Metafísica* de Aristóteles[1]

Elisabetta Cattanei
Università degli Studi di Cagliari

La autora aborda el problema de los entes matemáticos intermedios analizando *Metafísica* 1017a9-14, por ser este pasaje, simultáneamente, *fuente* y *crítica* de la teoría que Aristóteles atribuye a Platón. El objetivo es identificar cuatro puntos de orientación que ofrezcan una base para el diálogo entre las encontradas posiciones respecto del problema. Gracias a ellos, se pone de manifiesto que Aristóteles aborda la cuestión de la naturaleza inteligible de los entes matemáticos recortándola -con el bisturí del aparato conceptual de su propia ousiología- de la perspectiva mucho más amplia de Platón. Al romper la continuidad entre matemática y dialéctica, Aristóteles "reduce" y demuele la imagen de la concepción matemática de Platón.

*

"The Problem of the Object of Mathematics as Intelligible Substance in Aristotle's *Metaphysics*". The A. examines the problem of intermediate mathematical entities by analyzing *Metaphysics* 1017a9-14, since, according to Aristotle, this passage is both a *source* and a *critique* of Plato's theory. The goal is to identify four cardinal points that may ground a dialogue between two contesting positions regarding this problem. Through them, it becomes evident that Aristotle severs the question of the intelligible nature of mathematical entities by using the conceptual scalpel of his own ousiology from Plato's broader standpoint. By severing the continuity between mathematics and dialectics, Aristotle "reduces" and demolishes the image of Plato's mathematical conception.

I. El problema y preliminares

En la *Metafísica* –que no es una obra unitaria, pero que puede ser considerada como un conjunto de textos pertenecientes a un ámbito de suyo multiforme, el de la "filosofía primera"[2]–, Aristóteles concentra su nada extraordinario interés por las matemáticas especialmente en un punto y se esfuerza por demostrar, contrariamente a cuanto sostienen algunos de sus predecesores y contemporáneos, que los objetos matemáticos no pueden ser sustancia inteligible[3].

[1] Este artículo, publicado en la *Rivista di Filosofia Neoscolastica*, 87 (1995), pp. 199-218, presenta la versión italiana de una conferencia que, con el título de "Mathematik und nicht-wahrnehmbare Substanz in der "Metaphysik" des Aristoteles", presenté el 26 de mayo de 1994 en el "Philologisches Seminar" de la Universidad de Tubinga, en la que, durante varias visitas realizadas a lo largo de cuatro años, mis estudios de investigación han sido seguidos por Th. A. Szlezák con amistad y paciencia. Para la traducción española he modificado las notas del artículo, todo lo más, insertando los vínculos con tres libros (publicados después de 1995) que tratan el tema: Cleary, J., *Aristotle and Mathematics*, Leiden: Brill, 1995, sobre todo el capítulo quinto, titulado "The Ontological Status of Mathematical Objects"; Cattanei, E., *Enti matematici e metafisica*, Milán: Vita e Pensiero, 1996; y también Pritchard, P., *Plato's Philosophy of Mathematics*, Sankt-Augustin: Akademia Verlag, 1995.

[2] Acerca de la controversia, que se extiende a lo largo de nuestro siglo, relativa a la unidad o multiplicidad de la "filosofía primera" de Aristóteles, consúltese el cuadro de conjunto presentado por H. Flashar en: Überweg, F. (ed.), *Grundriss der Geschichte der Philosophie*, vol. I, *Die Philosophie der vorchristlichen Antike*, tomo 3: *Akademie, Aristoteles, Peripatos*, Basel/Stuttgart: Schwabe, 1982, pp. 175-457, y en especial pp. 376-389. *Cf.* además los trabajos de G. Reale, *Il concetto di "filosofia prima" e l'unità della Metafisica di Aristotele*, Milán: Vita e Pensiero, 1961, 1994[6]; "La metafisica di Aristotele nei suoi concetti cardine, nella sua struttura, e nei suoi rapporti con il pensiero di Platone", en: Aristóteles, *Metafisica*, ensayo introductorio, edición bilingüe y comentario por G. Reale, 3 vols., Milán: Vita e Pensiero, 1993, I, en especial pp. 53-152. Cuando no indique eventuales cambios, haré referencia a esta traducción italiana de la *Metafisica* y a la edición crítica del texto griego sobre la que está basada, esto es, *Aristotelis Metaphysica. Recognovit brevique adnotatione critica instruxit W. Jaeger*, Oxford: Clarendon Press, 1957, varias veces reimpresa.

[3] *Cf.* Aristóteles, *Met.* B 1, 995b13-16; 996a12-15; 2, 997a34-b4; 5, 1001b26-1002a14; Z 2, 1028b16-27; H 1,1042a11-12; [K 1, 1059a37-b14]; Λ 1, 1069a30-36; M 1, 1076a8-32. Uno de los puntos de referencia más importantes para acceder a una visión de la controversia de Aristóteles acerca de los objetos matemáticos, está constituido, como es conocido, por *Metafísica* M-N, de los que aquí sólo tomaré en consideración algunos pasajes, porque se trata de dos libros que, para ser abordados en su complejidad, requieren de no pocas atenciones y distinciones relativas tanto a su estructura como a su contenido, como ha sido puesto en evidencia sobre todo por J. Annas, *Aristotle's Metaphysics, Books M and N*, Oxford: Clarendon Press,

Para comprender los argumentos de Aristóteles, es necesario aclarar tres puntos: 1) ¿Qué se entiende, en la *Metafísica* aristotélica, por "objetos matemáticos"? 2) ¿Qué significa concebir los objetos matemáticos como "sustancia inteligible"? 3) ¿A quién debe atribuirse esta concepción que, según Aristóteles, es absurda?

1. *Primera cuestión preliminar*

Aristóteles define *mathematiká* (μαθηματικά) como los objetos de las ciencias matemáticas, o de las demostraciones y proposiciones matemáticas. Las ciencias matemáticas no se restringen sólo a la aritmética o la geometría, sino que comprenden también la astronomía, la óptica y la armonía, sin excluir una especie de matemática general, es decir, un grupo de proposiciones comunes a las diferentes disciplinas matemáticas particulares; ejemplos de estas proposiciones son: "si de cantidades iguales se sustraen cantidades iguales, los restos son iguales"; "si cuatro términos guardan proporción entre sí, el producto de los medios es igual al producto de los extremos" y otros semejantes. Por lo tanto, se debe entender por *mathematiká* (μαθηματικά) números, figuras, fenómenos celestes, ópticos y acústicos, cantidades y relaciones matemáticas generales[4].

1976 (edición italiana: *Interpretazione dei libri M-N della "Metafisica" di Aristotele. La filosofia della matematica in Platone e Aristotele*, Milán: Vita e Pensiero 1992), y como trataba yo de indicar hace algunos años en los ensayos: "Per una rilettura dei libri 'M' e 'N' della *Metafisica* di Aristotele alla luce delle 'dottrine non scritte' di Platone e dei loro sviluppi nel pensiero dell'Accademia antica", en: *Rivista di Filosofia Neoscolastica*, 81 (1989), pp. 543-558; "I metodi della metafisica platonico-accademica 'generalizzante' ed 'elementarizzante' nei libri 'M' e 'N' della *Metafisica* di Aristotele", en: *ibid.*, 82 (1990), pp. 183-213; "Un'ipotesi sul concetto aristotelico di astrazione", en: *ibid.*, pp 578-586. Permítaseme algunas palabras sobre *Met.* K: usaré algunas citas de este texto, aunque su autenticidad sea discutida (para citar lo más reciente, *cf.* las argumentaciones opuestas de P. Aubenque, "L'inauthenticité du livre K de la *Métaphysique*", y de V. Décarie, "L'authenticité du livre K de la *Métaphysique*", en: Moraux, P. y J. Wiesener (eds.), *Zweifelhaftes im Corpus aristotelicum. Studien zu einigen Dubia. Akten des IX Symposium aristotelicum*, Berlín: W. De Gruyter, 1983; *cf.* también: Berti, E., *Aristotele. Dalla dialettica alla filosofia prima*, Padua: Cedam, 1977, pp. 80-81); los pasajes del libro K conectados con el tema del que me ocupo no representan problema alguno en relación a los de incuestionable paternidad aristotélica de que son resumen.

[4] *Cf.* Aristóteles, *Met.* B 2, 997a26-30, en especial, 29-30; 997b1-3, 23-34; 997b34-998a6; M 2, 1076b33-36; [K 1, 1059b10]; N 3, 1090a35-b1, en especial 37; B 2, 997b15-24; M 2, 1077a1-14. Como se verá mejor (*infra*, §§ IV-V), las proposiciones de la matemática general a las que se refiere Aristóteles se encuentran citadas y explicadas extensamente en el comentario del Pseudo Alejandro a *Met.* M: *cf.* Hayduck, M., *Alexandri Aphrodisiensis in Metaphysica commentaria*, 2 vols., Berlín, 1891 (reimpresión 1956), II, p. 729; l. 21, p. 730; l. 16, sobre todo p. 729, ll. 23-25: "[*sc.*, δείκνυται]...διὰ τοῦ ἀπὸ ἴσων ἴσα ἄν ἀφέλῃς, τὰ καταλειπόμενα ἴσα ἐστί, καὶ διὰ τοῦ ἄν τέσσαρά τινα ᾖ ἀνάλογον, τὸ ὑπὸ τῶν ἄρκων ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, καὶ ἄλλων πολλῶν τοιούτων".

