Algunos comentarios al libro de Adolfo Figueroa, *Growth, Employment, Inequality, and the Environment*

Félix Jiménez
Profesor de la PUCP

En este artículo comentamos algunos aspectos de la concepción del proceso de crecimiento del Adolfo Figueroa desarrollada en la parte I del volumen 2 de su libro *Growth, Employment, Inequality, and the Environment*. El objetivo central de esta parte del libro es precisamente explicar el crecimiento y la distribución (temas del largo plazo) para lo cual construye un modelo dinámico cuyas variables endógenas son el crecimiento del producto por trabajador, la distribución del producto entre los grupos sociales, los limites al crecimiento y el grado de cualidad de la sociedad.

El libro que comentamos es una versión revisada y ampliada de su libro anterior titulado *A Unified Theory of Capitalist Development*[1]. Sobre este libro, hace aproximadamente seis años que publicamos un texto extenso de análisis y crítica con el título «La teoría del desarrollo capitalista de Adolfo Figueroa»[2]. No vamos a repetir el contenido de ese texto, pero reiteraremos lo que dijimos en él y que vale también para la versión actual de su libro. Este, al igual que el anterior, es riguroso y teóricamente ambicioso; *polemiza* con el lector, generando desacuerdos, preguntas y también adhesiones.

Adolfo Figueroa (en adelante el autor) sigue el método popperiano y adhiere, como señalamos antes, a un determinismo estructural. Este es el eje ordenador de su construcción teórica definido por las condiciones iniciales (δ). Todo se remite a la desigual distribución de activos económicos, políticos y sociales, que son las condiciones iniciales en sus teorías de las sociedades épsilon, omega y sigma. Las tres sociedades, además, son caracterizadas desde el principio como estructuralmente distintas. Son sociedades sin historia, porque no hay explicación de sus distintos orígenes estructurales.

---

1 El texto completo donde Adolfo Figueroa presenta su teoría del desarrollo se encuentra en inglés y está accesible en línea en http://departamento.pucp.edu.pe/economia/libro/unified-theory-capitalist-development/ (2009).

2 Este texto puede verse en Félix Jiménez (ed.): *Teoría económica y desarrollo social. Exclusión, desigualdad y democracia. Homenaje a Adolfo Figueroa*. Lima: Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2010 (pp. 91-120).

Desarrolla tres teorías parciales que corresponden a los tres tipos de sociedades. Épsilon es una sociedad de clases «socialmente homogénea» donde existe desempleo. Omega es una «sociedad sobrepoblada y socialmente homogénea» caracterizada por la persistencia del desempleo y subempleo. Y, finalmente sigma es una «sociedad sobrepoblada y socialmente heterogénea» caracterizada por la existencia y persistencia de brechas de ingresos entre grupos étnicos. Su teoría sigma «incluye» a la teoría omega y esta a la teoría épsilon. Hay elementos comunes a todas las teorías anteriores (épsilon, omega y sigma) que no fueron necesarios para sus construcciones particulares, pero que son fundamentales para la construcción de su teoría unificada.

El autor adopta la misma lógica para construir su teoría de del crecimiento y la distribución. Luego de desarrollar su teoría de la educación y el capital humano, emprende el desarrollo de modelos dinámicos para cada uno de las tres sociedades épsilon, omega y sigma. Estas tres teorías parciales son finalmente integradas dando lugar a su Teoría Unificada del Capitalismo que, para el caso que nos ocupa, es la teoría del crecimiento y la distribución del capitalismo. Como señala el autor: «tres teorías parciales han sido presentadas utilizando modelos dinámicos particulares. La cuestión ahora es si tenemos una teoría unificada que pueda explicar el crecimiento y la distribución en el sistema capitalista, tomada como un todo» (p. 69).

Las sociedades épsilon y omega son cualitativamente del mismo tipo. La sociedad omega transita hacia la misma trayectoria de crecimiento de la sociedad épsilon, por lo que tienen solo diferencias cuantitativas respecto a la dotación de factores, que desaparecen en el largo plazo. En consecuencia, para efectos de la construcción de la Teoría Unificada, solo se cuenta con dos trayectorias de crecimiento, una para la sociedad épsilon y otra para la sociedad sigma. A diferencia de la sociedad omega que converge con la sociedad épsilon, la sociedad sigma no lo hace porque son cualitativamente distintas. Por lo tanto, el estudio del sistema capitalista como un todo trata de la interacción de estas dos sociedades, épsilon y sigma, estructuralmente distintas.

Bajo estas consideraciones, nuestros comentarios se centrarán en dos temas específicos. Primero se analizará su teoría de la educación y del capital humano y, luego, en la segunda sección se analizará el modelo dinámico de crecimiento de la sociedad épsilon. El sector capitalista de la sociedad sigma crece de la misma manera que la sociedad épsilon. Por lo tanto, los comentarios al modelo dinámico de la sociedad épsilon se aplican también, *mutatis mutandis*, al modelo dinámico del sector capitalista de la sociedad sigma. Finalmente, en los comentarios finales proponemos un modelo alternativo de crecimiento endógeno, donde la tasa de ahorro es endógena, así como el cambio tecnológico (las variables per cápita crecen sin suponer un cambio técnico exógeno como en el modelo de Solow-Swan).

