Economía Vol. XXXII, N° 63, semestre enero-junio 2009, pp. 63-78 / ISSN 0254-4415

Modelo de acceso y uso de telefonía en un contexto de incertidumbre en los ingresos

Kristian López*
Subgerencia de Investigación
Gerencia de Políticas Regulatorias
OSIPTEL

RESUMEN

Este documento presenta un marco teórico sencillo para analizar el rol del nivel y la incertidumbre del ingreso como determinantes de la demanda de telefonía fija en términos de acceso y uso. En particular se muestra cómo un incremento de la incertidumbre en el ingreso desincentiva el acceso y el uso del servicio de telefonía por parte de los hogares. Además, a manera de ejemplo, se desarrolla un ejercicio de simulación para una población de hogares, los cuales tienen iguales preferencias pero están afectos a una distribución del ingreso.

Palabras clave: no linealidad de precios, acceso telefónico, tarifa en tres partes, incertidumbre, distribución del ingreso.

ABSTRACT

This document presents a theoretical simple frame to analyze the role of the level and the uncertainty of the revenue as determinants of the demand of telephony fixes in terms of access and use. Especially it appears as an increase of the uncertainty in the revenue discourages the access and the use of the service of telephony on the part of the home. In addition, like example, an exercise of simulation develops for a population of homes which have equal preferences but are affected on a distribution of the income.

Keywords: nonlinear pricing, telephone access, three-part tariffs, uncertainty, income distribution.

INTRODUCCIÓN

Este documento presenta un marco teórico simple para analizar el rol, tanto, de los niveles de ingreso de los hogares, como del grado de incertidumbre de sus ingresos, en la formación de la demanda de telefonía fija, en términos de acceso y uso.

Fundamentalmente, el desarrollo teórico se basa en la utilización de unas preferencias del tipo Stone-Geary modificadas, y en una restricción presupuestaria caracterizada por

* Agradezco los valiosos comentarios de Sergio Cifuentes; los errores que permanezcan son exclusiva responsabilidad mía.

Comentarios y sugerencias a: klopez@osiptel.gob.pe.

una tarifa en tres partes con un componente estocástico en el ingreso de los hogares. El resultado es un marco de análisis de la demanda de telefonía que permite vincular las decisiones de acceso y uso al nivel y la volatilidad del ingreso.

Este estudio pretende ser útil en la comprensión de lo que ocurre en países como el Perú, en términos de cobertura de servicios de telecomunicaciones, donde los amplios segmentos de población en condición de pobreza (incluso en zonas urbanas) y la alta vulnerabilidad de los ingresos de estos hogares pueden explicar buena parte de la brecha total de cobertura que se observa.

Discutir el origen de tales brechas con un apropiado marco teórico y mediciones, o simulaciones concretas, posiblemente nos lleve a replantear algunas políticas de acceso o, cuando menos, a afinar las actuales.

1. EL MODELO TEÓRICO

1.1. Modelo determinístico

Una primera aproximación teórica al rol del nivel de ingreso (capacidad de pago) en las decisiones de acceso y uso de telefonía se puede desarrollar en un modelo determinístico como el que se presenta a continuación.[1]

El modelo asume la existencia de dos bienes: telefonía fija x_1 y un bien compuesto x_2 que representa al resto de bienes, entre los cuales se encuentran los bienes considerados necesarios por el hogar. Las preferencias sobre dichos bienes se representan mediante una función de utilidad del tipo Stone-Geary modificada. Como sabemos, las preferencias Stone-Geary se expresan por una función del tipo:

$$u(x_1, x_2) = (x_1 - B_1)^{\alpha} (x_2 - B_2)^{1-\alpha}$$

Donde B_1 y B_2 son valores positivos y denotan los niveles de subsistencia, es decir el nivel de consumo mínimo en ambos bienes que el hogar necesita alcanzar.[2] No obstante cuando alguno de los B_i es negativo (digamos el B_1), el «traslado» del origen causa una suerte de priorización por el otro bien (el bien x_2).

Precisamente en este documento usamos unas preferencias Stone-Geary modificadas en ese sentido; asumimos un B_1 negativo y un $B_2 = 0$ para modelar (sin tener que recurrir a preferencias lexicográficas) la priorización de los hogares pobres por bienes que ellos consideran necesarios. En consecuencia, la función de utilidad queda expresada como:

---

[1] La importancia de desarrollar el modelo determinístico no solo radica en la didáctica sino en que representa un modelo de elecciones óptimas *ex-post*, en ese sentido, es comparable al modelo que incorpora incertidumbre que se desarrolla luego.

[2] Esta formulación usual además trae ciertas complicaciones técnicas para los niveles de ingreso que no permiten comprar por lo menos la canasta de subsistencia. Véase al respecto Mora (2002: 46).

$$u(x_1, x_2) = (x_1 + B)^{\alpha} x_2^{1-\alpha} \tag{1}$$

Donde $B_1 = B \geq 0$ y $\alpha \in [0,1]$ son los parámetros de preferencias. Tanto cuando α se acerca a cero como cuando B toma valores suficientemente grandes, el hogar deja de valorar a la telefonía como bien. Asimismo, la restricción presupuestal, caracterizada por una tarifa en tres partes para el bien de telefonía, estará dada por:

$$I = i_{\{X_1>0\}}F + p\max\{x_1 - q,0\} + x_2 \tag{2}$$

Donde I es el ingreso total del hogar y los elementos de la tarifa para el servicio de telefonía se dividen en tres partes $\{F, p, q\}$, donde F es la renta básica, p es el precio por los minutos adicionales y q, los «minutos libres» o «incluidos».

