VOLUMEN XV Nº 29 / 30 JUNIO / DICIEMBRE 1992

ECONOMIA

INDICE

ECONOMIA. Vol. XV Nº 29 / 30. Junio / Diciembre 1992

UN ENSAYO SOBRE LA PLANIFICACION SOCIAL

César Sotomayor Valdivia*

I. INTRODUCCION

En un trabajo en 1965, *Análisis Input-Output,* W. Leontief presenta el sistema *Input-Output* estático de cantidades y precios y luego desarrolla la teoría Input-Output dinámica de cantidades, sin mencionar el sistema Input-Output abierto de precios dinámico.

Más adelante el profesor Leontief desarrolla la matriz inversa dinámica, publicada en el año de 1972 bajo el título de *Contribución al Análisis Input-Output* y la aplica al sistema de cantidades dinámico.

Por otro lado, en su *Teoría de la Reproducción y de la Acumulación,* O. Lange presenta los flujos Input-Output pero expresados en unidades mo-

* Este trabajo es el resultado de una investigación personal iniciada en la Universidad Católica del Perú en 1983 y realizada, en lo que toca a la parte monetaria, entre 1991 y 1992. El autor ha estado vinculado con el Departamento de Estudios Económicos del Banco Central de Reserva. Asimismo, el autor desea agradecer muy particularmente los comentarios y el apoyo del profesor Máximo Vega-Centeno, de la PUC. Por último, desea agradecer los comentarios de los profesores Javier Iguíñiz y Maynard Kong, también de la PUC y libera a todos ellos de eventuales errores y de una forzosa identificación con sus opiniones.

netarias. El problema de este método es que no logra hallar los precios dinámicos, lo cual limita el uso del análisis Input-Output para la planificación social, como posteriormente propongo.

El término *dual* que uso en este trabajo tiene sus orígenes en la programación lineal, como aparece, p.e. en el trabajo de Michel Chossudovsky (1974); sin embargo, el concepto de dualidad como lo usaremos específicamente se centra en que los sistemas de precios y de cantidades son interdependientes y están condicionados a la identidad entre los valores de consumo planeados y los valores añadidos. Esto se verifica, como posteriormente lo demostraremos no sólo para un sistema estático sino también para un sistema dinámico, lo que permite hallar el sistema de precios dinámicos.

Otra de las limitaciones que ha existido en la determinación de los precios dinámicos es que, al desarrollar el análisis Input-Output se han expresado habitualmente los precios en unidades monetarias y no lo han sido en valor-horas de trabajo; una forma de este tipo se encuentra en la versión dinámica de precios que se presenta en el libro clásico de los profesores Dorfman, Samuelson y Solow (1958).

El método seguido en la determinación del sistema de precios Input-Output dinámico en horas de trabajo ha sido asumir que estos son reflejo del proceso productivo, es decir, partiendo de la matriz de producción dinámica y de la identidad entre los valores de consumo planeados y los valores agregados, con lo cual se garantiza que se pueden hallar precios de equilibrio dinámico.

Posteriormente, introduzco el dinero y demuestro que en términos relativos los precios monetarios son iguales a los expresados en horas de trabajo; también demuestro que los salarios monetarios son iguales en cada sector productivo para todos los períodos productivos y que la tasa de interés monetaria es la misma expresada en cualquier mercancía.

La finalidad del trabajo no es sólo la de refinar un instrumento para la planificación, es también la de mostrar una economía dinámica de precios y cantidades, así como identificar el ciclo económico como característico del proceso productivo.

1. *El Modelo Input-Output Dinámico*

En los últimos años la Teoría de la Planificación ha tenido múltiples aplicaciones en la contabilidad nacional; sin embargo, ha habido una limitación en cuestiones de aplicación práctica como es el caso dinámico. Esto debido a que no ha habido un desarrollo general del modelo *Input-Output;* me refiero específicamente al dual de precios y cantidades del modelo input output dinámico.

