Economía
Volumen XXVIII, n.os 55-56, junio-diciembre de 2005

Contenido

Compleción del modelo del *overshooting* de Dornsbusch

Ramón García-Cobián*

RESUMEN

El artículo intenta completar el modelo del *overshooting* de Dornsbusch incluyendo explícitamente una ecuación dinámica para el mercado de dinero, pues este es tratado solo de manera intuitiva por Dornsbusch como si se diera allí una velocidad de ajuste infinita. Luego de hacer notar algunos errores del trabajo original, se demuestra que las hipótesis hechas por Dornsbusch bastan para que el modelo completado exhiba el *overshooting* deseado.

Palabras clave: *Modelo del* overshooting*, Dornsbusch, tipo de cambio dinámico*

ABSTRACT

The article tries to complete the "overshooting" model of Dornsbusch, explicitly including a dynamic equation for the money market, because he treats this only in an intuitive way, as if there was an infinite speed of adjustment. After pointing out some errors in the original work, it is showed that the hypotheses made by Dornsbusch are sufficient for the completed model to exhibit the wanted "overshooting".

Keywords: *Overshooting model, Dornsbusch, Exchange Rates Dynamics*

* Profesor del Departamento de Ciencias de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Introducción

En su celebrado artículo,[1] Rudiger Dornsbusch se propone construir un modelo dinámico que dé cuenta de un fenómeno previamente observado: el *overshooting* (desborde) del tipo de cambio. Con ese fin, plantea un modelo con tres variables endógenas: tipo de cambio, nivel de precios y tasa doméstica de interés. Entre estas dos últimas se establece una perfecta correspondencia biunívoca (un difeomorfismo incluso) que le permite expresar siempre la tasa de interés en función del nivel de precios, de tal manera que el modelo se reduce a uno dentro de dos variables endógenas. Dornsbusch asume que la velocidad de ajuste del tipo de cambio es mucho mayor que la del nivel de precios, y, en el afán de facilitar al lector la comprensión de sus ideas, pasa a una descripción en la que el tipo de cambio se ajusta con velocidad infinita (ajuste instantáneo).

En el presente trabajo se procede a completar el modelo de Dornsbusch introduciendo para el ajuste del tipo de cambio una velocidad finita, en tanto mayor sea la velocidad de ajuste del nivel de precios como se quiera, a fin de averiguar si aún así se presenta el fenómeno del *overshooting*. En lo que sigue se preserva la numeración de las ecuaciones del artículo original de Dornsbusch.

En la primera sección solo se repite lo declarado por Dornsbusch en el citado artículo; en la segunda, se lo critica; y en la tercera, se presenta el modelo completo agregando una ecuación dinámica en el mercado de dinero acorde con las postulaciones hechas por él.

1. El modelo original de Dornsbusch

• Movilidad de capitales y expectativas

Siendo r la tasa de interés doméstica, r^* la tasa de interés internacional (dada) y x la tasa esperada de depreciación de la moneda doméstica, se tiene en todo momento que:

---

[1] Dornsbusch, Rudiger. «Expectations and Exchange Rate Dynamics». En *Journal of Political Economy*, vol. 84, n.º 6, pp. 1161–1176. 1976.

$$r = r^* + x \qquad (1)$$

Siendo e el logaritmo del tipo de cambio corriente; $\bar{e}$, el logaritmo del tipo de cambio de largo plazo (conocida), y θ, un parámetro de ajuste, se tiene en todo momento que:

$$x = \theta\ (\bar{e} - e) \qquad (2)$$

- **Mercado monetario**

Siendo y, m y p los logaritmos del ingreso real, de la cantidad nominal de dinero y del nivel de precios, respectivamente, se tiene que hay equilibrio en el mercado de dinero si y solo si:

$$-\lambda r + \varphi\ y = m - p \qquad (3)$$

Combinando las ecuaciones (1), (2) y (3) se obtiene la ecuación:[2]

$$p - m = -\varphi\ y + \lambda\ r^* + \lambda\theta(\bar{e} - e) \qquad (4)$$

La ecuación (4) puede simplificarse introduciendo la oferta monetaria de equilibrio de largo plazo, $\bar{p}$, que se define como:

$$\bar{p} = m + (\lambda\ r^* - \varphi\ y) \qquad (5)$$

pues en el largo plazo $\bar{e} - e = 0$. Así, resulta la ecuación:[3]

$$e = \bar{e} - (1/\lambda\theta)\ (p - \bar{p}) \qquad (6)$$

[2] Hay que notar que esta ecuación solo es válida cuando se da el equilibrio en el mercado de dinero, pues ha sido utilizada la ecuación (3).

[3] Ha de tenerse presente que esta, al igual que la ecuación (4), solo es válida en condiciones de equilibrio en el mercado de dinero.