Asimismo, se debe notar que en la restricción, el precio del bien x_2 es igual a uno, es decir x_2 es el bien numerario. En consecuencia, p es un precio relativo. Por último, $i_{\{x_1>0\}}$ es una función indicador, es decir solo cuando $x_1 > 0$, dicha función toma un valor igual a uno, mientras que para otros casos siempre tendrá valor igual a cero. Nótese además que la expresión $p\max\{x_1 - q,0\}$ corresponde al consumo de los llamados minutos adicionales. En el gráfico 1 puede observarse la forma gráfica de la restricción planteada.

En este modelo existe un total de tres conjuntos de parámetros o variables exógenas. Los de preferencias α, B; los de tarifa F, p, q y el de ingreso I.

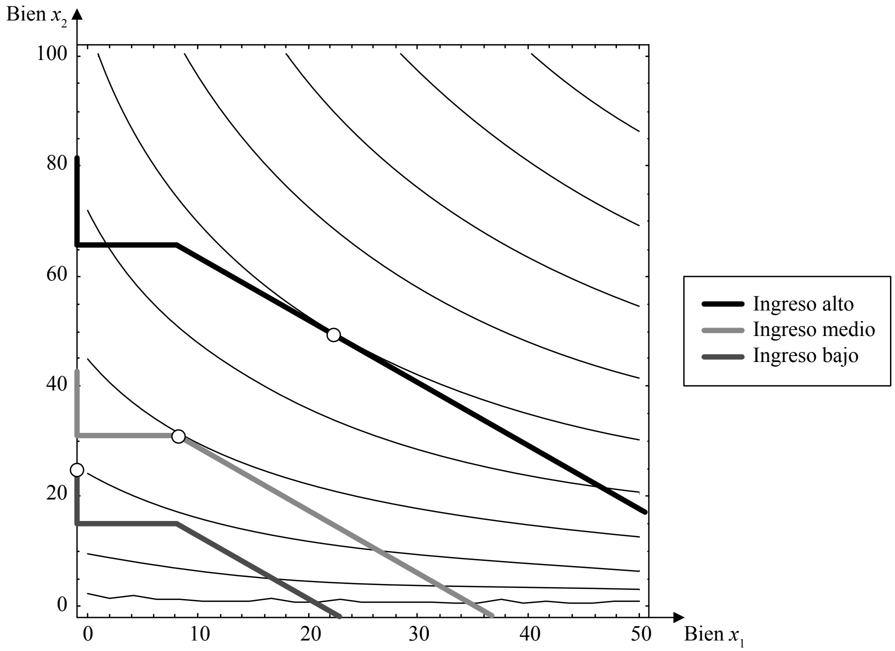
Una característica muy importante de las preferencias utilizadas en esta modelación es que la Relación Marginal de Sustitución (RMS), evaluada en x_1 igual cero, crece con el consumo del resto de bienes x_2:

$$\frac{\alpha x_2}{(1-\alpha)B} = \left(\frac{u_{X_1}}{u_{X_2}} \bigg|_{X_1=0} \right)$$

Es decir, la valoración relativa de acceder a la telefonía crece con el consumo del bien compuesto. Esto es relevante para nuestra modelación porque, como veremos más adelante, permite modelar el no acceso a la telefonía como elección óptima cuando el ingreso del hogar es muy bajo.[3] En el gráfico 1 se presenta un mapa de curvas de indiferencia donde se observa esta característica de las preferencias.

[3] Ello no se puede lograr con preferencias tipo Cobb-Douglas, por ejemplo, donde los bienes se vuelven infinitamente valorados cuando el consumo de ellos se acerca a cero, por lo que siempre es preferible consumir al menos una cantidad ínfima de todos los bienes.

Gráfico 1
Mapa de curvas de indiferencia y restricciones presupuestarias para distintos niveles de ingreso



Si bien el problema del hogar consiste sencillamente en encontrar la cesta $\{x_1, x_2\}$ que maximiza la satisfacción del hogar (ecuación 1) sujeta a la restricción presupuestaria (ecuación 2); técnicamente el hogar resuelve dicho problema de la siguiente manera. Primero halla las cestas $\{x_1, x_2\}$ que cumplan (2) y maximicen su utilidad condicionada a cada una de las posibles elecciones de x_1: (a) $x_1 = 0$; (b) $x_1 = q$, y (c) $x_1 > q$, tal que la RMS=p, respectivamente. Luego, observando cuál de estas tres cestas genera una mayor utilidad, elige (a), (b) o (c). A esta cesta elegida óptimamente se la denota por $\{x_1^*, x_2^*\}$.

El resultado importante del modelo es que elegir entre (a), (b) y (c), tal que la RMS sea igual a p, depende del nivel de ingresos de la familia. En el gráfico 1 es posible observar dicho resultado, así tenemos que para un nivel bajo de ingresos (representado por la curva punteada más cercana al origen de las coordenadas) la decisión óptima es no consumir x_1, el bien o servicio de telefonía fija. En la restricción de ingreso contigua en orden ascendente, la elección óptima es consumir solo los minutos libres. Finalmente, para un nivel de ingresos mayor consumir minutos adicionales es lo óptimo. En otras palabras, dados los valores para el resto de parámetros, puede haber hasta tres rangos de ingresos que determinan las demandas de telefonía, por lo tanto existirán dos umbrales a los que llamaremos, respectivamente, A_1 y A_2, los cuales dividirán dichos tramos de ingreso.