Se ha recurrido en tal sentido a la construcción de tablas *Input-Output* con coeficientes técnicos de valor, tomando para ello precios de mercado; en muchos casos esto se justifica por la complejidad de los cálculos pero también a que no existía una teoría input output dinámica de precios y cantidades.

Antes de presentar el dual de precios y cantidades de Input-Output dinámico, se hará una breve exposición de lo que se entiende por modelo Input-Output de equilibrio general. Un sistema de equilibrio general es aquel en que simultáneamente se resuelven precios y cantidades. En los modelos input-output; sin embargo, se determina: i) la producción, conocida la demanda final ii) los precios, conocido el valor añadido por unidad de producto; además, como resultado del sistema de determinación de precios y cantidades se obtiene iii) la identidad entre el valor de la demanda final y el valor agregado. El dual de precios y cantidades para el caso concreto del modelo Input-Output estático queda establecido por cualquier par de ecuaciones resultando los tres mencionados. La dualidad radica justamente en que podemos determinar el sistema de cantidades partiendo del sistema de precios y de la identidad entre el valor de la demanda final y el valor añadido. O bien que partiendo del sistema de cantidades y de la identidad del valor de la demanda final y el valor añadido, podemos determinar las ecuaciones de precios, lo que comprueba que este sistema de ecuaciones está interrelacionado a través de coeficientes técnicos.

Ahora bien, para que realmente podamos hablar de Planificación tenemos que conocer la demanda final. La manera más simple de determinar la demanda final es suponer que ésta está compuesta por el consumo de los trabajadores y que el valor agregado por unidad de producto es una relación técnica entre el valor agregado por el trabajo, digamos de un año, y el producto generado por dicho trabajo. Estaríamos pues, en una economía estacionaria sin inversión.

En tal caso los precios estarían determinados por relaciones técnicas y lo único que faltaría especificar es cómo se determina el consumo de los trabajadores. Para ello bastaría con admitir que los trabajadores optimizan su consumo a través de una restricción presupuestal. Esta vendría expresada por $PC_i = h_i$, donde P es una matriz fila de precios en unidades de valor, C_i es la matriz columna de consumo del iésimo trabajador por año y h_i es su ingreso expresado en unidades de valor por año.

Si la unidad de valor es la hora de trabajo, el ingreso vendría medido por horas de trabajo por año.

La libre movilidad del trabajo en todo el proceso productivo estaría determinada por la preferencia de los trabajadores y por su capacidad productiva.

Luego, el consumo y el ingreso de los trabajadores se determina simultáneamente.

Ahora bien, $\sum_i PC_i = PC = \sum_i h_i$ pero $PC = VX$ entonces $\sum_i h_i = VX$, luego el total de horas demandadas por el proceso productivo coincide con el total de horas ofrecidas por los trabajadores.

En este caso se estaría en un sistema de equilibrio general total estático.

Ahora bien, es necesario todavía deducir el dual de precios y cantidades del modelo input-output para luego determinar el modelo dinámico de planificación social.

Antes que nada tenemos que visualizar la identidad entre el valor de consumo y el valor agregado.
Esto es:

$$PC = VX$$

Si analizamos el proceso productivo vemos que hay una entrada de trabajo y una salida de consumo, esto es, el trabajo a través del proceso productivo genera valores de consumo; sin embargo no habíamos considerado la inversión.

Ahora bien, si hay inversión y cambio tecnológico:

$$X_t = A_t X_t + B_{t+1} X_{t+1} - B_t X_t + C_t$$

y, ya no $X = AX + C$ como en el caso estático. La pregunta que nos debemos hacer es si $P = PA + V$ es también la ecuación de precios en el caso dinámico. Para responder tenemos que hallar primero el sistema de precios y cantidades dinámico, esto es, tenemos que partir de la identidad entre los valores de consumo intertemporales y los valores agregados intertemporales, así como de la ecuación dinámica de producción. Esto es,

$$\sum_t P_t C_t = \sum_t V_t X_t \qquad \text{(I)}$$

$$X_t = A_t X_t + B_{t+1} X_{t+1} - B_t X_t + C_t \qquad \text{(II)}$$

La ecuación (I) nos dice que la suma de valores de consumo planeado es igual a la suma de valores añadidos durante todo el plan.