Educación, formación de capital humano e ingresos

El autor parte del supuesto de que la desigualdad inicial en la distribución de los activos económicos y políticos entre los individuos se mantiene constante. Otro de los supuestos importantes, que el autor llama auxiliar, es que «no hay comercio internacional, pero hay perfecta movilidad internacional de capitales». La movilidad de capitales, se afirma, hace que no haya relación entre el ahorro doméstico y la inversión[3].

Ahora bien, la acumulación del capital humano ocurre mediante el proceso de educación y, según el autor, no es uniforme para todos los grupos sociales. Depende de la posición inicial de estos grupos en la distribución de los activos económicos, políticos y sociales (supuesto de la desigualdad inicial) (p. 12). Esta es la proposición alfa de su teoría de la educación formal.

Dada la desigualdad inicial, el proceso de educación no es igualador u homogenizador del capital humano. En el proceso de acumulación de capital humano hay *path dependency*: las condiciones socioeconómicas de las familias importan. Los años de escolaridad y el estatus socioeconómico son los determinantes básicos de las diferencias en capital humano entre los individuos (p. 18).

El autor parece suponer que las instituciones donde se brinda conocimiento y capacitación son distintas; por esta razón «un mismo número de años de escolaridad genera diferentes niveles de capital humano», según se puede inferir de su gráfico 2.1 de la página 17. Sin este presupuesto no se entendería dicha afirmación. Además, el gráfico expresa que un mismo nivel de capital humano se obtiene con diferentes años de escolaridad. El grupo A lo adquiere con muchos menos años que el grupo Z. Pero esto no es sostenible porque los años de escolaridad indican inversión en conocimientos: cuanto más años de escolaridad más inversión en conocimientos. El gráfico no expresa necesariamente lo que explica la conocida teoría del capital humano, según la cual el número de años de educación es su principal determinante. La respuesta del autor está en la desigualdad inicial de capacidades de aprendizaje (p. 15). El modelo de educación descrito se integra a los modelos épsilon, omega y sigma[4].

Por otro lado, el autor afirma que habrá discriminación en el mercado por razones étnicas, cuando trabajadores con un mismo nivel de capital humano reciben salarios distintos. Por los ejemplos dados se entiende que los individuos de los grupos A, X y Z (y también Z') pueden tener el mismo nivel de capital humano. Pero, ¿cómo X y Z' (subgrupo de Z) trabajadores pueden tener el mismo nivel de capital humano?

---

[3] Es importante mencionar, sin embargo, que en el volumen 1 del libro cuando se desarrolla la conducta de la firma en la sociedad épsilon se supone que hay tipo de cambio y términos del intercambio, pues la sociedad Épsilon tiene exportaciones e importaciones (p. 87). El comercio desaparece cuando se pasa al análisis de largo plazo. Este tipo de abstracción parece ser innecesario, pues el modelo de crecimiento de Solow-Swan que utiliza el autor puede reformularse para una economía abierta.

[4] Más precisamente, según el autor lo que explica las diferencias en capital humano de los individuos es no solo los años de escolaridad, sino también el *status socioeconómico*.

Asumiendo que lo tienen, el autor señala que los Z'-trabajadores son menos pagados que los X-trabajadores en el mercado, lo que se explicaría por los prejuicios étnicos. Luego, sin embargo, el autor afirma que la discriminación de salarios puede ser solo a corto plazo; a largo plazo, la competencia elimina la discriminación. Las diferencias de salarios entre Z y X trabajadores se explicarían solo por diferencias en la dotación de capital humano, y no por prácticas discriminatorias. Nuevamente nos preguntamos, ¿cómo logran un mismo nivel de capital humano los X y Z' trabajadores? ¿Lo hacen con diferentes años de educación como parece indicar el gráfico 2.1 de la página 17?

Los mercados de trabajo son distintos o jerarquizados por niveles de capital humano diferentes. Los salarios siguen la jerarquía del capital humano. Los mercados de trabajo no operan sobre la base de años de escolaridad. Se supone entonces que la competencia opera solo en cada tipo de mercado de trabajo. Pero si en una misma sociedad (hay mercados de trabajo jerarquizados) no se entiende cómo se puede aplicar la misma función de producción para el conjunto de la sociedad aun cuando esto se haga solo a su respectivo sector capitalista. El uso de esta función supone que el salario (real) es único por competencia y es igual a la productividad marginal del trabajo[5].