Para solucionar el modelo y resolver los umbrales A_1 y A_2, primero deben hallarse las demandas de los bienes x_1, x_2, condicionadas a que, respectivamente, se hubiese optado por (a), (b) y (c). En segundo lugar, al reemplazar tales demandas condicionadas en la función de utilidad, obtenemos funciones de utilidad indirectas condicionadas a cada uno de los tres casos. En tercer lugar, con estas tres funciones de utilidad indirecta condicionadas se hallan los umbrales A_1 y A_2, de tal manera que cada uno de estos indiquen el nivel de ingreso a partir de cuál es mejor acceder a la telefonía o comprar minutos adicionales.

Veamos a continuación el detalle de cada paso para resolver y obtener una expresión analítica de los umbrales.

1. Demandas condicionadas

Con (a) $x_1 = 0$, la mejor elección del bien compuesto es $x_2 = I$. Si se elige (b) $x_1 = q$, la elección óptima del bien 2 es $x_2 = I - F$. Finalmente, para (c) $x_1 > q$ es necesario aplicar la condición de tangencia $p = RMS$ y entonces las elecciones óptimas (demandas) de ambos bienes serían:

$$x_1^* = \alpha\left[B + q + \frac{I - F}{p}\right] - B \tag{3}$$

$$x_2^* = (1-\alpha)[pB + pq + I - F] \tag{4}$$

Por la forma de las preferencias, sabemos que las demandas que se desprenden (a), (b) y (c) están asociadas, respectivamente, a los tres rangos de ingreso separados por A_1 y A_2. De esta manera, podemos afirmar lo siguiente: con ingresos $I \in [0, A_1]$ las demandas de ambos bienes serán $x_1^* = 0$ y $x_2^* = I$; con $I \in [A_1, A_2]$, las demandas de ambos bienes serán: $x_1^* = q$ y $x_2^* = I - F$; finalmente, en el tercer rango de ingresos, $I \in [A_2, \infty]$, las funciones de demanda de ambos bienes serán (3) y (4).[4]

2. Funciones de utilidad indirecta

Para hallar los umbrales de ingreso A_1 y A_2, se deben construir funciones de utilidad indirecta condicionadas a las opciones (a), (b) y (c), de modo tal que obtengamos:

$$V_a = V_a\,(F, q, p, B, \alpha) = B^{\alpha} I^{1-\alpha} \tag{5}$$

$$V_b = V_b\,(F, q, p, B, \alpha) = (q + B)^{\alpha} (I - F)^{1-\alpha} \tag{6}$$

$$V_c = V_c(F, q, p, B, \alpha) = \left(\frac{\alpha}{p}\right)^{\alpha} (1-\alpha)^{1-\alpha} (pm + y)^{\alpha} (pm - y)^{1-\alpha} \tag{7}$$

Donde $y = I - F$ y $m = B + q$, y los subíndices $\{a, b, c\}$ indican a qué tramo está asociada cada función.

[4] Las derivaciones correspondientes en este tramo se encuentran desarrolladas en el Anexo.

3. Umbrales A_1 y A_2

Con ello, y observando que las diferencias $V_b - V_a$ y $V_c - V_b$ son ambas crecientes respecto del ingreso, los umbrales se pueden definir de la siguiente manera:

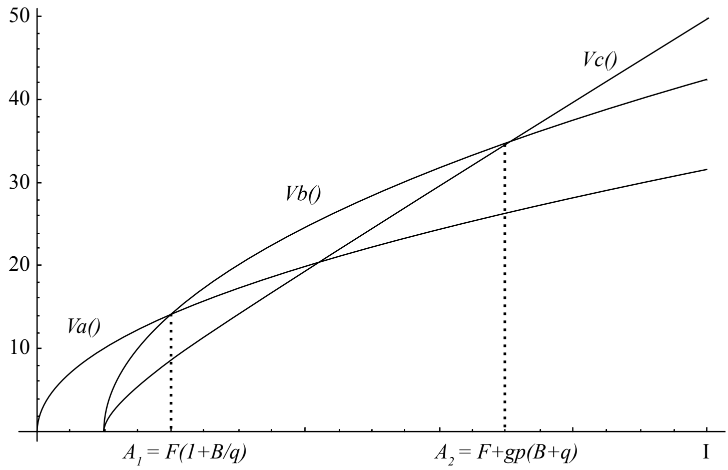
$$A_1 = \{I \in R^+ : V_b - V_a = 0\}$$

$$A_2 = \{I \in R^+ : V_c - V_b = 0\}$$

Pues para niveles de ingreso mayores a A_1 sucederá $V_b > V_a$ y, por tanto, acceder a la telefonía será óptimo. Análogamente, para niveles de ingreso mayores a A_2, siempre se cumplirá $V_c > V_b$, con lo cual va a ser óptimo consumir más minutos que solo los q minutos libres.