Nuevamente observando el proceso productivo vemos que entra un conjunto de trabajo a través de t+1 períodos que se transforman en valores de consumo a través de los t+1 períodos. También se observa según la ecuación (II) que hay un proceso de acumulación o de inversión.

Vamos a demostrar a continuación que la solución general de precios del dual de precios y cantidades de input-output dinámico es:

$$P_t = P_t A_t - (P_t - P_{t-1}) B_t + V_t$$

Para ello asumamos una economía en crecimiento que luego de t+1 períodos se hace estacionaria; entonces, para cada período:

$$X_o = A_o X_o + C_o$$
$$X_{-1} = A_{-1} X_{-1} + B_o X_o - B_{-1} X_{-1} + C_{-1}$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$X_{-T} = A_{-T} X_{-T} + B_{-T+1} X_{-T+1} - B_{-T} X_{-T} + C_{-T}$$

ó

$$G_o X_o = C_o$$
$$G_t X_t = C_t + B_{t+1} X_{t+1} \text{ , } t = -T, -T+1, \dots, -1$$

Donde $G_o = I - A_o$ y $G_t = I - A_t + B_t$

Luego en términos matriciales:

$$\begin{bmatrix} G_{-T} & -B_{-T+1} & O \dots\dots & & O \\ O & G_{-T+1} & -B_{-T+2} \dots & & O \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ O & . & . & G_{-1} & B_o \\ O & . & . & O & G_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{-T} \\ X_{-T+1} \\ . \\ . \\ X_{-1} \\ X_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{-T} \\ C_{-T+1} \\ . \\ . \\ C_{-1} \\ C_o \end{bmatrix}$$

Si definimos

$$A^* = \begin{bmatrix} G_{-t} & -B_{T+1} & O \dots\dots & & O \\ O & G_{-T+1} & -B_{-T+2} \dots & & O \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ O & . & . & G_{-1} & B_o \\ O & . & . & O & G_o \end{bmatrix}$$

$$X^* = \begin{bmatrix} X_{-T} \\ X_{-T+1} \\ . \\ . \\ X_{-1} \\ X_o \end{bmatrix} \qquad C^* = \begin{bmatrix} C_{-T} \\ C_{-T+2} \\ . \\ . \\ C_{-1} \\ C_o \end{bmatrix}$$

Entonces, el sistema se hace

$$A^* X^* = C^* \qquad \text{(III)}$$

Igualmente:

$$\sum_{-T}^{o} P_t C_t = \sum_{-T}^{o} V_t X_t$$

podemos escribir como:

$$P^* C^* = V^* X^* \qquad \text{(IV)}$$

donde: $P^* = [P_{-T}\ P_{-T+1} \ldots P_{-1} P_o]$

$V^* = [V_{-T}\ V_{-T+1} \ldots V_{-1}\ V_o]$

de (III) en (IV) obtenemos entonces:

$$P^* A^* X^* = V^* X^*$$

$$(P^* A^* - V^*)\ X^* = 0$$

Si, todavía,

$\alpha^* = P^* A^* - V^*$

entonces

$$\alpha^* X^* = 0$$

Ahora bien, demostraremos enseguida que para todo $X^* \in a \mathrm{I} R^*$, $\alpha^* X^* = 0$
$\Leftrightarrow \alpha^* = \Phi$
Donde $\mathrm{I} R^*$ es una matriz de matrices de números reales.
Si $\alpha^* = \Phi \Rightarrow \alpha^* X^* = 0$