Con relación a números y figuras, debe prestarse atención al hecho de que *no todos* los números y *no todas* las figuras de que se habla en la *Metafísica*, son objetos matemáticos. Aristóteles habla también de números y de figuras que, *por definición*, no son pasibles de operaciones y que, por consiguiente, no forman objeto de ciencia matemática alguna[5]. Por cierto, no es en todas partes evidente si el discurso versa sobre números y figuras de naturaleza matemática o no matemática, pero es decisivo que lo que es matemático lo sea "a partir de las ciencias" (ἐκ τῶν ἐπιστημῶν): sólo donde y en la medida en que números y figuras se consideren en este contexto, se trata de auténticas entidades matemáticas[6].

2. *Segunda cuestión preliminar*

Preguntémonos ahora qué significa concebir los objetos de las ciencias matemáticas como "sustancia inteligible", o "sustancias inteligibles" (Aristóteles oscila sin problemas entre la forma singular y la plural)[7]. Para responder de la manera más simple, esto significa que los objetos de las ciencias matemáticas son cosas a las que competen necesariamente ciertas características: las características del modo de ser que Aristóteles llama *ousía* (οὐσία), "sustancia", y las del determinado tipo de sustancia que él indica como "no sensible", inteligible (οὐκ αἰσθητή, χωρίς ο κεχωρισμένη τῶν αἰσθητῶν, παρὰ τὰ αἰσθητά).

[5] *Cf.*, especialmente, Aristóteles, *Met.* M 6, *passim*. *Cf.* Berti, E., *o.c.*, pp. 116-117; Cleary, J., *o.c.*, pp. 346-357.

[6] Sobre este punto, me permito indicar mi libro *Enti matematici e metafisica*, *o.c.*, cap. 2, acerca de los números matemáticos e ideales en relación a la aritmética antigua. *Cf.* Pritchard, P., *o.c.*, caps. 1, 2, 3, 9, que merecerían una discusión crítica en otro lugar.

[7] Según G. Patzig, "Das Program von M 1 und seine Ausführung", en: Gräser, A. (ed.), *Mathematics and Metaphysics in Aristotle. Mathematik und Metaphysik bei Aristoteles. Akten des X. Symposium aristotelicum*, Berna: Paul Haupt, 1987, pp. 113-130, especialmente p. 115, Aristóteles habla en singular de "sustancia inteligible", entendiendo "al menos una" sustancia inteligible. Th. A. Szlezák, sin embargo, subraya que en la *Metafísica* aristotélica se usa el término "sustancia" (οὐσία) no sólo para indicar una sustancia individual, sino también un "Seinsbereich", un "ámbito del ser"; al respecto véase su ensayo "Spunti platonici nella *Metafisica* di Aristotele", en: *Rivista di Filosofia Neoscolastica*, 85 (1994), pp. 352-369, sobre todo p. 366, ensayo reproducido en la miscelánea: Bausola, Adriano y Giovanni Reale (eds.), *Aristotele, perché la metafisica? Studi su alcuni concetti-chiave della "filosofia prima" aristotelica e sulla storia dei loro influssi*, Milán: Vita e Pensiero, 1994. Por otro lado, Aristóteles, a nivel de sustancia suprasensible, no parece advertir contradictoriedad alguna entre singularidad y pluralidad, como indica G. Reale en su comentario a *Met.* Λ 8, en: Aristóteles, *Metafísica*, *o.c.*, III, pp. 593-603.

Todo lo que es *ousía* (οὐσία) *es* en sentido pleno, propio, no derivado, a diferencia de los modos de ser representados por las otras categorías (cualidad, cantidad, relación, etc.)[8]. *Ousía* (οὐσία) es un *choristón* (χωριστόν), un *tode ti* (τόδε τι), un *hen ti* (ἕν τι), es decir, algo que es por sí, independiente, en sí determinado, nada universal, en consecuencia, algo intrínsecamente unitario y, por lo tanto, no un mero agregado de elementos[9]. Se puede además añadir que la sustancia es "en acto" (ἐνέργειᾳ), aunque en grados diferentes[10].

La sustancia "no sensible", es decir, la sustancia que no pertenece ni al mundo sensible y corruptible que nos rodea, ni a los cielos sensibles pero eternos[11], posee todas las características recién nombradas, y algunas de manera muy intensa. Esto se verifica a propósito, sobre todo, de su ser "separada" y "en acto". La sustancia inteligible es *separada* (χωριστή) no sólo en general, sino que es *separada de los entes sensibles* (χωριστή, o también κεχωρισμένη τῶν αἰσθητῶν), independiente de las cosas sensibles[12] y es ontológicamente "anterior", "sobreordenada" a ellas, en el sentido explicado en Δ 11 y M 2: "anteriores... según la naturaleza y la sustancia... son todas las cosas que pueden existir independientemente de otras, en tanto que estas otras no pueden existir sin aquéllas"; "tienen anterioridad en el orden de la sustancia todas las cosas que, separadas de las otras, tienen más ser que estas otras"[13]. Además, la sustancia inteligible es en acto del modo más puro, en cuanto no posee aspecto potencial alguno[14]. Y dado que el tiempo y el movimiento presuponen potencialidad, la sustancia inteligible es "inmóvil y eterna" (ἀκίνετος καὶ αἴδιος)[15].

Sobre esta base, Aristóteles explica y combate la teoría de las sustancias matemáticas inteligibles como una teoría según la cual los ob-

[8] *Cf.* Aristóteles, *Met.* Z 4, 1030a21-22.
[9] *Ibid.*, Z 3, 1029a27-28; 4, 1030a30-32; 12, 1037b27.
[10] *Ibid.*, H 2-3, especialmente 1042b9-11.
[11] *Ibid.*, Λ 1, 1069a30 ss.; Θ 8, 1050b20-28.
[12] *Ibid.*, B 1, 996a15; Z 2, 1028b30; [K 1, 1059b12]; Λ 1, 1069a34; M 1, 1076a34-35; 1076b11-12, 15, 18, 23; 1077a13, 16; 1077b14; 6, 1080b15, 17; 9, 1085b36; N 3, 1090a35; 1090b13; N 6, 1093b 26; B 2, 997b13-35; 998a8; H 1, 1042a24; M 21076b30-34; 36-38; 1077a2.
[13] *Ibid.*, 1019a2-4: "... πρότερα... κατὰ φύσιν καὶ οὐσίαν, ὅσα ἐνδέχεται ἄνευ ἄλλων, ἐκεῖνα δὲ ἄνευ ἐκείνων μή"; 1077b1-11: "τῇ μὲν γὰρ οὐσίᾳ πρότερα ὅσα χωριζόμενα τῷ εἶναι ὑπερβάλλει".
[14] *Ibid.*, Λ 6, 1071b12-22.
[15] *Ibid.*, Λ 1, 1069a33; 9 1, 1076a11.

jetos de la matemática general, de la aritmética, de la geometría, de la astronomía, de la óptica y de la armonía son inmóviles, eternos, intrínsecamente unitarios, independientes del mundo sensible, incluso ontológicamente "anteriores" a éste, con precedencia jerárquica en el orden, y existentes en sentido pleno, no derivado[16].

3. Tercera cuestión preliminar

¿Quién ha formulado tal teoría? Aristóteles responde, repetidas veces y de manera muy clara: Platón, quien admite dos tipos de sustancia inteligible, es decir, las Ideas y los objetos matemáticos, situados éstos *entre* (μεταξύ) las Ideas y las cosas sensibles; Espeusipo, que rechaza las Ideas, pero que reconoce los entes matemáticos como sustancia; y de alguna manera también "aquél" (entiéndase Jenócrates) que afirma que las Ideas y los *mathematiká* (μαθηματικά), sobre todo los números, poseen la misma naturaleza[17].

II. Matemática, filosofía, ousiología

Aunque la Academia haya sido el centro de investigaciones matemáticas tal vez más importante del siglo IV, Aristóteles no se interesa por los resultados alcanzados en el ámbito técnicamente matemático por la

[16] *Cf.* sobre todo *ibid.*, B 2, 997a34-b4; 5, 1001b26-1002a14; M 2, *passim*. Acerca de los objetos aritméticos y geométricos, Aristóteles habla también de una "génesis" (γένεσις) a partir de principios según la serie dimensional y destaca la prioridad "según la naturaleza" (τῇ φύσει) de estos objetos, diferenciándola de la prioridad "según la generación" (τῇ γενέσει), y de la prioridad "según la noción" (τῷ λόγῳ); *cf. ibid.*, M 2, 1077a24-26; 1007b1-11. No deseo abundar en estos temas de los que me he ocupado, en parte, al indicar la respectiva bibliografía (*supra*, nota 3).