En el gráfico 2 puede apreciarse la aplicación de esta regla para hallar los umbrales. El eje horizontal corresponde al ingreso (I) y el eje vertical a la utilidad del hogar. Además, las tres curvas que están representadas son V_a, V_b y V_c. En dicho gráfico 2, se puede distinguir precisamente que para niveles muy bajos de ingreso, la mayor utilidad proviene de V_a, lo que implica que conviene la opción (a) $x_1 = 0$, que consiste en no acceder a telefonía. Para ingresos medios (entre los umbrales A_1 y A_2) conviene la opción (b), y para ingresos altos (mayores a A_2) conviene consumir en el margen una cantidad de minutos mayor a q.

Gráfico 2
Utilidades indirectas en los tramos de ingreso



Nota: $\alpha = 0.5$ y $g = 2 + \sqrt{3}$

Sin embargo, en este contexto definido por las preferencias y la restricción dadas en (1) y (2) no es posible hallar algebraicamente los umbrales A_1 y A_2. Por ello, proponemos fijar un parámetro de las preferencias y dejar el otro libre. A diferencia de las preferencias del tipo Cobb-Douglas, en la función de utilidad que se usa aquí hay dos parámetros de preferencia (α y B), y además α no representa la proporción del ingreso destinado a telefonía. En consecuencia, se puede fijar dicho parámetro en un valor determinado sin perder mucha flexibilidad. El valor que estableceremos para α será 0,5. Así, para cualquier ejercicio de calibración del modelo posteriormente, una proporción de gasto congruente con la realidad se puede lograr haciendo variar el parámetro B de las preferencias.

Para el caso en que $\alpha = 0{,}5$, la utilidad indirecta en los tres rangos expresada en (5), (6) y (7) se simplifica a:

$$V_a = \sqrt{BI}$$

$$V_b = \sqrt{(B+q)\,(I-F)}$$

$$V_c = \frac{1}{2\sqrt{p}}(p^2m^2 - y^2)^{1/2}$$

respectivamente. Donde $y = I - F$ y $m = B + q$.

Como resultado de ello, A_1 es el ingreso que cumple:

$$\sqrt{(B+q)(I-F)} = \sqrt{BI}$$

y A_2 el ingreso que cumple:

$$\frac{1}{2\sqrt{p}}\left[p^2(B+q)^2 - (I-F)^2\right]^{1/2} = \sqrt{(B+q)(I-F)}$$

Resolviendo ambas igualdades obtenemos:

$$A_1 = F\left(\frac{B}{q}+1\right)$$

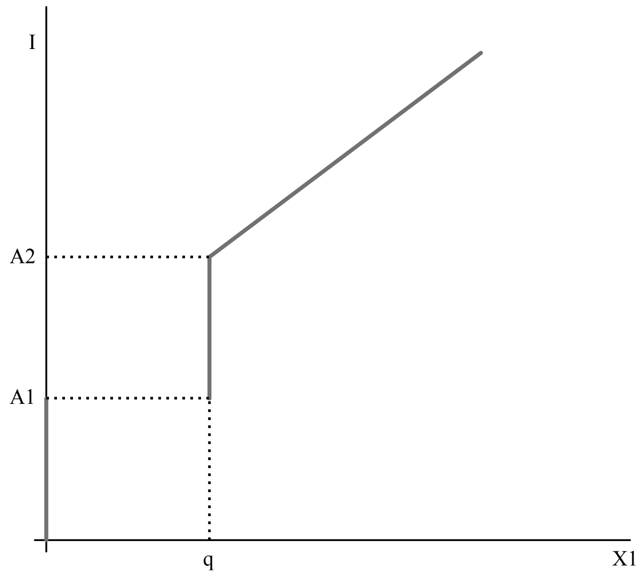
$$A_2 = F + (2+\sqrt{3})(B+q)p$$

Finalmente, ya una vez hallados los umbrales que definen los rangos de ingreso, se puede tener la expresión para la demanda de telefonía x_1, tal como lo muestra la siguiente ecuación (8):

$$x_1^* = \begin{cases} 0 & si \quad I \in \left[0, F\left(\frac{B}{q}+1\right)\right] \\ q & si \quad I \in \left[F\left(\frac{B}{q}+1\right), F+(2+\sqrt{3})(B+q)p\right] \\ \alpha\left[B+q+p\frac{I-F}{p}\right]-B & si \quad I \in \left[F+(2+\sqrt{3})(B+q)p, \infty\right[\end{cases}$$

Lo interesante de la demanda expresada en (8) es que muestra explícitamente cómo la relación entre el ingreso y el resto de parámetros y variables exógenas del modelo determina el patrón de consumo. Como nuestro objetivo es analizar el rol del ingreso, entonces expresamos esta relación en función del ingreso, así en el gráfico 3 se muestra la Curva de Engel[5] del bien x_1.

Gráfico 3
Curva de Engel en un modelo sin incertidumbre



A manera de síntesis, como lo muestran las ecuaciones finales de la demanda y la Curva de Engel del gráfico 3, el aspecto central que permite modelar este marco teórico es el siguiente. Cuando el ingreso es muy bajo y se consume muy poco del bien, x_2 resume una canasta de bienes entre los cuales se encuentran los bienes considerados más necesarios que el hogar prefiere priorizar. Si el ingreso del hogar ya no es tan bajo sino es de un nivel al que llamamos «medio», entre A_1 y A_2, el hogar accede a telefonía consumiendo solo los minutos libres (q) e incrementos en el ingreso entre minutos adicionales de telefonía y mayor consumo del resto de bienes (véase el gráfico 1).