Si $\alpha^* X^* = 0$ entonces, por el argumento del absurdo, tenemos que $\alpha^* \neq \Phi$ implica $\alpha^* (\alpha^*)^t \neq o$ donde $(\alpha^*)^t$ es la transpuesta de α^*, luego para $X^* = (\alpha^*)^t$ no se cumple $\alpha^* X^* = 0$, entonces $\alpha^* = \Phi$ es el único α^* tal que $\alpha^* X^* = 0$. Luego $P^* A^* - V^* = \Phi$ de donde $P^* A^* = V^*$; y

$$[P_{-T}\ P_{-T+1} \ \dots\ P_{-1}\ P_{o}] \begin{bmatrix} G_{-T} & -B_{-T+1} & O \dots\dots\dots & & O \\ O & G_{-T+1} & -B_{-T+2} \dots\dots & & O \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ O & . & . & G_{-1} & B_o \\ O & . & . & O & G_o \end{bmatrix} =$$

$$[V_{-T}\ V_{-T+1} \ \dots V_{-1}\ V_o]$$

De lo cual se deduce que:

$$P_{-T} = P_{-T} A_{-T} - P_{-T} B_{-T} + V_{-T}$$
$$P_t = P_t A_t - (P_t - P_{t-1}) B_t + V_t, \qquad t = -T+1, \dots, -1$$
$$P_o = P_o A_o + P_{-1} B_o + V_o$$

Y en términos generales:

$$P_t = P_t A_t - (P_t - P_{t-1}) B_t + V_t$$

L.q.q.d.

Pasemos ahora a explicar las implicancias de esta ecuación.

Ante todo, el término $(P_t - P_{t-1}) B_t$ es el valor de la inversión por unidad de producto y debido al cambio de precios del capital con signo negativo, se convierte en un costo de inversión por unidad de producto; cuando se incrementa el precio hay un aumento de capital, cuando disminuye el precio hay una pérdida de capital; y, es justamente este aumento o pérdida de capital como componente del precio, lo que determina el proceso de valorización dinámico. Por otro lado:

$$X_t = A_t X_t + B_{t+1} X_{t+1} - B_t X_t + C_t$$
$$P_t = P_t A_t - (P_t - P_{t-1}) B_t + V_t$$

de donde se deduce:

$$V_t\ X_t \;=\; P_t\ C_t \;+\; (P_t - P_{t-1})\ B_t\ X_t \;+\; P_t\ B_{t+1}\ X_{t+1} \;-\; P_t\ B_t\ X_t$$

Valor Agregado	Valor de Consumo	Valor de la Inversión por variación de precios	Valor de la Inversión por variación de producción

o $\quad V_t\ X_t = P_t\ C_t + P_t\ B_{t+1}\ X_{t+1} - P_{t-1}\ B_t\ X_t$

Sumando a través de t+1 periodos, considerando las ecuaciones de precios al inicio como al final del plan, obtenemos nuevamente:

$$\sum_t P_t\ C_t = \sum_t V_t X_t$$

Con lo que hemos hallado el *dual de precios y cantidades dinámico.*

Ahora bien, mediante la matriz inversa dinámica de Leontief se pueden hallar los precios en cada período del plan, conocidos los valores agregados por unidad de producto. Como se señaló antes, estos son una relación técnica entre el valor agregado y el producto realizado en cada período. Luego los precios están especificados por relaciones técnicas.

Para un trabajador en particular, cuando optimiza a través de t+1 períodos, su consumo y sus horas de trabajo, bajo restricción presupuestal,

$$\sum_t P_t\ C_{ti} = h_i^s$$

agregando todos los trabajadores tenemos el total de horas ofertadas durante todo el plan

$$\sum_i \sum_t P_t\ C_{ti} = \sum_t P_t C_t = H^s$$

Naturalmente conocidos los C_t se pueden determinar a través de la matriz inversa dinámica los X_t, entonces:

$H^d = \sum_t V_t\ X_t$ son las horas de trabajo demandadas por el proceso productivo durante el plan, luego:

$$H^d = \sum_t V_t X_t = \sum_t P_t\, C_t = H^s$$

Nuevamente la libre movilidad del trabajo en todo el proceso productivo y a través de t+1 períodos estará determinada por las preferencias de los trabajadores y por su capacidad productiva. La demanda de trabajo en cada período estará dada por $V_t\, X_t$ ó el total de horas de trabajo demandadas por el proceso productivo en el periodo t.