En el texto se incorpora otro activo denominado Red Social. indicando que este es más alto en el grupo social A que en X y que en Z. Pertenecer a una alta red social permite obtener empleo con más probabilidad.[6] Así, dado el mismo nivel de capital humano entre X y Z' trabajadores, es más probable que los primeros sean seleccionados para un empleo asalariado que los segundos. Entonces, la red social es otro mecanismo que explica diferencias de ingresos entre trabajadores con el mismo nivel de capital humano. Otra vez nos preguntamos, ¿cómo opera la competencia? ¿Qué tipo de competencia existe en el mercado de trabajo? ¿El sector capitalista, de la sociedad Sigma por ejemplo, opera con trabajadores de distintos grupos sociales? Si este es el caso, ¿cómo se puede pagar una misma tasa de salario real (equivalente a la productividad marginal del trabajo) que es lo que presupone la función de producción adoptada por el autor? Nótese que ahora se está suponiendo que los mercados de trabajo para un mismo nivel de capital humano no son competitivos entre sí. La red social puede privilegiar el tema étnico en su constitución. El que tiene una red social que no le permite obtener un empleo asalariado, se autoempleará.

El autor concluye señalando que el proceso educativo no es igualador de ingresos porque el sistema no es igualador de capital humano ni igualador de redes sociales. Dadas las condiciones iniciales (de distribución inicial de activos) no hay mecanismo que pueda modificar estos resultados: ni el mercado ni la democracia (p. 20). Pero si convenimos

---

5 En el libro se supone que los mercados de trabajo operan con excesos de oferta de trabajo. ¿Por qué? (*p. 19). Otra vez, si hay desempleo como se aplica un modelo donde la producción crece a la tasa natural de desempleo.*

6 El activo Red Social también desempeñará un rol en la realización de los negocios, favoreciendo al grupo social A. Por ejemplo, dice el autor, los ricos tendrán más acceso a los mercados de crédito y seguros.

en que el mercado y la democracia son instituciones sociales, ¿por qué no se pueden modelar de otra manera? ¿Por qué no hay una teoría de la política pública o del comportamiento del Estado en ese sentido? De hecho existe Estado porque se supone implícitamente que hay educación formal privada y pública, y que hay democracia.

Cuando presenta sus proposiciones Beta, el autor dice que se propone explicar las diferencias en los ingresos personales bajo el supuesto de que la «dotación de educación» de los grupos sociales está exógenamente dada (p. 21). Pero no explica qué significa «dotación de educación». En el libro hay «años de escolaridad o años de educación», «capital humano que es el resultado de los años de escolaridad», «pertenencia a una red social», etc.

El capital humano (*h*) depende de la *educación* (E) (¿años de escolaridad?) y de *background* social (S) (pertenencia al grupo A, X o Z). Los ingresos personales (*y*) dependen del capital humano (*h*) y del *background* social (*S*)

$$h = F(E, S)$$

$$y = G(h, S)$$

Todas sus derivadas se supone que son positivas y S=(Z,X,A). ¿Pueden ser derivables *las funciones con respecto a* S? ¿No es mejor decir que hay tres funciones de cada tipo que corresponden a los tres grupos sociales, si, como se afirma en el mismo libro, la «segunda ecuación representa la transformación de capital humano en ingreso de cada grupo social» (p. 21)? Por ejemplo, las ecuaciones anteriores podrían formularse como:

$$h_S = F(E)$$

$$y_S = G(h)$$

La forma reducida $y = \Phi\ (E, S)$ también dice que es derivable con respecto a S. Sería mejor escribir la forma reducida como $y_S = \Phi(h)$.

De aquí se deduciría un conjunto de funciones jerarquizadas de acuerdo con los grupos sociales A, X y Z, que en dotación de activos seguiría el mismo orden descendente, puesto que A es el grupo social más «rico»; le sigue X y luego Z.

En el libro se afirma que «los ingresos aumentan con los años de escolaridad, y dado el número de años de escolaridad, el ingreso aumenta con el nivel del *background* social» (p. 21). «El grado desigualdad inicial (δ) se mantiene constante y subyace a la estructura de la variable cualitativa S». Hay una dotación de años de escolaridad que varía entre grupos sociales (p. 21). ¿Es lo mismo años de escolaridad y años de educación? Cuando se dice que la «dotación de educación» está dada exógenamente, ¿qué es lo que está dado, los años de escolaridad? Por otro lado, es claro que el capital humano se adquiere invirtiendo en educación; en consecuencia, cabe preguntarse cómo se financia la educación, sobre todo si se toma en cuenta que se independiza la inversión del ahorro doméstico.

En el gráfico 2.2 del libro (p. 22) hay «dotaciones de educación» (¿años de escolaridad?): m para Z, n para X y r para A que explican las brechas de ingresos (por las diferencias de educación y estatus social) entre grupos sociales para la «generación corriente». Aquí cabe preguntarse si la «dotación de escolaridad» es por generaciones, ¿hay generaciones con distintas dotaciones de escolaridad? ¿Si es así, cómo afecta al mercado de trabajo y al modelo de crecimiento en los sectores capitalistas?

Por otro lado, la línea L que según el autor indicaría que el ingreso crece más rápido con relación a los años de escolaridad, se obtiene por construcción. No es, necesariamente una proposición teórica el decir que «los ingresos aumentan más rápido que los años de escolaridad» (p. 21). ¿De qué depende la pendiente de L? O, ¿de qué dependen las diferencias en la «dotación de educación»? Con otra dotación se puede obtener una línea L con pendiente positiva y constante.