1.2. Modelo con incertidumbre en el ingreso

En esta sección modificamos el modelo anterior, de tal manera que los hogares ahora enfrentan incertidumbre en el ingreso. Para ello se le agrega al ingreso un componente estocástico ε. Así, el ingreso ahora se expresa de la siguiente manera: $I = I_0 + \varepsilon$, donde I_0

---

[5] La Curva de Engel muestra los consumos óptimos de un bien para cada nivel de ingreso.

es la parte conocida del ingreso y ε se distribuye con una probabilidad uniforme entre los límites $-\delta$ y δ. Es decir, $\varepsilon \sim U[-\delta, \delta]$.

Una primera consecuencia obvia de esta formulación es que el ingreso esperado es I_0, pues $E[\varepsilon] = 0$. Además, se puede ver fácilmente que la desviación estándar del ingreso (que es la misma desviación estándar ε) es igual a $\frac{\delta}{\sqrt{3}}$. Es decir, en este modelo un aumento en los límites de la distribución δ implica un incremento exactamente proporcional de la variabilidad del ingreso.

En este contexto, para capturar la actitud hacia el riesgo del hogar en su elección óptima, el criterio de decisión consistirá en maximizar la utilidad esperada. En particular, se asume que la única decisión que se toma sin (o antes de) observar la realización del ingreso es la de contratar o no el teléfono. Además de ser un supuesto verosímil, una ventaja de plantearlo es que la restricción presupuestaria se sigue cumpliendo con igualdad; es decir, se agota el ingreso realizado.

De manera similar que en el modelo determinístico, el hogar resuelve este problema hacia atrás. Es decir, primero se hallan las utilidades esperadas condicionadas a las opciones (a´) $x_1 = 0$, y (b´) $x_1 \geq q$. Luego, dados los parámetros y las variables exógenas, se elige cuál de las posibilidades (a´) o (b´) es la que maximiza la utilidad esperada.

Así, en este modelo las utilidades esperadas condicionadas a las opciones (a´) y (b´) son respectivamente:

$$EU_a = \frac{B^{0.5}}{2\delta}\int_{-\delta}^{\delta}(I_0 + \varepsilon)^{0.5}\, d\varepsilon \tag{9}$$

$$EU_b(x_1) = \frac{(B + x_1)^{0.5}}{2\delta}\int_{-\delta}^{\delta}[I_0 - F - p(x_1 - p) + \varepsilon]^{0.5} d\varepsilon \tag{10}$$

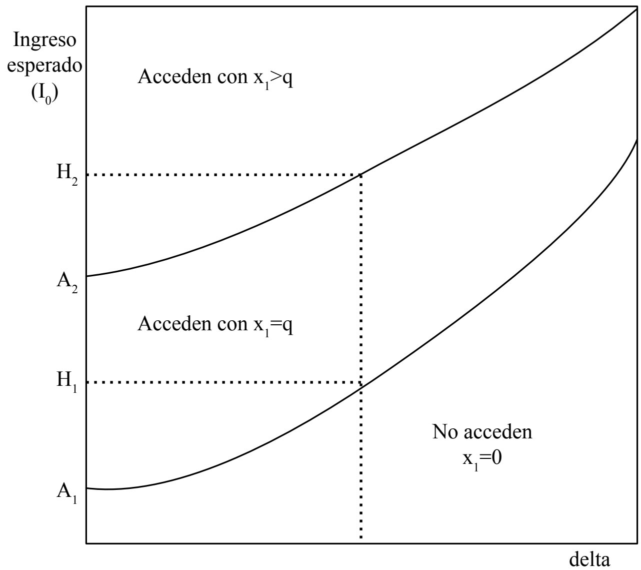
La eliminación de x_1 y x_2 en EU_a se debe a que, precisamente, esta debe cumplir la condición $x_1 = 0$, y a que, como vimos antes, la restricción se cumple con igualdad. Esto último, por el supuesto que la única decisión que se toma sin ver la realización del ingreso es contratar o no el servicio de telefonía. De otro lado, la eliminación de x_2 en EU_b se debe también a que la restricción se sigue cumpliendo con igualdad.

En el caso de $EU_b(x_1)$, se debe maximizar respecto de x_1, sujeto a:
$I + \varepsilon - F - p(x_1 - q) \geq 0$, y $x_1 \geq q$. Así obtendremos la expresión EU_b de la función de utilidad indirecta que buscamos y esta dependerá solo de los parámetros y las variables exógenas. Es decir, $EU_b = máx_{x1}\ \{EU_b(x_1)\}$ ya no depende de x_1.[6]

Aunque EU_b y las restricciones planteadas cumple las condiciones para la existencia de una solución analítica utilizando Kuhn-Tucker, las simulaciones que se efectúan en este documento se basan en una solución numérica del problema.

[6] La derivación de estas utilidades se puede hallar en el Anexo de este documento.