[17] *Cf.* Aristóteles, *Met.* A 6, 987b14-18; Z 2, 1028b16-32; Λ 1, 1069a30-b 2; M 1, 1076a16-22. En cuanto a Espeusipo *cf.* fragmentos 48, 73-78 de Isnardi-Parente (en: Speusippo, *Frammenti*, edición, traducción y comentario de M. Isnardi-Parente, Nápoles: Bibliopolis, 1980) = Fr. 33a, 42a-f de Lang (en: Lang, P., *De Speusippi Academici Scriptis*, Bonn: 1911; Hildesheim: Olms, 1965) = Fr. 29, 31-35 de Tarán (en: Tarán, L., *Speusippus of Athens. A Critical Study with a Collection of the Related Texts and Commentary*, Leiden: Brill, 1981); en cuanto a Jenócrates (al que, como es conocido, Aristóteles jamás menciona por su nombre en la *Metafísica*), *cf.* Fr. 106-110 de Isnardi-Parente (en: Senocrate-Ermodoro, *Frammenti*, edición, traducción y comentario por M. Isnardi-Parente, Nápoles: Bibliopolis, 1982) = Fr. 34 de Heinze (en: Heinze, R., *Xenocrates. Darstellung der Lehre und Sammlung der Fragmente*, Leipzig: Teubner, 1892). Para una mayor información acerca de los antecedentes académicos de la discusión de Aristóteles, *cf.* Cleary, J., *o.c.*, cap. 1.

escuela de Platón, sino por los de Platón mismo[18]. El capítulo 8 del libro Λ, en que Aristóteles discute las doctrinas astronómicas de Eudoxo y de Calipo, de alguna manera constituye una excepción; por otro lado, Λ8 confirma que el interés de Aristóteles por la matemática –en este pasaje por la astronomía, "la ciencia matemática... más afín a la filosofía" (οἰκειοτάτη φιλοσοφίᾳ τῶν μαθηματικῶν)[19]– básicamente no es matemático, sino *filosófico*. Este caso puede ser generalizado: en la *Metafísica* aristotélica, aun durante la discusión acerca de la naturaleza de los objetos matemáticos, en algunas oportunidades se mencionan datos matemáticos que verosímilmente hacen referencia a las investigaciones matemáticas de la Academia, pero que son tomados en consideración principalmente, cuando no exclusivamente, por sus implicaciones *filosóficas*.

De acuerdo con Julia Annas, se podría concluir que Aristóteles desarrolla una discusión que pertenece al ámbito de la contemporánea *filosofía de la matemática*[20]. Sin duda, la concepción discutida por Aristóteles tiene cierto parentesco con el moderno platonismo matemático, como el desarrollado, por ejemplo, por Frege y el joven Russell. También la teoría de los *mathematiká* (μαθηματικά), que Aristóteles atribuye a Platón y a la Academia, puede ser considerada, como afirma Annas, "un tipo de realismo" según el cual se cree que los números y las figuras "literalmente

[18] La literatura sobre "Platón y la investigación matemática de su época" (como reza el título de la obra de Ch. Mugler, *Platon et la recherche mathématique de son époque*, Estrasburgo: 1948, discutido por H. Cherniss, "Plato as a Mathematician", en: *The Review of Metaphysics*, 1951, pp. 395-425) es vasta y compleja. *Cf.* el resumen, relativamente actualizado, en: Zeller, E. y R. Mondolfo, *La filosofia dei Greci nel suo sviluppo storico*, parte II, vol. III/1, editado por M. Isnardi-Parente, Florencia: 1974, apéndice I, pp. 339-347, en especial p. 345ss. En tiempos más recientes ha aparecido el aporte de K. Gaiser, "Platons Zusammenschau der mathematischen Wissenschaften", en: *Antike und Abendland*, 32 (1986), pp. 89-124, con indicaciones bibliográficas sobre el tema en la nota 3, pp. 89-90, y también los volúmenes citados *supra*, nota 1, todos con bibliografía. Importante es el libro de D.H. Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy. A New Reconstruction*, Oxford: Clarendon Press, 1987, 1990². En cuanto a las publicaciones en lengua italiana menciono a: Lasserre, F., *De Léodamas de Thasos à Philippe d'Oponte. Témoignages et fragments*, Nápoles: Bibliopolis, 1987; Napolitano Valditara, L.M., *Le Idee, i numeri, l'ordine. La dottrina della "mathesis universalis" dall'Accademia antica al Neoplatonismo*, Nápoles: Bibliopolis, 1988 (que trata sobre la tradición de la "filosofía de la matemática" platónica y académica), y el pequeño volumen de V. Hösle, *I fondamenti dell'aritmetica e della geometria in Platone*, Milán: Vita e Pensiero, 1994.

[19] Aristóteles, *Met.* 7 8, 1073b4.

[20] Son programáticas, en este sentido, las declaraciones de J. Annas, *o.c.*, pp. 33-35.

existan, independientes de nosotros y del pensamiento que de ellos tenemos", aunque "no en el mundo alrededor de nosotros, no... en el tiempo y en el espacio"[21]. En consecuencia, Platón, o por lo menos el Platón de Aristóteles, y la Academia antigua, habrían estado de acuerdo con Bertrand Russell cuando decía que: "La aritmética debe ser descubierta exactamente del mismo modo en que Colón descubrió las Indias Occidentales, y nosotros no creamos los números más de lo que él haya creado las Indias..."[22].

El punto de vista de Julia Annas es correcto, aún más, iluminador[23]. Pero debe ser integrado, y no sólo porque para ciencias como la astronomía, la óptica y la armonía difícilmente hay espacio en la moderna filosofía de la matemática. Debe ser integrado, como ha escrito Günter Patzig, "con el punto de vista según el cual, para Aristóteles, la investigación acerca del *status* ontológico de los objetos matemáticos queda subordinada a la fundamental cuestión ontológica"[24]. Las ciencias matemáticas –se lee en *Metafísica* E 1– "no dicen si el género de ser de que se ocupan exista realmente o no"[25]; es tarea de la *filosofía primera* investigar, según reza en M 1, "si los objetos matemáticos existen o no existen, y si existen, de qué modo existen"[26]. Pero esta investigación sólo es un episodio de la más amplia "investigación", como se lee también en M 1, acerca de "si además de las sustancias sensibles exista o no una sustancia inmóvil y

[21] *Ibid.*, p. 36.

[22] Russell, B., "Is Position in Space and Time Absolute or Relative?", en: *Mind*, 10 (1901), pp. 293-317, 312: "Arithmetic must be discovered in just the same sense in which Columbus discovered the West Indians, and we no more create numbers than he created the Indians...". *Cf.* Annas, J., *o.c.*, p. 36.

[23] *Cf.* las observaciones de G. Reale, en su Introducción a la edición italiana del libro de J. Annas: "Significato ermeneutico e importanza del libro di Julia Annas sui libri M-N della *Metafisica* di Aristotele", en: Annas, J., *o.c.*, pp. 7-21.

[24] Patzig, G., *o.c.*, p. 115: "durch den Gesichtspunkt, daß die Untersuchung des Seinsstatus der mathematischen Gegenstände für Aristoteles der ontologischen Leitfrage untergeordnet bleibt". Una propuesta de "integración" del punto de vista de Annas también la constituye el citado libro de J. Cleary, donde el autor se inspira en la hermenéutica filosófica de Gadamer (quien no por casualidad firma la Introducción) intentando dejar en claro que, para Aristóteles, la matemática esencialmente es un método de investigación, un instrumento para resolver problemas, en el ámbito de la cosmología y de la metafísica; una posterior propuesta de "integración" del punto de vista de Annas, pero en sentido metafísico, se intenta en mi volumen *Enti matematici e metafisica*, *o.c.*

[25] Aristóteles, *Met.* E 1, 1025b16-17: "...οὐδ'εἰ ἔστιν ἢ μὴ ἔστι τὸ γένος περὶ ὃ πραγματεύονται οὐδὲν λέγουσι, ...".

[26] *Ibid.*, M 1, 1076a25-26: "... ὡς περὶ μαθηματικῶν... εἰτ' εἰσίν εἴτε μὴ εἰσί, καὶ εἰ εἰσὶ πῶς εἰσίν".

eterna, y en la hipótesis de que exista, cuál sea su naturaleza..."[27]; más aún, tiene sentido investigar esto sólo si "el eterno objeto de investigación y el eterno problema: '¿qué es el ser?', equivale a: '¿qué es la sustancia' "[28].

III. La polémica de Aristóteles y el problema exegético

Como ya se ha mencionado, la conclusión del episodio matemático de la investigación acerca de la *ousía* (οὐσία) consiste en la imposibilidad de que los objetos matemáticos sean sustancia inteligible. Pero ¿cómo llega Aristóteles a este resultado? Pues de una manera tan controversial, que incluso llega a irritar al lector. Éste encuentra delante una serie de argumentos a menudo repetitivos, no muy claros, que muestran de qué manera la admisión de sustancias matemáticas inteligibles conduce a "magníficos absurdos"[29]. Si se admiten sustancias matemáticas inteligibles, es necesario admitir una cantidad absurda de sustancias inteligibles, incluso de la misma especie, y en consecuencia no se entiende cuáles de ésas serían objeto de las ciencias matemáticas; además, para ciencias como la astronomía, la óptica y la armonía, que estudian matemáticamente algunos objetos sensibles, debería postularse como objeto una sustancia que fuese al mismo tiempo, y de manera totalmente contradictoria, sensible y no-sensible: ¡incluso debería haber animales capaces de percatarse de las relativas sensaciones sensibles y no-sensibles! ¿Y cómo sería posible que los números, que son grupos de unidades, o las figuras geométricas, que pueden ser descompuestas en otras figuras, constituyan una unidad intrínseca? Por otro lado, si los objetos matemáticos deben estar "separados" del mundo sensible, no se pueden explicar las propiedades matemáticas de éste. Por último, las cosas sensibles no están subordinadas ontológicamente a los objetos matemáticos, sino al revés, éstos son inferiores a las cosas sensibles por "naturaleza" y "perfección"[30].