Como no hay igualación de ingresos, cada grupo social se mueve por diferentes caminos. Aun cuando los grupos sociales tengan el mismo número de años de escolaridad, sus ingresos no se igualarán por las diferencias en estatus social. El sistema escolar no es igualador de ingresos, ni igualador de capital humano, ni igualador de red social. Todo esto porque hay *path dependency.* Así se dice que los modelos de la teoría de la educación predicen las siguientes relaciones empíricas: a) las diferencias de ingresos entre grupos sociales son más que proporcionales que las diferencias en años de escolaridad (línea L). Si bien las rectas que relacionan años de educación e ingresos tienen pendientes que aumentan desde el grupo Z hasta el grupo A, debemos señalar que si se parte de «dotaciones de años de escolaridad» específicas como las seleccionadas por el autor se obtendría la línea L; y con otras dotaciones se puede obtener una línea recta. Es un tema de construcción. Además, no se entiende por qué tienen pendientes distintas las rectas correspondientes a los grupos A, X y Z. ¿Por qué el ingreso marginal de un incremento en los años de escolaridad es mayor en un grupo que en otro? La teoría no lo predice ni lo sustenta.

El modelo dinámico o de crecimiento para la sociedad épsilon

El modelo dinámico desarrollado en el libro se basa en una función de producción neoclásica con cambio técnico exógeno a la Harrod. Se supone que la inversión es independiente del ahorro doméstico y se da por hecho que existe estado estacionario. El supuesto crucial es que la perfecta movilidad de capitales asegura que siempre habrá financiamiento de la inversión, lo que es absolutamente discutible.

Primero, porque si no hay comercio internacional, no se entiende cómo es que existe ahorro externo, que es la otra cara del movimiento de capitales. ¿Qué origina que en la sociedad épsilon siempre ingresen capitales?[7]. Si, por el contrario, los capitales salieran

[7] Como ya se ha señalado el modelo de Solow-Swan puede reformularse para una economía abierta. Véase, por ejemplo, Michael Carlberg, *International Economic Growth*, Heidelberg: Physica-Verl., 1997.

de la economía, el impacto negativo en la inversión reduciría el crecimiento y generaría inestabilidad, lo que entraría en colisión con la tendencia hacia el *Estado Estacionario* del modelo. Segundo, si no hay ahorro, ¿cómo se financia el capital humano? Si también se hace con los flujos de capital y estos no se suponen constantes, las «predicciones» del modelo fracasan. Finalmente, «suponer que la inversión es independiente del ahorro doméstico» por que entran capitales a la economía (p. 9), requiere de prueba empírica. Hay diversos trabajos que prueban que esto no necesariamente es cierto. (Los trabajos empíricos que siguieron al artículo de Feldstein y Horioka (1980) son ambiguos respecto a la existencia de independencia de la inversión respecto del ahorro doméstico y de su correlación con el ahorro externo).

Es verdad que en una economía abierta el ahorro doméstico no es siempre igual a la inversión nacional, pero de aquí no se desprende que la inversión sea independiente del ahorro. En todos los modelos de crecimiento, para que este sea equilibrado se parte de la igualdad del ahorro con la inversión. Según el autor la igualdad entre ahorro e inversión pertenece al equilibrio general y, por lo tanto, al modelo unificado que se desarrolla en el capítulo 6 del libro. «Este modelo asume —dice el autor— que la inversión es independiente del ahorro doméstico en cada sociedad; sin embargo el total de la inversión debe ser igual al total del ahorro en el agregado» (p. 75).

Pero, en el libro no existe un modelo de crecimiento que integre sus modelos parciales y donde se parta del equilibrio ahorro inversión para explicar la convergencia al estado estacionario. Por lo tanto, el afirmar que en el agregado se cumple la igualdad ahorro inversión, no altera para nada nuestra crítica siguiente a su modelo dinámico de crecimiento de la sociedad Épsilon. Ahora bien, si hay ahorro doméstico en cada sociedad —y como además se supone una economía sin comercio—, no se entiende por qué no se trabajó con una tasa de ahorro doméstico para cada una de las sociedades.

Por otro lado, la diferencia estructural entre, por ejemplo, las sociedades Épsilon y Sigma, puede suponerse que se debe también a que las decisiones de ahorro e inversión en ellas son totalmente distintas; lo que a su vez debería explicar la existencia de importantes diferencias en el crecimiento de dichas sociedades. Además, si se supone que los niveles de ahorro se relacionan de manera positiva con el grado de incertidumbre, se podría afirmar que en la sociedad Sigma, donde la incertidumbre tendría que ser mayor, la tasa de ahorro podría ser más alta, dando lugar a una tasa de acumulación de capital también más alta.

La función de producción propuesta es: $Y = K^{\alpha}(hL)^{1-\alpha}$. En términos per cápita y en unidades de eficiencia (o en unidades de calificación por trabajador, como se dice

El primer capítulo de este libro tiene el modelo de Solow para una economía pequeña y abierta. Su segundo capítulo contiene modelos de crecimiento para dos países y con diferentes tasas de ahorro. También puede verse Iris Claus, David Haugh, Grant Scobie y Jonas Törnquist, «Saving and growth in an open economy». Treasury Working Paper 01/32, New Zealand, 2001.

en el libro), adopta la forma siguiente: $\tilde{y} = \tilde{k}^{\alpha}$. La inversión per cápita debe ser igual a: $d\tilde{k} + (g + n)\tilde{k}$ (se supone que la depreciación es cero, que g es la tasa de crecimiento de h y que n es la tasa de crecimiento de la fuerza laboral).