- **Mercado de bienes**[4]

La tasa de incremento del precio del bien doméstico se asume proporcional a una medida de la demanda excedente:

$$\dot{p} = \pi \ (u + \delta\ (e - p) + (\gamma - 1)\ y - \sigma\ r) \qquad (8)$$

La ecuación (8) puede simplificarse introduciendo el tipo de cambio de equilibrio de largo plazo, $\bar{e}$, definido como:

$$\bar{e} = \bar{p} + (1/\delta)\ (\sigma\ r^* + (1 - \gamma)\ y - u), \qquad (9)$$

y usando (1) y (2) para obtener:[5]

$$\dot{p} = -\pi\ ((\delta + \sigma\ \theta)/\theta\ \lambda + \delta)\ (p - \bar{p}) \qquad (10)$$

Definiendo:

$$v = \pi\ ((\delta + \sigma\ \theta)/\theta\lambda + \delta) \qquad (11)$$

Se obtiene la ecuación $\dot{p} = -v(p - \bar{p})$, cuya solución es inmediata:

$$p(t) = \bar{p} + (p(0) - \bar{p})\exp\ (-vt) \qquad (12)$$

A continuación, sustituyendo (12) en (6), se obtiene la senda temporal del tipo de cambio:

$$e(t) = \bar{e} + (e(0) - \bar{e})\ \exp\ (-vt) \qquad (13)$$

---

4 N. del E. La ecuación (7) del modelo original del *overshooting* de Dornsbusch no ha sido mencionada por el autor del presente artículo.

5 Véase el primer párrafo de la sección 2, la crítica, para notar por qué es incorrecta la ecuación (10).

- **El tipo de cambio de equilibrio**

Dice Dornsbusch:

> At every point in time the money market clears and expected yields are arbitraged. The positively sloped schedule $\dot{p} = 0$ shows combinations of price levels and exchange rates for which the goods market and money market are in equilibrium. The equation of the goods market equilibrium schedule (is):
>
> $p = (\delta\lambda/(\delta\lambda + \sigma))e + (\sigma/(\delta\lambda + \sigma))m + (\lambda/(\delta\lambda + \sigma))(u + (1 - \gamma)y - \varphi\sigma/\lambda)$ (1976: 1165).[6]
>
> For any given price level the exchange rate adjusts instantaneously to clear the asset market. Accordingly, we are continously on the QQ schedule with money-market equilibrium and international arbitrage of net expected yields. Goods-market equilibrium, to the contrary, is only achieved in the long run (Dornsbusch 1976: 1166).

2. La crítica

- **Mercado de bienes**

La ecuación (10) no se obtiene tan solo simplificando la ecuación (8) al introducir la (9) y las (1) y (2), como dice Dornsbusch, pues ha introducido, además, la ecuación (6). Por lo tanto, la (10) solo es válida cuando se da equilibrio en el mercado de dinero. En cambio, la simplificación anunciada por Dornsbusch da como ecuación de validez general equivalente a la ecuación (8), la siguiente:

$$\dot{p} = -\pi((\delta + \sigma\theta)(\bar{e} - e) + \delta(p - \bar{p})) \qquad (10')$$

6 Nótese, al mismo tiempo, que en esta ecuación de Dornsbusch (la nota al pie n.º 7) existe un error algebraico, ya que el término *(1 – γ)y* debe ir precedido del signo negativo y no del positivo.

Ha de concluirse, entonces, que las ecuaciones (12) y (13) solo representan las sendas temporales del nivel de precios y del tipo de cambio cuando hay permanente equilibrio en el mercado de dinero, ya que este equivale a la ecuación (6) que ha utilizado Dornsbusch para obtener su ecuación (10).

- **El tipo de cambio de equilibrio**

Dice Dornsbusch (1976: 1165) que su ecuación de la nota al pie n.º 7 en su artículo corresponde a $\dot{p} = 0$ y que en sus puntos se tiene equilibrio simultáneo en los mercados de bienes y de dinero:

> The $\dot{p} = 0$ schedule represents combined goods- and money-market equilibrium. Setting $\dot{p} = 0$ in (8) and substituting for the domestic interest rate from (3) yields the equation of the goods-market equilibrium schedule:
>
> $p = (\delta\lambda/(\delta\lambda + \sigma))e + (\sigma/(\delta\lambda + \sigma))m + (\lambda/(\delta\lambda + \sigma))(u + (1 - \gamma)y - \varphi\sigma/\lambda)$

Esto no es correcto, pues los puntos del espacio de las variables *e* y *p* que corresponden al equilibrio en el mercado de bienes son los que se obtienen haciendo $\dot{p} = 0$ en la (8) e intersecando con la ecuación $r = r^* + \theta\ (\bar{e} - e)$, que resulta de la (1) y (2); equivalentemente, resultaría de hacer $\dot{p} = 0$ en la ecuación (10´). Por esa razón, el único punto del espacio (*e* – *p)* que corresponde al equilibrio simultáneo en los mercados de bienes y de dinero es el $(\bar{e}, \bar{p})$. Nótese, también, que la pendiente de la recta correspondiente a $\dot{p} = 0$ en el plano (*e* – *p)* no es menor que 1, como indica Dornsbusch, sino mayor a 1, pues sale de:

$$p = (1 + \sigma\theta/\delta)e + \bar{p} - (1+\sigma\theta/\delta)\bar{e}$$

- **El ajuste dinámico**

En la introducción de su artículo dice Dornsbusch que asume que los tipos de cambio y los mercados de activos se ajustan rápido con relación al mercado de bienes: «In fact, the dynamic aspects of exchange rate determination in this model arise from the assumption that exchange rates and asset markets adjust fast relative to goods markets» (1976: 1162).