Vistos con atención, los argumentos de Aristóteles son complicados y

[27] *Ibid.*, M 1, 1076a10-13: "... σκέψις... πότερον ἔστι τις παρὰ τὰς αἰσθητὰς οὐσίας ἀκίνετος καὶ αἴδιος ἢ οὐκ ἔστι, καὶ εἰ ἔστι τίς ἐστι".
[28] *Ibid.*, Z 1, 1028b2-4: "καὶ τὸ πάλαι τε καὶ νῦν καὶ ἀεὶ ζητοῦμενον καὶ ἀεὶ ἀπορούμενον, τί τὸ ὄν, τοῦτό ἐστι τίς ἡ οὐσία".
[29] La expresión es de J. Annas.
[30] *Cf.* sobre todo Aristóteles, *Metafisica* M 2, *passim*; B 2, 997a34-998a9; 5, 1001b26-1022b14; N 3, 1090a20 ss. *Cf.* Cleary, J., *o.c.*, pp. 284-288; 293-307.

difíciles de seguir en sus saltos lógicos, con premisas pasadas por alto y conclusiones teatrales. Pero todo esto es causa sólo parcial de la irritación de los estudiosos y de la poco positiva literatura acerca de muchas páginas de la *Metafísica* donde se discute sobre los "entes matemáticos separados" (μαθηματικὰ χωριστά)[31]. Un motivo más profundo de esta hostilidad, consciente o inconsciente, se encuentra en el hecho de que tales páginas representan, simultáneamente, la *fuente* más importante para la reconstrucción de la teoría de que tratan y la demolición de la teoría misma. Cada argumento de Aristóteles acerca de la existencia "separada" de los objetos matemáticos debe ser leído en dos niveles: (1) como *exposición* de la teoría criticada y (2) como *crítica* a la misma teoría. El primer nivel tiene, a su vez, varios componentes, porque Aristóteles hace referencia, como ya se ha dicho, (i) a veces, a los resultados de las investigaciones matemáticas de la Academia, (ii) además, a una ontología de los "entes matemáticos intermedios" (μαθηματικὰ μεταξύ) que él atribuye a Platón, pero acerca de la que no se encuentra nada explícito en los diálogos, y (iii) a los desarrollos académicos de esta ontología, especialmente por obra de Espeusipo.

IV. El argumento en M 2, 1077a8-14

Para hacer más comprensible el discurso desarrollado hasta este momento (¡y sobre todo para tornar más comprensible a Aristóteles!) es mejor trabajar con un caso específico. Propongo centrar la atención en el siguiente argumento, que se encuentra en *Metafísica* M 2, 1077a9-14:

"Además, algunas proposiciones universales son establecidas por los matemáticos incluso independientemente de estas sustancias matemáticas [*i.e.*, de las sustancias matemáticas "separadas" postuladas como objeto de la aritmética, de la geometría, de la astronomía, de la óptica y de la armonía]. Por tanto, para estas proposiciones, debe haber otra sustancia, intermedia y separada tanto de las Ideas como de los entes matemáticos intermedios, que no será ni número, ni punto, ni magnitud, ni tiempo. Y si esto es imposible, es evidente que también los entes matemáticos no podrán existir separados de los sensibles"[32].

[31] *Cf.* Annas, J., *o.c.*, p. 33.

[32] Aristóteles, *Metafísica* M 2, 1077a8-14. Ha sido modificada la traducción de Reale en la línea 8, según como se ilustra *infra*, § V.

"ἔτι γράφεται ἔνια καθόλου ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν παρὰ ταύτας τὰς οὐσίας. ἔσται οὖν καὶ αὕτη τις ἄλλη οὐσία μεταξὺ κεχωρισμένη τῶν τ'ἰδεῶν καὶ τῶν μεταξύ, ἣ οὔτε ἀριθμός ἐστιν οὔτε στιγμὴ οὔτε μέγεθος οὔτε χρόνος. εἰ δὲ τοῦτο ἀδύνατον, δῆλον ὅτι κακεῖνα ἀδύνατον εἶναι κεχωρισμένα τῶν αἰσθητῶν".

V. Una alusión a la matemática pre-euclideana

Si se pretende considerar el anterior argumento como fuente relativa a la matemática pre-euclideana, es necesario ocuparse de manera puntual de la primera línea. Aristóteles está pensando en un determinado procedimiento, en virtud del cual algunas proposiciones de la matemática general (ἔνια καθόλου... παρὰ ταύτας τὰς οὐσίας) son asumidas, o de alguna manera, demostradas por los matemáticos contemporáneos a él (γράφεται... ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν).

Sabemos por los comentadores, que en este caso dependen completamente del Pseudo Alejandro, que las mencionadas "proposiciones universales" (ἔνια καθόλου) son proposiciones que valen para todos los tipos de objetos matemáticos, o de las disciplinas matemáticas, como por ejemplo: "si a cantidades iguales se sustraen cantidades iguales, los restos son iguales"; o también: "si cuatro términos guardan proporción entre sí, dos a dos, el producto de los medios es igual al producto de los extremos"[33].

Seguros del hecho de que la prehistoria de los *Elementos* de Euclides se desarrolló en la Academia platónica[34], se puede ver en las "proposiciones universales" (ἔνια καθόλου) mencionadas por Aristóteles un an-

[33] *Cf.* Pseudo Alejandro, *In Metaph.*, II, p. 729, 1. 21; p. 730, l. 16 de Hayduck. Entre los comentaristas modernos, recuerdo a A. Schwegler (*Die Metaphysik des Aristoteles. Grundtext, Übersetzung und Kommentar, nebst erläuternden Abhandlungen*, 4 vols., Tubinga: 1847-1848; Frankfurt: Minerva, 1960, IV, p. 301), W. D. Ross (*Aristotle's Metaphysics. A Revised Text with Introduction and Commentary*, 2 vols., Oxford: Clarendon Press, 1924, 1953[3], II, p. 413), J. Tricot (Aristote, *Métaphysique. Nouvelle édition entièrement refondue, avec commentaire*, París: 1957, p. 723), y G. Reale (Aristotele, *Metafisica*, *o.c.*, III, pp. 621-622).

[34] Testimonio de esto lo da Proclo, en su *Comentario al primer libro de los Elementos de Euclides*, *cf.* la edición crítica: Friedlein, G., *Procli Diadochi In primum Euclidis Elementorum librum commentarii*, Lipsiae: 1873; Hildesheim: Gg. Olms, 1967 ("Bibliotheca Teubneriana"); y la traducción italiana de M. Timpanaro Cardini, *Proclo, Commentario al primo libro degli Elementi di Euclide*, Pisa: Giardini, 1978. Cito también el volumen editado por F. Lasserre, *De Léodamas de Thasos à Philippe d'Oponte*, citado *supra*, en la nota 17.

tecedente de las *communes animi conceptiones* (κοιναὶ ἔννοιαι) euclidianas, entre las que se encuentran proposiciones tales como: "cosas que son iguales a una misma cosa, son iguales entre sí"; "Y si cosas iguales son adicionadas a cosas iguales, las totalidades son iguales", y otras semejantes[35].

Vayamos ahora al acto de conocimiento matemático que conduce a tales proposiciones. Aristóteles lo define como *grafein* (γράφειν). Como se sabe, el sentido literal de *grafein* (γράφειν) es "escribir". En este caso, el significado de *grafein* (γράφειν) se puede interpretar análogamente con expresiones del lenguaje jurídico como *nomon grafein* (νόμον γράφειν), o *pséfisma grafein* (ψήφισμα γράφειν), es decir, "escribir, prescribir, establecer una ley, una norma": por lo tanto, las proposiciones de la matemática general serían sancionadas como leyes[36].

Sin embargo, observando la literatura histórico-matemática, el verbo *grafein* (γράφειν) se puede interpretar también de otra manera, en estrecha relación con los postulados y los axiomas. Imre Toth, notable estudioso de la historia de la geometría no euclideana, ha publicado en 1967 un largo ensayo acerca del problema de las paralelas en el *Corpus aristotelicum*[37], donde analiza atentamente la expresión *tas parallelous grafein* (τὰς παραλλήλους γράφειν), que aparece en *Analíticos primeros* 65a4-7. Del análisis de este pasaje, que no es el caso repetir ahora detalladamente, resulta que Aristóteles se refiere a un determinado intento de *demostrar*

---

[35] *Cf.* Euclides, *Elementi*, p. 10 de Stamatis, en la traducción de A. Frajese y L. Maccioni: Euclide, *Gli Elementi*, Turín: Utet, 1970.