En equilibrio la inversión per cápita debe ser igual al ahorro per cápita, pero como se está suponiendo «independencia de la inversión respecto del ahorro doméstico», entonces: $d\tilde{k} + (g + n)\tilde{k} = e\tilde{y}$, donde e es el coeficiente de inversión que se supone constante y reemplaza a la tasa de ahorro. Bajo este supuesto y asumiendo rendimientos decrecientes del capital en unidades de eficiencia, el modelo converge al estado estacionario que está representado por:

$$(g + n)\tilde{k} = e\tilde{y}$$

En consecuencia, los valores del capital y del producto per cápita en el estado estacionario, serán:

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{e}{g+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{e}{g+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Recuérdese que se llega a este equilibrio dinámico porque se supone rendimientos decrecimientos del capital. Una vez llegado al estado estacionario, y^* y h^* crecen a la tasa g (véase su ecuación 3.9 en la página 32).

$$\Rightarrow k^*(t) = \left(\frac{e}{g+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} h^*(t) \quad \Rightarrow k^*(t) = \left(\frac{e}{g+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} h_0 e^{gt}$$

$$\Rightarrow y^*(t) = \left(\frac{e}{g+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h^*(t) \quad \Rightarrow y^*(t) = \left(\frac{e}{g+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} h_0 e^{gt}$$

«El equilibrio dinámico del producto per cápita está determinado por el equilibrio dinámico de la acumulación del capital humano» (p. 32). El producto per cápita crece a la tasa que crece el capital humano per cápita.

Si $\tilde{y} = \frac{Y}{hL} = \frac{y}{h}$ y $\frac{d\tilde{y}}{\tilde{y}} = 0$ en el estado estacionario, entonces: $\frac{dy}{y} = \frac{dh}{h} = g$

¿Cómo se acumula capital humano? Ahora se afirma que la calificación del trabajo que lo convierte en capital humano, depende de la educación (años de escolaridad) y de la capacitación dentro del trabajo, donde se aprende debido al incremento continuo de la tecnología (p. 33). Sobre la base de esta afirmación el autor propone la siguiente función de capital humano:

$$h = f(E, A),$$

Donde E es la educación formal y A es un índice de los más avanzados bienes de capital y de las prácticas productivas inventadas a la fecha (frontera tecnológica).

En la página 30 se define el cambio tecnológico como la tasa de crecimiento de A y que es igual a g. Luego se dice que este cambio tecnológico es endógeno porque depende del nivel del capital humano de los trabajadores. Por ello propone la función $A = f(h)$ que luego simplifica como $A = \tau h = h$; aunque, después, en la página 33, hace depender h de A, lo que significa que A es absolutamente exógeno. Aquí parece haber un razonamiento circular: A depende del capital humano y h depende de A. El autor hace este último supuesto para seguir el procedimiento de Jones *et al.* (1998), que supone que A es una variable exógena[8].

Pero, este no es el único cambio. En la página 21 el capital humano depende de la educación y del background social S (Z, X, A). Lo desarrollado en el capítulo de la *Educación y de la Formación de capital humano*, ahora es relativizado. Si también se adquiere capital humano en el trabajo (*learning by doing*), entonces la pertenencia al grupo social y las condiciones iniciales ya no tienen por qué ser un impedimento insalvable para la igualación de niveles de capital humano y de los ingresos. La fábrica (el lugar de trabajo) actuaría como igualador, a menos que se esté presuponiendo también la existencia de fábricas estratificadas o jerarquizadas o discriminación al interior de la fábrica o empresa.

Cuanto menor el ratio A/h significa que h está cerca de la frontera tecnológica. En este caso, según Jones y Vollrath (2013), la tasa de acumulación de calificaciones será menor porque es más difícil aprender el uso de un bien intermedio cuanto más cerca se encuentra la calificación de la frontera tecnológica.

Las ecuaciones 3.10 y 3.11 de la página 33, son innecesarias. De otro lado, la ecuación 3.12 puede ser reformulada con la lógica de Jones (que el autor cita), como sigue:

$$dh = ze^{\varphi E} A^{\gamma} h^{1-\gamma}, \text{ donde } 0 < \gamma \leq$$

La acumulación de calificación (o de capital humano) depende de los años de escolaridad (educación formal E) y *del promedio ponderado del nivel de calificación de la frontera tecnológica y del nivel de calificación del individuo*. Solo la brecha tiene rendimientos decrecientes. La educación (los años de escolaridad) no puede tener rendimientos decrecientes. No se puede suponer que el aumento de los años de escolaridad reduce la productividad marginal del capital humano. Véase la ecuación 3.12 en la página 33 donde se dice: «el efecto de ambos factores sobre la tasa de crecimiento del capital humano es entonces positivo, pero sujeto a rendimientos decrecientes».