Gráfico 4
Regiones de acceso y uso mayor a q en función del ingreso esperado I_0 y el parámetro de riesgo δ



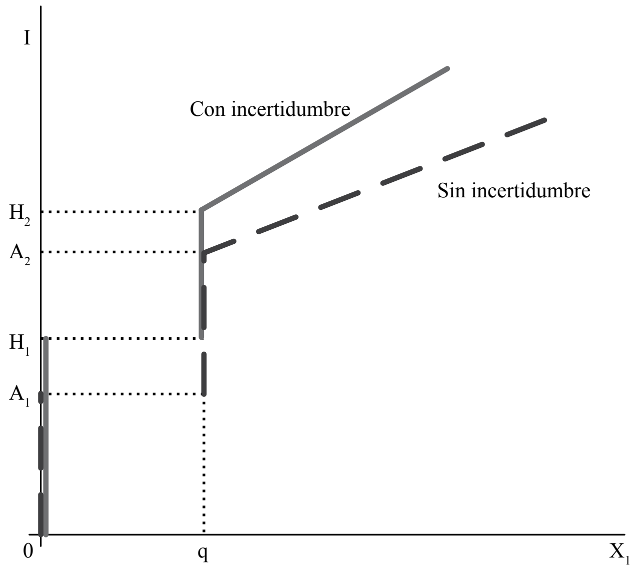
Algunas de las implicancias centrales de incluir incertidumbre al modelo se discuten a continuación.

En comparación con el modelo determinístico, ahora se generaliza el concepto de intervalos de ingreso en los que el hogar no accede, accede a solo a los minutos libres o compra minutos adicionales. En lugar de tales intervalos de ingreso I (una dimensión), ahora tenemos unas regiones (en dos dimensiones) de ingresos esperados y niveles de riesgo (I_0, δ) que juegan ese rol; ello se puede ver en el gráfico 5.

En detalle, existen unos umbrales que ahora llamaremos H_1 y H_2 que cumplen la función de A_1 y A_1 en el modelo sin incertidumbre, es decir determinan, respectivamente, los niveles de ingreso a partir de los cuales es óptimo para el hogar acceder al bien x_1 y a partir del cual es recomendable comprar minutos adicionales.[7] Lo relevante aquí es que estos nuevos umbrales H_1 y H_2 dependen positivamente de la incertidumbre δ, de modo que cuanta mayor incertidumbre enfrenta el hogar, este requiere un ingreso esperado mínimo mayor para decidir acceder al bien, o para comprar minutos adicionales. Es decir, tanto H_1 como H_2 crecen cuando δ crece. En consecuencia, $H_1 > A_1$ y $H_2 \rightarrow A_2$, cuando $\delta \rightarrow 0$.

7 Si bien no se puede hallar una expresión algebraica para ellos, sí se puede probar que existen.

Gráfico 5
Curvas de Engel con incertidumbre y sin incertidumbre



Finalmente, se puede probar que cuando la incertidumbre tiende a ser nula $\delta \rightarrow 0$, los resultados de este modelo tienden, en el límite, a los resultados del modelo determinístico. Por ejemplo, (9) tiende a (5) restringida a que $\alpha = 0{,}5$. Por su lado, (10) tiene solución por Kuhn-Tucker, que contiene dos casos de solución dependiendo de unas condiciones que determinan si se está óptimamente en la esquina de la restricción consumiendo q o si se consume óptimamente una cantidad de x_1 mayor a q. Ambas soluciones convergen a (6) y (7), respectivamente, cuando $\delta \rightarrow 0$. Ello implica que $H_1 \rightarrow A_1$ y $H_2 \rightarrow A_2$, cuando $\delta \rightarrow 0$.

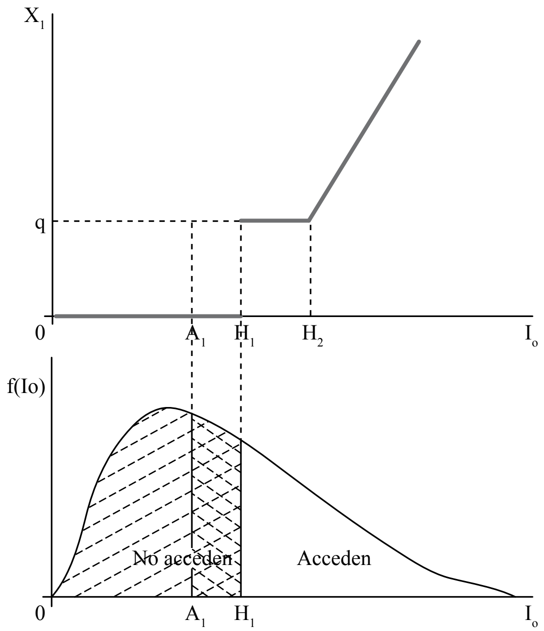
2. ANÁLISIS DE ACCESO BASADO EN SIMULACIONES

En una siguiente etapa de esta investigación se procederá a estimar y /o calibrar los valores de los parámetros del modelo de acuerdo al nivel de ingreso de cada hogar, con el fin de efectuar simulaciones realistas que puedan proporcionarnos magnitudes de cambios en el bienestar y acceso de los hogares ante cambios en las variables exógenas relacionadas con la regulación. También queda el planteamiento del modelo de un modo dinámico para la siguiente etapa de la investigación.

En esta sección, se efectúa un primer ejercicio de simulación simple basado en el supuesto de que los hogares tienen las mismas preferencias (iguales parámetros α y B) pero distintos niveles de ingreso (existe una distribución del ingreso). Además de una finalidad didáctica, ello busca resaltar el objetivo de este primer documento: el rol del nivel del ingreso y de incertidumbre en el mismo sobre las decisiones de acceso y uso de telefonía.