[36] *Cf.* Schwegler, A., *Die Metaphysik des Aristoteles*, o.c., IV, p. 301.

[37] *Cf.* Toth, I., "Das Parallelenproblem im Corpus aristotelicum", en: *Archive for History of Exact Sciences*, 3 (1967), pp. 249-422. Se encuentra en proceso de publicación en Vita e Pensiero (Milán) la traducción preparada por mí de éste y de otro ensayo de Toth, "Geometria more ethico", publicado en: Maeyama, Y. y Saltzer, W.G., *ΠΡΙΣΜΑΤΑ. Festschrift für Willy Hartner*, Wiesbaden: Steiner, 1977, pp. 395-415. De Toth se puede ver también el volumen publicado por ahora sólo en italiano: *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria*, Milán: Vita e Pensiero, 1997, 1998². La objetiva dificultad del ensayo de 1967 –y la audacia de algunas tesis que ahí se sostienen– tal vez explican la escasa difusión de los estudios de Toth en ambientes más amplios que el más bien restringido de los historiadores de la matemática; ni Cleary, ni Pritchard (que también hace amplias referencias a cuestiones de historia de la matemática) muestran conocerlo; en cuanto a mí (*cf. Enti matematici e metafisica*, o.c., pp. 103-120), pienso que el análisis de los pasajes matemáticos del *Corpus aristotelicum* propuesto por Toth debe ser tomado con mucha consideración, aun cuando no se comparta la construcción filosófica de corte idealista que el autor edifica sobre ella.

la proposición que en Euclides se transformará en el postulado de las paralelas[38]. Por tanto, no puede excluirse que Aristóteles, con la frase de *Metafísica* M 2, "...algunas proposiciones universales son establecidas por los matemáticos..." (γράφεται ἔνια καθόλου ὑπὸ τῶν μάθημάτικῶν), haga alusión a un cierto tipo de procedimiento matemático de demostración con el propósito de justificar proposiciones matemáticas generales[39].

Frente a una genérica "prescripción de leyes", tal procedimiento tendría la ventaja de conferir una naturaleza específicamente matemática no sólo al objeto de conocimiento, sino también al acto cognoscitivo al que se refiere Aristóteles; y esto armonizaría muy bien con la dinámica del argumento, ya que el mismo descansa, como se verá mejor más adelante, sobre la lógica "a partir de las ciencias" (ἐκ τῶν ἐπιστημῶν), en virtud de la cual todo acto epistémico debe tener como objeto una sustancia correspondiente[40].

En todo caso, es evidente que Aristóteles se refiere a un procedimiento -de postular o de demostrar- que pertenece a la matemática general con el objeto de reducir al absurdo una determinada teoría de las sustancias matemáticas.

---

[38] *Cf.* Toth, I, "Das Parallelenproblem im Corpus aristotelicum", *o.c.*, cap. 1. La duda más natural suscitada por esta interpretación del verbo *grafein* (γράφειν) consiste en la eventualidad de que signifique simplemente "dibujar", "trazar", las paralelas. Toth excluye esta posibilidad, tanto con argumentos provenientes del uso del término en los *Elementos* de Euclides, en Platón, en Aristóteles y en Arquímedes, así como con un argumento de *An. Prim.* 65a4-7, perfectamente adaptable a nuestro pasaje de *Met.* 1077a9-10: en el capítulo de *Analíticos Primeros* donde se encuentra el pasaje examinado, la operación de "parallelous grafein" es citada como ejemplo del error lógico constituido por la "petición de principio"; por tanto, no es sensato que "parallelous grafein" signifique "dibujar, trazar, las paralelas", porque ¡con un dibujo no se produce jamás una petición de principio! Análogamente, no me parece sensato que los "universales" (καθόλου), de los que Aristóteles habla en 1077a9, sean "dibujados" o "trazados". *Cf.* también la nota siguiente.

[39] También el Pseudo Alejandro, *In Metaph.*, p. 729, l. 22 de Hayduck, interpreta el verbo *gráfetai* (γράφεται) de 1077a9 con *déiknutai* (δείκνυται), "se demuestra", pero no da los motivos de su exégesis. W. D. Ross, en: *Aristotle's Metaphysics, o.c.*, II, p. 413, retoma al Pseudo Alejandro y, basándose en Aristóteles, *Top.* 158b30, *Cat.* 14a39, *Met.* B 998a25 y Δ 1014a36, sostiene que "en todos estos casos... se hace referencia a una prueba desarrollada con la ayuda de una figura". Sobre la verosímil presencia de figuras de subsidio en el proceso demostrativo indicado como *grafein* (γράφειν), se centra también Toth, "Das Parallelenproblem im Corpus aristotelicum", *loc. cit.* Demasiado lacónico me parece J. Tricot, en: Aristote, *Métaphysique*, p. 723: "γράφεται, *formulés*, et non pas *démontrés*", seguido por Reale en su traducción, en: Aristotele, *Metafisica*, II, p. 595: "Inoltre, dai matematicI vengono formulati alcuni assiomi...".

[40] *Cf. infra*, §§ VIII-IX.

VI. Platón, Espeusipo y la teoría de los "intermedios"

A partir de las líneas 1077a10-12 se ve que se trata de una teoría que tiene en cuenta una concepción –a doble nivel– de la sustancia inteligible, según la cual los objetos matemáticos, como por ejemplo números, puntos, magnitudes, tiempos, son "intermedios" (μεταξύ), al lado de las Ideas. Ésta es, como hemos dicho, la opinión que Aristóteles atribuye a Platón, a diferencia de los otros académicos.

Pero esto no significa que el argumento afecte sólo a Platón y no a otros académicos, sobre todo a Espeusipo. En realidad, sería más difícil para Espeusipo, y no para Platón, proporcionar una sustancia a los conceptos matemáticos universales, porque Espeusipo niega las Ideas, mientras que Platón admite lo Igual, lo Desigual, etc., justamente en el plano de las Ideas. Además, en el desarrollo del argumento se menciona el punto (l. 12) y, en conexión con otras informaciones aristotélicas, parece que no Platón, sino sólo Espeusipo, reconoció el punto como sustancia[41].

Sin embargo, la expresa referencia a la teoría de los "entes matemáticos intermedios" (μαθηματικὰ μεταξύ) es una abierta, aunque no exclusiva, referencia a Platón. Platón habría sostenido, como se lee en *Metafisica* A 6, "...que al lado de los sensibles y de las Formas, existen los Entes matemáticos 'intermedios' entre unos y otras, que difieren de los sensibles porque son inmóviles y eternos, y difieren de las Formas porque hay muchos semejantes entre sí, mientras que cada Forma es una e individual"[42].

El argumento citado por Aristóteles a favor de los "Entes matemáticos intermedios" (μαθηματικὰ μεταξύ) es un tipo de argumento "a partir de las ciencias" (ἐκ τῶν ἐπιστημῶν), gracias al cual se resuelve el problema que Julia Annas llama "problema de la unicidad": los matemáticos trabajan con objetos que no son sensibles, pero que no pueden ser Ideas, porque hay, por ejemplo, sólo una única Idea del dos o del triángulo, en tanto que en las proposiciones y operaciones matemáticas, como por ejemplo la suma 2+2 o la descomposición del cuadrado, aparecen más de un dos, y más de un triángulo, idénticos entre sí.

Así llegamos directamente a la cuestión de si Platón efectivamente ha

---

[41] Aristóteles, *Metafisica* A 9, 992a19-21; N 3, 1090b5-7. *Cf.* Tarán, L., *Speusippus of Athens*, *o.c.*, Apéndice I, pp. 457-458.

[42] Aristóteles, *Met.* 987b14-18: "παρὰ τὰ αἰσθητὰ καὶ τὰ εἴδη τὰ μαθηματικὰ τῶν πραγμάτων εἶναί φησι μεταξύ διαφέροντα τῶν μὲν αἰσθητῶν τῷ αἴδια καὶ ἀκίνετα εἶναι, τῶν δ᾽εἰδῶν τῷ τὰ μὲν πολ᾽ἄττα ὅμοια εἶναι τὸ δὲ εἶδος αὐτὸ ἓν ἕκαστον μόνον".

formulado semejante teoría. Si el problema se plantea de la siguiente manera: "en los diálogos de Platón, ¿están *explícitamente presentes* los entes matemáticos intermedios (μαθηματικὰ μεταξύ) descritos por Aristóteles?", la única respuesta posible es: "no"[43]. Pero este "no" puede entenderse de diversas maneras.

Harold Cherniss sostiene que los diálogos de Platón hablan de objetos matemáticos sólo en el sentido de Ideas y de ejemplificaciones empíricas de Ideas; por tanto, el discurso aristotélico acerca de los "intermedios" (μεταξύ) tendría que ser rechazado por ser una mala interpretación que desorienta[44].