8 Véase Charles I. Jones y Dietrich Vollrath, *Introduction to Economic Growth* Tercera edición. Nueva York: W. W. Norton & Company, 2013.

La ecuación anterior se puede transformar en tasa de crecimiento:

$$\frac{dh}{h} = ze^{\phi E}\left(\frac{A}{h}\right)^{\gamma}$$

Los años de escolaridad (la educación) pueden así reducir la brecha entre *A y h*. La educación acerca a la sociedad a su frontera tecnológica, siempre que *A* crezca a la tasa constante *g*. Esta tasa es exógena. El cambio técnico no es endógeno. Las ecuaciones 3.12a y 3.13 ya no son necesarias (p. 34).

Si en el equilibrio de largo plazo la brecha permanece constante, eso quiere decir que *A* y *h* están creciendo a la misma tasa. El producto per cápita, el capital per cápita, y *h* crecen a la misma tasa de *A* que es igual a *g*. Siguiendo el capítulo 6 de Jones y Vollrath (2013), esto significa que en el estado estacionario:

$$g = \frac{dh}{h} = ze^{\phi E}\left(\frac{A}{h}\right)^{\gamma};\Rightarrow h^{\gamma} = \frac{ze^{\phi E}}{g}(A)^{\gamma};\Rightarrow\left(\frac{h}{A}\right)^{\gamma} = \frac{ze^{\phi E}}{g};$$

$$\left(\frac{h}{A}\right)^{*} = \left(\frac{ze^{\phi E}}{g}\right)^{\frac{1}{\gamma}};\Rightarrow h^{*}(t) = \left(\frac{ze^{\phi E}}{g}\right)^{\frac{1}{\gamma}} A^{*}(t)$$

$$\Rightarrow h^{*}(t) = \left(\frac{ze^{\phi E}}{g}\right)^{\frac{1}{\gamma}} A_0 e^{gt}$$

Claramente, entonces, cambios en los años de escolaridad reducen el ratio *A/h*.

¿A qué será igual ahora el equilibrio dinámico del producto per cápita? Reemplazando, tenemos:

$$y^{*}(t) = \left(\frac{e}{g+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left(\frac{ze^{\phi E}}{g}\right)^{\frac{1}{\gamma}} A^{*}(t)$$

$$y^{*}(t) = \left(\frac{e}{g+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left(\frac{ze^{\phi E}}{g}\right)^{\frac{1}{\gamma}} A_0 e^{gt}$$

Parafraseando a Jones y Vollrath (2013) podemos decir ahora que «las economías crecen porque ellas aprenden a utilizar nuevas ideas inventadas alrededor del mundo a través de la educación». La economías que dedican más tiempo a acumular capital humano se acercarán a la frontera tecnológica. La calificación no es otra cosa que saber utilizar bienes de capital más avanzados. También depende del cambio técnico, pero la tasa de crecimiento de este cambio técnico (*A*) es exógena al modelo.

Sobre las proposiciones Beta:

a) Se dice que cuanto más alto es «*e*» más alto es el nivel de ingreso per cápita. El modelo no explica qué eleva «*e*». Y, ¿si no entran capitales?

b) Si no hay cambio técnico exógeno el producto agregado crece a la tasa que crece la fuerza laboral. Crece con pleno empleo. No hay manera de explicar la existencia, en el largo plazo, de exceso de oferta de trabajo.

c) El modelo utilizado predice que los países pobres alcanzarán a los ricos. Pero esto solo será posible si los países ricos y pobres tienen o comparten la misma tecnología, los mismos coeficientes de inversión y la misma tasa de crecimiento de la fuerza laboral. Estos supuestos no se cumplen en la realidad. No hay evidencia empírica de convergencia que pueda generalizarse (Acemoglu y Robinson, 2012; Williamson, 2012)[9].

Finalmente, ¿cómo explica la distribución en el proceso de crecimiento económico? La función de producción adoptada satisface todas las características de una función de producción neoclásica. En su versión Cobb-Douglas $Y = K^{\alpha}(hL)^{1-\alpha}$, que es la que se utiliza en el libro, la relación salario/producto es constante e igual a $1 - \alpha$. De aquí se deduce que el salario real y el producto per cápita crecen a la misma tasa. En consecuencia, según el modelo dinámico utilizado, esto significa que el salario real también crece a la tasa que crece el progreso técnico. Se puede mostrar que la tasa de crecimiento de los beneficios (p) también es igual a la tasa de crecimiento del producto per cápita, solo que hay que partir de $p = \alpha y$ y mostrar que $\frac{dp}{p} = \frac{dy}{y}$.. Los beneficios per cápita crecen a la tasa que crece el producto per cápita y esta tasa es igual a la tasa de crecimiento del progreso técnico.