Si consideramos una población de hogares de tamaño N e indicamos a los hogares que la componen mediante el subíndice j, el problema planteado en (1) y (2) se hace particular a cada hogar colocando a cada parámetro, variable exógena y variable endógena dicho subíndice. En este contexto, es fácil ver que bajo los supuestos de que existen preferencias iguales entre hogares ($B_j = B$ y $\alpha_j = 0.5$ $\forall j$) y que estos enfrentan los mismos precios y tarifas, el sistema de demandas es el mismo y en consecuencia los umbrales $H_{1,j}$ y $H_{2,j}$ también. Así, los niveles de acceso en la población de hogares están determinados por la proporción de hogares que cae en la parte de la distribución del ingreso que excede al umbral H_1; ello se ilustra en el gráfico 6.

Gráfico 6
Proporción de acceso en la distribución del ingreso bajo el supuesto de preferencias homogéneas



En el gráfico 6 se puede observar la parte del no acceso atribuible a la incertidumbre de los ingresos. Esta es la región debajo de la distribución del ingreso que está entre A_1 y H_1.

Para tener un primer ejercicio del impacto de la incertidumbre en los niveles de acceso, se efectuaron simulaciones numéricas del modelo bajo distribuciones del ingreso ficticias, asumiendo que el ingreso tiene una distribución lognormal con media μ y desviación estándar σ. Para las simulaciones se utilizó un *grid* o malla de aproximadamente

2900 nodos o combinaciones, haciendo variar tanto los parámetros de la distribución del ingreso (μ y σ), los elementos tarifarios (F, p y q), como el nivel de incertidumbre que enfrentan los hogares (δ).

Se fijaron unos rangos de variación para μ de 80 unidades monetarias (u.m.) a 120 u.m; para σ de 15 u.m. a 25 u.m; para F de 30 u.m. a 70 u.m.; para p de 0,01 a 0,21 y para q de 30 a 90 minutos. Para el parámetro de incertidumbre δ se simuló con dos reglas, la primera asumiendo un monto fijo y homogéneo entre hogares con incertidumbre, el cual varió de 5 a 65 (con lo que se ocasiona que los hogares más pobres enfrenten mayores niveles de incertidumbre relativa con respecto a los hogares con mayores ingresos) y una segunda regla de incertidumbre relativa al ingreso homogéneo, que fija el ratio $\frac{\delta}{I_0}$ para todos los hogares. En este segundo caso, el ratio cubrió el intervalo [0,05, 0,45].

Los resultados de este ejercicio de simulación simple y preliminar, que se muestran en el Anexo de este documento, arrojaron que magnitudes de incertidumbre relativa en el ingreso de alrededor de 30%, similares a las reportadas en Cancho y López (2006), pueden causar un efecto adverso de la incertidumbre en el ingreso. Es una reducción en el cargo fijo de la tarifa en tres partes.

Del modelo calibrado o estimado y extendido a una formulación dinámica, que se desarrollará como una próxima etapa de esta investigación, se podrá obtener una magnitud concreta de estos efectos y evaluar el impacto en el acceso de cambios en los elementos tarifarios y de otra exógenas, como los parámetros de la distribución del ingreso y de la propia incertidumbre en el ingreso.

3. CONCLUSIONES

1. El objetivo del documento ha sido plantear un marco conceptual en el cual se discuta formalmente el rol tanto de los niveles de ingreso como de los niveles de incertidumbre en la determinación de los niveles de acceso y uso de la telefonía.
2. En el modelo con incertidumbre algunos hogares, pese a tener ingresos esperados «suficientes» para hacerlo, ya no acceden a la telefonía fija. Ello como una protección ante la posibilidad de comprometer en la compra de x_1 una porción demasiado grande de su ingreso esperado (I_0) fuera cierto. En el modelo esto se expresa en que cuanto mayor es la incertidumbre (expresada en mayores valores para δ), mayores son los mínimos necesarios de ingreso H_1 y H_2 para acceder y consumir más que q, respectivamente.
3. El resultado final de esta modelación es que puede clasificar a un hogar nuevamente en tres categorías, pero ahora en función a su par ordenado $\{I_0, \delta\}$. En los extremos, el hogar que no accede al servicio es uno con muy bajos ingresos o con mucha incertidumbre; de otro lado, el hogar que accede comprando $x_1 > q$ es un hogar de ingresos altos y con relativamente baja incertidumbre. En el medio,

como se ve en el gráfico 5, existe una franja de hogares que tan solo compran los minutos libres q porque su ingreso es medio y su incertidumbre también.

4. Los primeros ejercicios de simulación sobre los niveles de accesos, asumiendo una distribución del ingreso lognormal, sugieren que, en un escenario verosímil, la incertidumbre en el ingreso puede llegar a tener un efecto adverso significativo en los niveles de acceso al servicio de telefonía.
5. La siguiente etapa de la investigación se ocupará se estimar este modelo, así como formularlo de manera dinámica. Ello nos podrá proveer respuestas concretas sobre la magnitud de los efectos de cambios en la incertidumbre, de cambios en los elementos tarifarios, así como cambios en la distribución del ingreso sobre los niveles de acceso a los servicios de telefonía.
6. Tanto el presente marco conceptual como su futura versión empírica forman parte de las herramientas que nos permitirán vincular, de manera adecuada tanto los instrumentos de política como los choques externos al sector (la macroeconomía, por ejemplo, que mueve la media de los ingresos de la economía) a un resultado de interés para nosotros, como es el nivel de acceso a servicios, por ejemplo, la telefonía.