Como ha demostrado Brentlinger, el modo en que Cherniss cita los diálogos platónicos no es siempre coherente, sobre todo en su obra principal de 1944[45], y también esto puede explicar el *mainstream* de la investigación inherente al problema de los "intermedios"[46]. En general, en los diálogos se tiende efectivamente a reconocer huellas de la teoría

[43] En los diálogos de Platón no se presentan afirmaciones hechas por Sócrates o algún otro interlocutor (tal vez de cultura matemática como Teodoro o Teeteto), como las siguientes: "¿No te parece, entonces, que los números, las figuras y los objetos de las otras ciencias matemáticas, sean entes separados, intermedios entre las Ideas y las cosas sensibles?" o también: "¿Es necesario, por tanto, concluir que los objetos de las ciencias matemáticas sean realidades intermedias entre las Ideas y lo sensibles, porque son eternos como aquéllas, pero múltiples como en cada especie como éstos?". Sin embargo, dejo planteada una primera pregunta, muy genérica: ¿toda doctrina considerada como indiscutiblemente platónica goza de inequívocas, explícitas y definitivas "definiciones" en los diálogos, o Platón es un filósofo y escritor que ama lo implícito, la alusión, el silencio elocuente? Para ulteriores cuestiones, que voluntariamente dejo abiertas, acerca de la "presencia explícita" de los intermedios en los diálogos, *cf. infra*, nota 54.

[44] Al respecto, H. Cherniss se expresa muy claramente en la colección de tres conferencias: *The Riddle of the Early Academy*, Nueva York: Garland Pub, 1980 (1945), traducida al italiano por L. Ferrero: *L'enigma dell'Accademia antica*, Florencia: 1974, pp. 89-90 (traducción castellana: *El enigma de la primera Academia*, México: UNAM, 1993), donde se lee: "Aristóteles afirma que para Platón las entidades matemáticas conforman una tercera clase de entidades separadas e intermedias entre los particulares sensibles y las ideas... Todos los intentos para encontrar en los diálogos esta categoría han fracasado, se ha dirigido una atención insuficiente al hecho de que el testimonio de Aristóteles es contradictorio..., se explaya afirmando que Platón distinguió *dos* especies de número: números inteligibles –los números ideales– por un lado, y números sensibles –los concretos o denominativos– por otro. Estas ideas de números y estos objetos numerados o numerables agotan la clasificación dada en la *República* y en el *Filebo*, y reaparecen en la *Epinomis* del discípulo de Platón, Filipo, que no sabe nada, ni siquiera él, de un tercera clase intermedia...".

[45] Cherniss, H., *Aristotle's Criticism of Plato and Academy*, Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1944; Nueva York: Rusell & Rusell, 1962[3].

[46] Brentlinger, J., "The Divided Line and Plato's 'Theory of Intermediates'", en: *Phronesis*, 8 (1963), pp. 146-166, especialmente pp. 146-147.

de los "intermedios", o un sistema de pensamiento emparentable con ella, en especial en el pasaje 509d-511a de la *República*, el llamado "símil de la línea"[47].

Estas huellas y semejanzas pueden ser interpretadas o como avances de un pensamiento que Platón habría desarrollado más tarde y que Aristóteles habría formulado más rigurosamente, o como referencias a una doctrina que Platón habría sostenido sólo oralmente, y que Aristóteles habría referido[48].

Con relación a esto, un criterio decisivo es el asumir una posición precisa relativa a la hermenéutica de los escritos platónicos, es

[47] También son asociados otros pasajes de los diálogos: *Rep.* 525c-526 b, *Eut.* 290b-d, *Teet.* 198a-d , *Fed.* 74b-c, 101b-d, *Crat.* 432, *Tim.* 50c, *Fil.* 56c-59d, 61d-62d, y además, *Carta VII* 343b.

[48] Para el *status quaestionis* acerca de la presunta teoría platónica de los "intermedios", cito mi *Enti matematici e metafisica, o.c.*, pp. 121-145. Ahí menciono las siguientes contribuciones: Brentlinger, J., "The Divided Line and Plato's 'Theory of Intermediates'", *o.c.*, *passim*; Mansion, S., "L'objet des mathématiques et l'objet de la dialectique selon Platon", en: *Revue philosophique de Louvain*, 67 (1969), pp. 365-388, reeditado en: *Études aristoteliciennes*, Louvain-la-Neuve: 1984, pp. 475-488; Isnardi-Parente, M., en el volumen preparado por ella: Zeller, E. y R. Mondolfo, *La filosofia dei Greci nel suo sviluppo storico, o.c.*, parte II, vol. III/2, pp. 753-765; Annas, J., "On the 'Intermediates'", en: *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 57 (1975), pp. 146-166, en especial pp. 146-147; Berti, E., *Aristotele. Dalla dialettica alla filosofia prima, o.c.*, pp. 108-112; Findlay, J. N., *Plato. The Written and Unwritten Doctrines*, Londres: Routledge & Kegan Paul, 1974, pp. 159-209, 455-473; Krämer, H., *Platone e i fondamenti della metafisica. Saggio sulla teoria dei principi e sulle dottrine non scritte di Platone con una raccolta dei documenti fondamentali in edizione bilingüe e bibliografia*, Milán: Vita e Pensiero 1982, 1993[4], pp. 184-198 (traducción castellana: *Platón y los fundamentos de la metafísica*, Caracas: Monte Ávila, 1996); Krämer, H., *Dialettica e definizione del Bene in Platone. Interpretazione e commentario storico-filosofico di "Repubblica" VI 534 B 3-D 2*, Milán: Vita e Pensiero, 1989, pp. 77-78; Gaiser, K., "Platons Zusammenschau der mathematischen Wissenschaften", *o.c.*, pp. 93-94; Reale, G., *Per una nuova interpretazione di Platone. Rilettura della metafisica dei grandi dialoghi alla luce delle "Dottrine non scritte"*, Milán: Vita e Pensiero, 1991[10], pp. 237-241, 355-357, 657-671. Como para todo problema relativo a las llamadas "doctrinas no escritas" de Platón (*cf.* Reale, G., *Per una nuova interpretazione di Platone, o.c.*, pp. 3-136), también para el problema de los "intermedios" la comunidad científica se divide hoy en "esotéricos", a favor de una "doctrina oral" de Platón referida por Aristóteles, y "antiesotéricos", pero que difícilmente, en el específico problema de los "intermedios", aparecen en la tesis de la "silly notion" inventada por Aristóteles –tesis con que P. Shorey (en el volumen de la –"Loeb Classical Library": Plato, *The Republic*, traducción al inglés de P. Shorey, 2 vols., Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1935, II, p. 164) ha anticipado a Cherniss. Como se sabe, en Italia la posición de Cherniss ha sido retomada por M. Isnardi-Parente, pero demostrando, respecto a Cherniss, mayor respeto por la "lógica" de la errada interpretación de Aristóteles, refiriéndose con claridad a los diálogos platónicos y, sobre todo, a la evolución académica del pensamiento platónico; de Isnardi-Parente pueden verse, sobre el problema específico del objeto de la matemática en Platón, "Platone e i metodi matematici", en: *La Cultura*, 5 (1967), pp. 19-40, y sobre la cuestión de las "doctrinas no escritas": "Il problema della 'dottrina non scritta' di Platone", en: *La parola del passato*, 41 (1986), pp. 5-30.

decir, leerlos, en el sentido explicado por Szlezák, como estructuras abiertas a una doctrina interna a la Academia y no escrita, o de modo diferente[49].

La alternativa es radical. Querría, sin embargo, tratar de delinear, y de poner en discusión, una explicación de la exposición y de la crítica de Aristóteles sobre los "intermedios" (μεταξύ), que pueda constituir para las posiciones contrarias al menos una mínima base común, sobre la cual continúe la discusión, por supuesto por vías opuestas, pero más en la forma de un diálogo que de una batalla[50].

VII. Diálogos platónicos e "intermedios"

Dejándose guiar por los diálogos de Platón, se encuentran algunos puntos de orientación, para empezar a moverse en el "campo minado"[51] constituido por el problema de los entes matemáticos intermedios (μαθηματικὰ μεταξύ).

1. Primer punto de orientación

Las ciencias matemáticas puras, no aplicadas, tienen por objeto no un "visible" (ὁρατόν), sino un "inteligible" (νοητόν), un no-sensible, concebido "realistamente" o "platónicamente", es decir, como algo independiente del mundo sensible y de nuestro pensamiento. (En este sen-

[49] Szlezák, Th. A., *Platon und die Schriftlichkeit der Philosophie. Interpretation zu den frühen und mittleren Dialogen*, Berlin: W. de Gruyter, 1945; edición italiana: *Platone* e *la scrittura della filosofia. Analisi di struttura dei dialoghi della giovinezza e della maturità alla luce di un nuovo paradigma ermeneutico*, Milán: Vita e pensiero, 1988, 1993[2]; *Come leggere Platone*, Milán: Rusconi 1991 (traducción castellana: *Leer a Platón*, Madrid: Alianza, 1997).