En el libro se define los benéficos per cápita de los capitalistas como: $p_c = \frac{P}{Lc} = r\frac{K}{Lc} = \alpha\frac{Y}{Lc}$, donde Lc es la «población de capitalistas». Lc es parte de L pues se supone que también perciben salarios. Para obtener la tasa de crecimiento de los beneficios per cápita, hacemos el siguiente artificio:

$$\frac{P}{Lc}\frac{Lc}{L} = r\frac{K}{Lc}\frac{Lc}{L} = \alpha\frac{Y}{Lc}\frac{Lc}{L}$$

Ahora, suponemos que la participación de la «población de capitalistas» en el total de la población laboral permanece constante en el tiempo. Es decir: $\frac{Lc}{L} = \theta$, entonces:

9 Acemoglu, Daron y James A Robinson. *Why Nations Fail: The Origins of Power, Prosperity and Poverty*. Nueva York: Crown, 2012; Williamson, Jeffrey. *Comercio y pobreza. Cuándo y cómo comenzó el atraso del Tercer Mundo*. Barcelona: Crítica, 2012

$$\frac{dp_c}{p_c} = \frac{dK}{K} - \frac{dL_c}{L_c} = \frac{dy}{y}.$$

Como el capital per cápita y el producto per cápita crecen a la misma tasa, la ecuación anterior la podemos reescribir de la siguiente manera:

$$\frac{dp_c}{p_c} = \frac{dK}{K} - \frac{dL}{L} + \frac{dL}{L} - \frac{dL_c}{L_c} = \frac{dy}{y}$$

$$\frac{dp_c}{p_c} = \frac{dk}{k} + \frac{dL}{L} - \frac{dL_c}{L_c} = \frac{dy}{y},$$

Donde $\frac{dL}{L} - \frac{dL_c}{L_c} = 0$ porque deben crecer a la misma tasa. Por lo tanto:

$$\frac{dp_c}{p_c} = \frac{dk}{k} = \frac{dy}{y} = g$$

La conclusión es que la *distribución personal* del ingreso también permanece constante. Sin embargo, como se habrá notado, si se supone que $\frac{Lc}{L}$ está constante, entonces es claro que si el denominador crece a la tasa *n*, también el numerador crecerá a la misma tasa.

Sobre la transición al equilibrio: La dinámica de la transición al estado estacionario puede discutirse mejor con la solución de la ecuación diferencial de Bernouilli, suponiendo constante el coeficiente de inversión (e):

$$d\tilde{k} + (g + n)\tilde{k} = e\tilde{k}^{\alpha}$$

Supongamos una variable $z = \tilde{k}^{1-\alpha}$, entonces $dz = (1 - \alpha)\tilde{k}^{1-\alpha}d\tilde{k}$. dividiendo entre k^{α} y multiplicando por $(1 - \alpha)$ la ecuación de Bernoulli, tenemos:

$$(1 - \alpha)\tilde{k}^{1-\alpha}d\tilde{k} + (1 - \alpha)(g + n)\tilde{k}^{1-\alpha} = (1 - \alpha)e$$

$$dz + (1 - \alpha)(g + n)z = (1 - \alpha)e$$

La solución general de esta ecuación es:

$$z(t) = \left(z(0) - \frac{e}{g+n}\right)e^{-(1-\alpha)(g+n)t} + \frac{e}{g+n}$$

Reemplazando por el valor de z, se obtiene:

$$\tilde{k}(t) = \left[\left(\tilde{k}_0^{1-\alpha} - \frac{e}{g+n}\right)e^{-(1-\alpha)(g+n)t} + \frac{e}{g+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Como la trayectoria dinámica de la calificación per cápita es:

$$h(t)=\left(\frac{ze^{\phi E}}{g}\right)^{\frac{1}{\gamma}}A_0e^{gt}$$

Entonces, las trayectorias dinámicas del capital per cápita y del producto per cápita serán:

$$k(t)=\left[\left(\left(\frac{k_0}{h_0}\right)^{1-\alpha}-\frac{e}{g+n}\right)e^{-(1-\alpha)(g+n)t}+\frac{e}{g+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{ze^{\phi E}}{g}\right)^{\frac{1}{\gamma}}A_0e^{gt}$$

$$y(t)=\left[\left(\left(\frac{k_0}{h_0}\right)^{1-\alpha}-\frac{e}{g+n}\right)e^{-(1-\alpha)(g+n)t}+\frac{e}{g+n}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left(\frac{ze^{\phi E}}{g}\right)^{\frac{1}{\gamma}}A_0e^{gt}$$

La economía converge a su senda de crecimiento balanceado a la tasa: $(1-\alpha)(g+n)$

El capítulo 3 concluye señalando que «la desigualdad de los ingresos permanecerá sin cambios en el proceso de crecimiento económico, dada la desigualdad inicial en la distribución de activos económicos y políticos (δ)». Esta es la única variable exógena que expresa la desigualdad inicial en el modelo de la sociedad épsilon y es la que en última instancia «explica» el mantenimiento de la desigualdad.

Comentarios finales

1. En el volumen 1 se plantea explícitamente que en la sociedad Épsilon el mercado de trabajo opera siempre con desempleo (p. 81). Sin embargo, el modelo de crecimiento utilizado supone competencia perfecta y crecimiento con pleno empleo. Si no hubiera cambio técnico exógeno, el producto y el capital agregados crecerían a la tasa que crece la fuerza laboral. Con el cambio técnico exógeno las variables agregadas crecen a la tasa que crece el cambio técnico, más la tasa de crecimiento de la fuerza laboral. Esta es la llamada tasa natural de crecimiento.