Sin embargo, en la sección D de su artículo expresa que, para cualquier nivel de precios dado, el tipo de cambio se ajusta instantáneamente para vaciar el mercado de activos:

> For any given price level the exchange rate adjusts instantaneously to clear the asset market. Accordingly, we are continuously on the QQ schedule with money-market equilibrium and international arbitrage of net expected yields. Goods market equilibrium, to the contrary, is only achieved in the long run (Dornsbusch 1976: 1166).

Es claro que de la primera declaración solo se sigue que el cociente de la división de las velocidades de ajuste en las tasas de cambio y los mercados de activos entre la velocidad de ajuste en el mercado de bienes es *muy grande*, mas no infinito (lo que es, por demás, inaceptable al carecer de significado y aceptable solo como una parábola inspiradora).

En consecuencia, es preciso completar el modelo dinámico del *overshooting* de Dornsbusch en los términos significativos de su introducción con el fin de verificar si dicho modelo reproduce aún el fenómeno analizado.

3. El modelo completo

Para ello, en vista de que las ecuaciones (1) y (2) establecen una perfecta correspondencia biunívoca (en verdad, un difeomorfismo lineal) entre la tasa de interés doméstica y el tipo de cambio: $r = r^* + \theta\,(\overline{e} - e)$, bastaría con disponer de dos ecuaciones dinámicas en el espacio de las variables endógenas: tipo de cambio y nivel de precios. Una ya está disponible: es la (10´). La otra (no dada por Dornsbusch, pero acorde con el *espíritu* de su artículo) sería una que estableciera la velocidad del ajuste del tipo de cambio como proporcional a la demanda excedente en el mercado de dinero (principio usado para la hipótesis del ajuste dinámico del nivel de precios en el mercado del producto):

$\dot{r} = \rho((-\lambda r + \varphi y) - (m - p))$ (10´´)

Ahora bien, en vista del difeomorfismo entre *r* y *e*, y con la ecuación (5), se obtiene finalmente la ecuación:

$\dot{e} = (-\rho/\theta)((p - \overline{p}) + \lambda\theta\ (e - \overline{e}))$ (10*)

Así, el modelo dinámico acorde con lo que Dornsbusch se propuso en su introducción consiste en las ecuaciones (10´) y (10*), entendiendo que las únicas variables endógenas son *e* y *p*, y que el parámetro de ajuste en el mercado de dinero, ρ, es *muy grande* en comparación con el que existe en el mercado de bienes, π. Es decir, más precisamente, que importa ver si, cuando el cociente π/ρ crece más allá de todo límite, aún se presenta el fenómeno del *overshooting*.

El sistema, escrito en notación matricial, es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho\lambda & -\rho/\theta \\ \pi(\delta + \sigma\theta) & -\pi\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda\rho\overline{e} + (\rho/\theta)\overline{p} \\ -\pi(\delta + \sigma\theta)\overline{e} + \pi\delta\overline{p} \end{bmatrix},$$

con ρ/π *muy grande*.

Es este un sistema lineal cuya matriz, por tener traza negativa y determinante positivo, es regular; entonces existe un único equilibrio, a saber, el $(\overline{e}, \overline{p})$ y es asintóticamente estable.

Representando la matriz del sistema mediante $A = \begin{bmatrix} -ka & -kb \\ c & -d \end{bmatrix}$, con $a = \pi\lambda$, $b = \pi\theta$, $c = \pi(\delta+\sigma\theta)$, $d = \pi\delta$ y $k = \rho/\pi$, todos positivos y *k* muy grande, es cuestión de cálculos directos, comprobar que sus valores propios son ambos negativos y distintos, y que tienden a menos infinito cuando *k* tiende a infinito. En efecto, ellos son dados por:

$(½)(-(ka + d) \mp (ak - d)(1 - 4bck/(ak - d)^2)^{1/2})$

Sus correspondientes vectores propios son dados por:

$(d + \lambda_1 , c)$ y $(d + \lambda_2 , c)$

Por ende, el diagrama de fases es como el que se presenta en el gráfico del anexo, en él podemos apreciar el fenómeno del *overshooting*. Además, puede advertirse que la trayectoria dibujada por Dornsbusch (1976: 1166) en la figura 1 de su artículo es incorrecta, pues los cruces de todas las trayectorias con la recta *QQ* han de ser necesariamente verticales, esto es, curvas de tangente vertical.

4. Conclusión

A la luz de lo mostrado, puede afirmarse que la intuición de Dornsbusch acertó al escoger sus hipótesis de partida en tanto que ellas permiten completar su modelo de tal manera que el fenómeno del *overshooting*, que era lo que precisamente él se propuso explicar, aparece como consecuencia necesaria al producirse en un momento dado una súbita emisión monetaria *ceteris paribus*.

Anexo