[50] En otras palabras, me gustaría indicar algunas coordenadas que permitan, por así decirlo, un viaje al "limbo" del problema de los "intermedios", es decir, a aquella zona del pensamiento platónico que puede contener o aquello que Aristóteles malinterpreta, o un anuncio de lo que Platón elabora en su vejez, o una alusión a una "doctrina no escrita" en sentido esotérico. Después de este viaje, creo que será más fácil recoger, al menos respecto a la "teoría de los intermedios", la "propuesta de paz" sobre el Platón esotérico propugnada por G. Figal, "Riesenschlacht? Überlegungen zur Platoninterpretation im Anschluß", en: Reale, Giovanni (ed.), *Zu einer neuen Interpretation Platons*, Padeborn/Munich/Viena/Zürich: Ferdinand Schöningh, 1993. Szlezák, Th. A., *Platon lesen*, Stuttgart: Frommann-Holzboog, 1993; *Internationale Zeitschrift für Philosophie*, 1994, pp. 150-162. Casi contemporánea a la contribución de Figal, ha aparecido en Italia el artículo de M. Vegetti, "Cronache platoniche", en: *Rivista di Filosofia*, 85 (1994), pp. 109-129, que responde de manera muy diferente a la misma exigencia de definir exactamente el estado actual de las investigaciones platónicas.

[51] Es una eficaz expresión de J. Annas, *o.c.*, p. 34.

tido, el argumento "a partir de las ciencias", "ἐκ τῶν ἐπιστημῶν", del cual Wilpert ya ha identificado los lineamientos en los diálogos[52], es fundamentalmente platónico). Por otra parte, al poder cognoscitivo de la matemática, o a las disciplinas matemáticas en general, corresponde una posición intermedia entre los conocimientos sensibles y la dialéctica de las Ideas. Ha sido propuesto el argumento según el cual esta posición intermedia requiere un *pendant* ontológico[53], cosa que, en las obras platónicas, no parece tener presencia explícita[54].

2. Segundo punto de orientación

En segundo lugar, los diálogos platónicos no excluyen que haya muchos ejemplares de la misma especie de objetos matemáticos inteligibles: incluso donde Platón habla de un "cuadrado en sí" (τοῦ τετραγόνου αὐτοῦ), y de una "diagonal en sí" (τῆς διαμέτρου αὐτῆς)[55], puede perfectamente entender, como observa Gaiser, "no la forma *única* en el sentido de la teoría de las Ideas, sino la exactitud suprasensible, en el mismo sentido en que él claramente indica, con la expresión *autó to hen* (VII, 525d-e: ἀυτὸ τὸ ἕν) lo uno matemático, que se presenta en una multiplicidad indefinida de ejemplares"[56].

---

[52] Wilpert, P., *Zwei aristotelische Frühschriften über die Ideenlehre*, Regensburg: J. Habbel, 1949, pp. 29-35. Con este mismo propósito, *cf.* Berti, E., *La filosofia del primo Aristotele*, Padua: Cedem, 1962, pp. 202-208; Leszl, W., *Il "De ideis" di Aristotele e la teoria platonica delle idee*, Florencia: Olschki, 1975, pp. 95-97.

[53] Esto lo sostienen, entre otros, y cada uno a su manera, J. Brentlinger, S. Mansion, J. N. Findlay, H. Krämer y G. Reale, en las obras anteriormente citadas, *supra* nota 48.

[54] Obviamente, para extendernos sobre la pregunta planteada *supra*, nota 43, uno podría preguntarse, siguiendo a Findlay, J.N., *Plato. The Written and Unwritten Doctrines*, *o.c.*, p. 188, si "nothing if not explicit" deba ser "the most parabolic and hinting of philosophical exponents" (esta frase está en polémica con W.D. Ross, *Plato's Theory of Ideas*, Oxford, 1951; traducción castellana: *Teoría de las ideas de Platón*, Madrid: Cátedra, 1986). Pero, con mayor precisión, uno podría preguntarse si el *pendant* ontológico de la posición intermedia de las ciencias matemáticas no hace su aparición, aunque sea en la penumbra, en los escritos de Platón: (1) por medio de otras afirmaciones muy claras y explícitas presentes en los libros VI y VII de la *República*, por ejemplo, V 476e-479d. (En cuanto a VI 511d 6-e 4, y a VII 533d-534e, *cf.* mi ensayo *Enti matematici e metafisica*, *o.c.*, pp. 123-128); (2) por medio del paralelismo entre el "símil de la línea" y el "símil de la caverna", tal como viene trazado por Th.A.Szlezák, "Das Höhlengleichnis", en: Hoffe, O. (ed.), *Platon, Politeiea*, Berlín: Akademia Verlag, 1997, pp. 205-228, especialmente pp. 211-215.

[55] Platón, Rep. 510d, en el "símil de la línea".

[56] Gaiser, K., "Platons Zusammenschau der mathematischen Wissenschaften", *o.c.*, p. 94, n. 10: "nicht die *eine* Form im Sinn der Ideentheorie, sondern die übersinnliche Exaktheit, wie er auch mit αὐτὸ τὸ ἕν (VII, 525 d-e) offensichtlich die mathematische Eins, die in beliebig vielen Exemplaren vorkommt, bezeichnet".

3. Tercer punto de orientación

De manera explícita, los objetos matemáticos muestran cierta "ambigüedad" y "naturaleza paradójica", como afirma y demuestra Suzanne Mansion: se dividen entre el mundo sensible y el puramente inteligible, en cuanto que son *noetá* (νοητά), inteligibles, pero que son estudiados por medio de imágenes sensibles, o sobre la base de presupuestos de mero valor hipotético[57], o que, de manera semejante a las cosas sensibles, se comportan de manera contradictoria[58].

4. Cuarto punto de orientación

En efecto, Platón escribe de un mundo más amplio, que se destaca por su ambigüedad y su carácter paradójico, porque es "intermedio" (μεταξύ) entre el puramente sensible y el puramente inteligible. A este mundo intermedio pertenece no sólo el conocimiento dianoético, y por consiguiente matemático, sino que a él también pertenecen *eros*[59], probablemente el alma e incluso virtudes ético-políticas como la sabiduría 1919[60], a ese mundo pertenece todo lo que constituye "una línea" que en sí une o mezcla los mundos opuestos de lo sensible y de lo noético, de lo corruptible y de lo eterno. Éste es el *intermundum*, por medio del que nos es posible remontar dialécticamente desde aquí hasta el Bien y desde allá otra vez descender a nuestro mundo de la vida.

VIII. Aristóteles y el mundo matemático de Platón

Regresemos ahora a Aristóteles. En *Metafísica*, M 1, donde el problema de las sustancias matemáticas es formulado de la manera más clara, Aristóteles se conecta con el programa dialéctico global de la *República*, cuya finalidad era alcanzar, por medio de una reflexión sobre la matemática, un principio último, que pudiese explicar *todo*, no sólo el saber.

[57] Esto se puede deducir también del "símil de la línea". *Cf.* Platón, *Rep.* 510c5-511a8, y las observaciones de Mansion, S., *L'objet des mathématiques...*, *o.c.*, pp. 367-372, 381-383.
[58] Por ejemplo, el mismo número 2 es el resultado de dos operaciones que en la matemática antigua eran antitéticas: la adición y la sustracción. *Cf.* Mansion, S., *o.c.*, pp. 381-382.
[59] *Cf.* Platón, *Banq.* 201d-212c, y especialmente 202a9, donde *eros* es definido como "intermedio" (μεταξύ).
[60] *Cf.* Souilhé, J., *La notion platonicienne d'intermédiaire dans la philosophie des Dialogues*, París: 1919; Nueva York: Garland Pub, 1987, donde se hacen sistemáticas y puntuales referencias a pasajes de los diálogos relativos a la cuestión.

Aristóteles es consciente, como Myles Burnyeat ha demostrado de manera convincente[61], de que la decisión a favor de una interpretación aristotélica o platónica del objeto de la matemática es, al mismo tiempo, una decisión acerca del modo en que nosotros debemos entender "el mundo y su bondad"[62], del modo en que podemos articular una metafísica y, por tanto, del modo en que debemos vivir.

Por tanto, Aristóteles toma en consideración el cuadro completo de la teoría platónica de la matemática, pero lo hace de una manera particular y personal. Por así decirlo, hace de un gran fresco un mosaico en el que las piezas están separadas unas de otras y son colocadas, respecto al modelo original, de manera diferente: por eso lo que vemos es desagradable, como hemos dicho, "irritante", pero tratemos de entender por qué.

La pretensión de la matemática de dirigirse a un adecuado *noetón* (νοητόν) es aislada, por Aristóteles, de la perspectiva más amplia con que aparece en Platón, y es enfrentada como un problema autónomo, independiente. Además, el problema es formulado y discutido con el aparato conceptual de la teoría aristotélica de la sustancia, como se ha visto antes. Desde su punto de vista, desde el punto de vista del ontólogo que se pregunta "¿qué cosa es la sustancia?", "τίς ἡ οὐσία", Aristóteles reduce lo que en Platón es un *intermundum* matemático en el recorrido de la dialéctica a una doctrina fija de los objetos sustanciales no-sensibles de determinados procedimientos científicos.