2. En el libro se dice que la desigualdad en la distribución de activos económicos y políticos, y de las redes sociales, no puede ser cambiada por el mercado. Esto quiere decir que la concentración de la propiedad, de los beneficios o de los ingresos no son resultados del mercado, sino exógenos al mercado (p. 42). Sin embargo, el modelo dinámico de la sociedad épsilon funciona bajo el supuesto de competencia perfecta, sin concentración de la propiedad, con factores que son sustitutos perfectos y que tienen rendimientos decrecientes, lo que asegura la convergencia al pleno empleo.

3. El mercado no es concebido como una institución social, sino como una «entidad» separada de la sociedad y de la política. Solo así se entiende la afirmación «puesto que la desigualdad inicial permanece fija, la desigualdad en la distribución de los ingresos también permanecerá fija en el proceso de crecimiento». Por esta razón no puede haber mecanismos que alteren endógenamente esa desigualdad inicial en el proceso de crecimiento. Además, en la sociedad descrita por el libro no existe Estado con ese fin, pero ¡hay Democracia!

4 No hay gasto de inversión en capital humano. No hay explicación de cómo se financia esta inversión, pues el ahorro doméstico desaparece del análisis. Se puede formular un modelo alternativo con inversión en capital humano y en capital físico, partiendo de una función de producción similar a la del libro y con una tasa de ahorro que es resultado de un proceso de optimización intertemporal.

Dada la siguiente función de producción, con H como capital humano medida en unidades de eficiencia del trabajo[10]:

$$Y = K^{\alpha} H^{1-\alpha}$$

La calificación per cápita es h; por lo tanto: $H = hL$ y $Y = K^{\alpha}(hL)^{1-\alpha}$

El producto per cápita (o la productividad) es un promedio logarítmico ponderado del capital per cápita físico y del capital humano per cápita:

$$y = k^{\alpha} h^{1-\alpha}$$

El capital humano es resultado de una inversión per cápita en la calificación formal de los trabajadores y su acumulación está representada por la siguiente ecuación. La letra griega «delta» es la tasa de depreciación que se puede suponer igual a la del capital físico:

$$\dot{h} = i_h - (\delta + n)h$$

La inversión per cápita será entonces igual a: $\dot{k} + (\delta + n)k + i_h$, mientras que el ahorro per cápita (la tasa de ahorro no es exógena) será igual a la producción per cápita menos el consumo per cápita: $y - c = k^{\alpha} h^{1-\alpha} - c$.

De la igualdad ahorro inversión se deprende entonces que la ecuación de movimiento del capital per cápita será igual a:

$$\dot{k} = k^{\alpha} h^{1-\alpha} - c - (\delta + n)k - i_h$$

10 .El modelo que se propone es una reinterpretación del modelo AK que puede verse en Acosta, Bethencourt, Marrero y Perera*, Modelos de crecimiento endógeno,* Departamento de Análisis Económico, Universidad de la Laguna, España, 2012, pp. 10-12. Véase también José Torres Chacón, *Apuntes de macroeconomía avanzada*, Departamento de Teoría e Historia Económica. Universidad de Málaga, setiembre 2010. La solución completa del modelo puede verse también en Félix Jiménez, *Apuntes de crecimiento económico: enfoques y modelos*. Fondo Editorial de UNMSM, agosto 2015.

Las familias maximizan una función de utilidad del tipo:

$$\underset{c}{Max} \int_0^\infty \left[\frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] e^{-\rho t}$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$k = k^\alpha h^{1-\alpha} - c - (\delta + n)k - i_h$$
$$\dot{h} = i_h - (\delta + n)h$$
$$k(0),\ h(0) > 0$$

El modelo tiene dos variables de control (c e i_h) y dos variables de estado (k y h). De las condiciones de primer orden que se obtienen derivando el respectivo *Hamiltoniano*, se obtiene que, en equilibrio, la productividad marginal del capital físico (neta de depreciación) es igual a la del capital humano (también neta de depreciación). De aquí resulta que la relación del capital físico entre el capital humano es una constante e igual a la relación de la participación de los beneficios entre la participación de los salarios en el producto.

$$\frac{k(t)}{h(t)} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

La solución del modelo para la tasa de crecimiento del consumo per cápita es:

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\sigma} \left\{ \alpha A \left[\frac{k(h)}{h(t)} \right]^{\alpha-1} - \delta - \rho \right\}$$

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\sigma} \left\{ \alpha A \left[\frac{\alpha}{1-\alpha} \right]^{\alpha-1} - \delta - \rho \right\}$$

El consumo per cápita crece a una tasa constante al igual que todas las variables per cápita. Lo interesante de este modelo es que ambos tipos de capital que se acumulan (físico y humano) presentan rendimientos decrecientes, sin embargo muestran rendimientos constantes en el agregado. Esta es la razón por la que hay crecimiento endógeno.