4. ANEXO

4.1. Funciones de demanda en el modelo determinístico cuando se elige la opción (c)

En la opción (c) se debe hallar la regla de consumo óptimo cuando se cumple lo siguiente: $x_1 > q$ y $RMS = p$.

Por la definición de *RMS*:

$$\frac{u_{x_1}}{u_{x_2}} = \frac{\alpha(x_1+B)^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha}}{(1-\alpha)(x_1+B)^{\alpha}x_2^{-\alpha}} = \left[\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right]\frac{x_2}{(x_1+B)} = p$$

Entonces $\frac{\alpha}{(1-\alpha)}x_2 = px_1 + pB$ y de la restricción sabemos que $x_2 = I - F - p\,(x_1 - q)$, resolviendo ambas ecuaciones obtenemos las funciones de demanda asociadas a esta opción:

$$x_1^* = \alpha\left[B + q + \frac{I-F}{p}\right] - B$$

$$x_2^* = (1-\alpha)\,[pB + pq + I - F]$$

4.2. Funciones de utilidad indirecta en el modelo con incertidumbre

Para llegar a la expresión EU_a presentada en (9), se efectuaron los siguientes cálculos. Cuando $x_1 = 0$, la restricción presupuestaria se puede expresar sencillamente como $I = I_0 + \varepsilon = x_2$. Por tanto, se puede reemplazar esta igualdad en la función de utilidad esperada en (1), la misma que toma la forma de $u(x_1, x_2) = B^{0.5} (I_0 + \varepsilon)^{0.5}$. Pero ε es una variable aleatoria, y en incertidumbre el hogar opta por la mejor canasta maximizando su utilidad esperada. En consecuencia, esta utilidad multiplicada por la función de densidad de $\varepsilon\left[f(\varepsilon)=\frac{1}{2\delta}\right]$, debe integrarse de la siguiente manera[8]:

$$EU_a = \int_{-\delta}^{\delta} B^{0.5}(I_0+\varepsilon)^{0.5}\frac{1}{2\delta}d\varepsilon$$

Simplificando esta expresión, queda la ecuación (9):

$$EU_a = \frac{B^{0.5}}{2\delta}\int_{-\delta}^{\delta}(I_0+\varepsilon)^{0.5}d\varepsilon$$

La ecuación (10) se obtiene de manera análoga, con la única diferencia que cuando la elección es $x_1 \geq q$, el despeje de x_2 en la restricción presupuestal queda como $x_2 = I_0 + \varepsilon - F - p(x_1 - q)$.

4.3. La distribución lognormal

Una variable X aleatoria es de distribución lognormal si *log(X)* se distribuye normalmente.

La distribución para una variable X puede ser caracterizada con su media μ y su desviación estándar σ, o bien puede ser caracterizada con la media *m* y la desviación *s* de la variable *log(X)* normalmente distribuida. Denotamos una lognormal como $\lambda(\mu, \sigma)$, pero esta no puede ser expresada en términos de funciones comunes, por lo que usualmente se recurre a su función de densidad $\phi(x)$, la cual puede expresarse fácilmente en términos de *m* y *s:*

$$\phi(x) = \begin{cases} \dfrac{\exp\left(-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\log(x)-m}{s}\right)^2\right)}{xs\sqrt{2\pi}} & si\, x > 0 \\ 0 & si\, x \leq 0 \end{cases}$$

Donde la relación entre ambos momentos, X y *log(X),* es:

$$\mu = \exp\left(\frac{2m+s^2}{2}\right)\ y\ \sigma = \sqrt{\exp(2m+2s^2)-\exp(2m+s^2)}$$

---

[8] Recuérdese que cuando X es una variable aleatoria con función de densidad $f(x)$, el esperado de x se obtiene utilizando $E[X] = \int xf(x)dx$.

REFERENCIAS

CANCHO, César y Kristian LÓPEZ

2006 «Análisis del acceso y la capacidad de pago por servicios públicos de telecomunicaciones en el Perú». Mimeo. Documento de trabajo. GPR – OSIPTEL.

HAYTER, Anthony J.

1996 «Probability and statistics for engineers and scientists». Londres: PWS Publishing.

LAMBRECHT, A., SEIM, K. y SKIERA, B.

2005 «Does Uncertainty Matter? Consumer Behavior under Three-Part Tariffs». Mimeo, UCLA Anderson School of Management.

MAS-COLELL, A. y M. D. WHINSTON

1995 *Microeconomic Theory*. Oxford: University Press.

MIRAVETE, Eugenio J, y César MARTINELLI

2006 «Modelación de las decisiones bajo incertidumbre de los usuarios de los planes tarifarios de telefonía local en el Perú» Mimeo. OSIPTEL.

MIRAVETE, Eugenio J.

2000a «Estimating Demand for Local Telephone Service with Asymmetric Information and Optional Calling Plans». CEPR Discussion Papers 2635, C.E.P.R. Discussion Papers.

2000b «Choosing the Wrong Calling Plan? Ignorance, Learning, and Risk Aversion». CEPR Discussion Papers 2562.

MORA, Jhon

2002 *Introducción a la teoría del consumidor. De la preferencia a la estimación*. Cali: Universidad Icesi.