De este modo, creo, alcanzamos una base sobre la cual conducir con nueva armonía, si bien por caminos muy diferentes, el debate acerca de la exposición aristotélica sobre los "intermedios" (μεταξύ). Puede ser que Aristóteles, con argumentos propios, construya una ontología de los *mathematiká* (μαθηματικά) que corresponde a un orden de pensamiento platónico, sin que Platón la haya formulado en cuanto tal explícitamente; también puede ser que Aristóteles presente una ontología de los *mathematiká* (μαθηματικά) sostenida oralmente por Platón, pero que representaba mucho más que una "ousiología" al margen de la práctica de la matemática[63]. Por ahora dejamos abierta la cuestión, sobre todo porque, como hemos dicho, se puede tomar una decisión sólo entrando en el

[61] Burnyeat, M., "Platonism and Mathematics: A Prelude to Discussion", en: Gräser, A. (ed.), *Mathematics and Metaphysics in Aristotle*, *o.c.*, pp. 213-240.
[62] *Ibid.*, p. 214: "the world and its goodness".
[63] El amplísimo aliento de la reflexión matemática de Platón ha sido resaltado especialmente por K. Gaiser, *Platons ungeschriebene Lehre. Studien zur systematischen*

vasto y complejo campo de la hermenéutica de los escritos platónicos para asumir una postura firme. De cualquier modo, queda claro que el discurso aristotélico sobre los "entes matemáticos intermedios" (μαθηματικά μεταξύ) debe tomarse en serio, no menos que examinarse atentamente y examinarse sobre todo en su rígida formulación ousiológica[64].

IX. La demoledora crítica de Aristóteles

Esto ofrece también un parámetro para valorar la distancia que Aristóteles asume frente a Platón con su crítica a los "intermedios" (μεταξύ) en 1077a10-14. La crítica se desarrolla, como se ha dicho líneas arriba, en tres pasajes:

(1) si se proponen los *mathematiká* (μαθηματικά), por ejemplo números, puntos, magnitudes y tiempos, como sustancias inteligibles separadas, "intermedias" (μεταξύ), entre las Ideas y las cosas sensibles, es necesario postular como objeto de determinadas proposiciones de la matemática general un ulterior grupo de sustancias matemáticas inteligibles que deben ser "intermedias" (μεταξύ) entre los "intermedios" (μεταξύ) matemáticos y las Ideas;

(2) no se logra entender qué naturaleza tienen estas nuevas sustancias, porque no coinciden ni con los objetos matemáticos, ni con las Ideas;

(3) por tanto, si es imposible que existan estas sustancias, también es imposible postular los objetos matemáticos como sustancias no-sensibles[65].

---

und geschichtlichen Begründung der Wissenschaften in der Platonischen Schule, Stuttgart: E. Klett, 1963, 1968².

[64] El problema crucial, de la "reducción ousiológica" llevada a cabo por Aristóteles sobre una más compleja teoría platónica sobre la matemática, me parece éste: ¿es posible que en Platón no haya alguna ontología de los entes matemáticos "intermedios", aun como *aspecto singular, parcial y, tal vez incluso implícito, pero necesario*, de un discurso más global? Evidentemente, una respuesta a esta pregunta depende, además de la exploración de las dos posibilidades indicadas *supra*, nota 54, de la interpretación global que se dé a la filosofía platónica, y sobre todo a la doctrina de las Ideas, en cuanto "ontología". Por citar dos posiciones encontradas, menciono la "metafísica" de G. Reale, *Per una nuova interpretazione di Platone*, *o.c.*, p. 238, que conecta la teoría sobre los "intermedios" con el principio parmenídeo "lo mismo es el conocer y el ser", aunque esté convencido de que la filosofía de Platón no sea, o no sea sólo, una ontología, sino una *protología* (doctrina de los principios) en el sentido de una *henología* (doctrina de lo Uno), y la posición hermenéutica de G. Figal, "Platons Destruktion der Ontologie. Zum Sinn des *Parmenides*", en: *Antike und Abendland*, 34 (1993), pp. 29-47.

[65] *Cf. supra*, § IV.

Evidentemente, el argumento representa un ulterior ejemplo del razonamiento que Aristóteles desarrolla en las líneas inmediatamente precedentes, como en B 2[66]. Aristóteles afirma que la astronomía, la óptica y la armonía (¿y por qué no otras ciencias?) deberían tener como objeto sustancias no-sensibles, porque son ciencias como la aritmética y la geometría las que se ocupan de los "intermedios"; tales sustancias, que Aristóteles llama "sensibles intermedios" (αἰσθητὰ μεταξύ)[67], tendrían, sin embargo, una naturaleza autocontradictoria: serían, por ejemplo, un cielo móvil e inmóvil, un sonido audible y no audible, etc.

Lo que Aristóteles reduce al absurdo es, por tanto, el "argumento a partir de las ciencias" (λόγος ἐκ τῶν ἐπιστημῶν) que él ve como un perverso mecanismo de producción de sustancias inteligibles: para cada proposición y demostración, para cada procedimiento de cada ciencia matemática, y por tanto también de la matemática general, debería ser postulada como objeto una respectiva sustancia inteligible, dotada de todas las propiedades atribuidas por los matemáticos a los objetos con que trabajan.

Aquí se ve claramente que el argumento acerca de la sustancia de las proposiciones universales de la matemática se inserta en la crítica más amplia que Aristóteles dirige a la "separación" platónica de los objetos de la ciencia (χωρισμός) del mundo sensible, ya sean entes matemáticos o Ideas. En otra oportunidad he tratado de interpretar el argumento en este sentido[68]. Pero ahora deseo poner el acento sobre otro punto, sobre el hecho de que Aristóteles llega al absurdo de una "sustancia intermedia entre las Ideas y los intermedios" (οὐσία μεταξὺ τῶν τ' ἰδεῶν καὶ τῶν μεταξύ), en cuanto que rompe la continuidad lineal que Platón reconoce entre la matemática y la dialéctica.

Si regresamos al "símil de la línea", encontramos ahí un ejemplo de esta continuidad en el "salvamento" llevado a cabo por la dialéctica en relación con las "hipótesis" (ὑποθέσεις) matemáticas[69]. A propósito de las "proposiciones matemáticas universales" citadas por Aristóteles, semejante "salvamento" puede simplemente significar, como cité líneas arriba, que aquéllas tienen por objeto Ideas: lo Igual, lo Desigual, lo Idén-

[66] Aristóteles, *Met.* 997b12-34.
[67] Aristóteles, *Met.* 997b23.
[68] *Cf.* Cattanei, E., "I metodi della metafisica platonico-accademica 'generalizzante' ed 'elementarizzante' nei libri 'M' e 'N' della *Metafisica* di Aristotele", *o.c.*, pp. 193-195.
[69] *Cf.* Platón, *Rep.* 511b3-c2.

tico y lo Diferente, etc., son Ideas, a las que pueden ser referidos fenómenos pertenecientes a las disciplinas matemáticas particulares[70].

Por otro lado, en las "hipótesis" (ὑποθέσεις) del "símil de la línea" se puede captar una alusión al debate académico acerca de las proposiciones que más tarde, en los *Elementos* de Euclides, aparecen como axiomas y postulados. En este caso, la dialéctica que se eleva hasta un principio "anhipotético" (ἀνυπόθετον) tendría la tarea de fundamentar la verdad de una determinada "hipótesis" (ὑποθέσις), es decir, de la euclidiana, y la falsedad de la hipótesis opuesta, la antieuclidiana[71].

Ahora bien, si a su vez las "proposiciones universales" matemáticas, de que habla Aristóteles (ἔνια καθόλου ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν) son proposiciones que más tarde aparecen entre los axiomas y los postulados del primer libro de los *Elementos* de Euclides, cuya demostrabilidad fue discutida en el sentido indicado por Toth, entonces la dialéctica "salva" la matemática en cuanto ofrece una fundamentación de la verdad de determinadas proposiciones, que *en sí mismas*, es decir, en el plano matemático, son indemostrables[72].

En conclusión, el argumento de Aristóteles toca la piedra angular, que en Platón se sitúa entre matemática y dialéctica: el puente se rompe, se crea una laguna sobre la que se apoya la reducción al absurdo desarrollada dentro del marco de la teoría de la sustancia.

Una vez más la investigación aristotélica sobre la *ousía* (οὐσία) corta con precisión quirúrgica las multiformes, pero continuas líneas del pensamiento platónico, aleja sus partes y, además, con instrumentos y fines propios. Sólo con dificultad puede el lector reconocer aquel mundo de la matemática, que para Platón y los antiguos académicos, como el mismo Aristóteles menciona, tal vez con un poco de ironía, "deleitan al alma" (τήν ψυχὴν σαίνει)[73].

[70] Me permito citar otra vez mi artículo "I metodi...", *o.c.*, p. 194.
[71] *Cf.* Hösle, V., *I fondamenti dell'aritmetica e della geometria in Platone*, *o.c.*, pp. 113-129.
[72] Acerca de la característica de no autofundamentación, que según Platón es propia de la matemática, *cf.* nuevamente Hösle, V., *o.c.*, pp. 119-120.
[73] Aristóteles, *Met.* 1090a37. Del verbo *sainein* (σαίνειν) M. Isnardi-Parente da una interpretación rigurosa, no en sentido irónico, considerándolo término usado por Espeusipo: *cf.* Speusippo, *Frammenti*, *o.c.*, p. 315.