La oferta de trabajo en cada período t viene dada por

$P_t\, C_t + P_t\, B_{t+1}\, X_{t+1} - P_{t-1}\, B_t\, X_t$ esto se deduce de:

$$V_t\, X_t = P_t\, C_t + P_t\, B_{t+1}\, X_{t+1} - P_{t-1}\, B_t\, X_t$$

Ahora, dividiendo ambos miembros por $V_t\, X_t$ obtenemos:

$$1 = \underbrace{\frac{P_t\, C_t}{V_t\, X_t}}_{\text{Tasa de Consumo}} + \underbrace{\frac{P_t\, B_{t+1}\, X_{t+1} - P_{t-1}\, B_t\, X_t}{V_t\, X_t}}_{\text{Tasa de Inversión}}$$

Ahora bien, notemos que la tasa de consumo mide la participación de cada trabajador en el consumo y la tasa de inversión su participación en la inversión.

Luego el aporte de trabajo de cada trabajador durante el período t viene dado por:

$$\frac{P_t\, C_{ti}}{c_t} = h_{ti}^s$$

donde c_t es la tasa de consumo en el período t.

$$\frac{P_t C_t}{c_t} = \sum_i \frac{P_t C_{ti}}{c_t} = \sum_i h_{ti}^s = h_t^s$$

entonces:

$$h_t^s = \frac{P_t C_t}{c_t} = V_t X_t = h_t^d$$

por otro lado

$$\sum_t c_t h_{ti} = \sum_t P_t C_{ti} = \sum_t h_{ti} = h_i^s$$

de donde se deduce que

$$\frac{\sum_t c_t h_{ti}}{\sum_t h_{ti}} = 1$$

Es decir que la tasa media de consumo de cada trabajador a través de t+1 períodos es 1, e igual a la tasa de consumo medio intertemporal:

$$\frac{\sum_t P_t C_t}{\sum_t V_t X_t} = 1$$

Por otro lado, de

$$\frac{P_t C_t}{c_t} = V_t X_t$$

se deduce que

$$P_t C_t = c_t V_t X_t$$

Es decir que el ingreso de los trabajadores por período productivo es:

$c_t V_t X_t$

Luego el excedente es:

$E_t = P_t X_t - P_t A_t X_t - c_t V_t X_t$

Ahora bien, a través del dual de precios y cantidades se puede dar una explicación alternativa de cómo opera en el mercado la determinación de los precios, de la producción, el consumo y la tasa de consumo, siendo la única variable exógena el valor agregado por unidad de producto; pero, como hemos demostrado, ésta es una relación técnica entre el valor agregado y el producto realizado.

2. *El modelo en una economía monetaria*

Primero que todo recordemos que el volumen de horas de trabajo requeridos por período productivo es:

$$h_t = V_t X_t$$

El ingreso medido en una mercancía cualquiera entonces es:

$$y_{ti} = \frac{h_t}{p_{ti}}$$

Ahora bien, multiplicando por el precio de esa mercancía tendremos esa relación en términos monetarios:

$$P_{ti} y_{ti} = \frac{P_{ti} h_t}{p_{ti}}$$

Si tomamos otra mercancía cualquiera obtendremos nuevamente:

$$P_{tj} y_{tj} = \frac{P_{tj} h_t}{p_{tj}}$$

Ahora bien, estas magnitudes son iguales porque están expresadas en el mismo dinero, luego:

$$\frac{P_{ti}h_t}{p_{ti}} = \frac{P_{tj}h_t}{p_{tj}}$$

de donde deducimos que:

$$\frac{P_{ti}}{P_{tj}} = \frac{p_{ti}}{p_{tj}}$$

Es decir que, en términos relativos, la expresión del valor en forma monetaria es la misma que en términos de horas de trabajo.

Por otro lado, de acuerdo a la teoría cuantitativa del dinero,

$$Y_t = P_{ti}\, y_{ti} = \frac{P_{ti}h_t}{p_{ti}} = M_t\, V_t^*;$$

entonces:

$$\frac{M_t}{P_{ti}} = \frac{h_t}{p_{ti}V^*_t} = M_{ti}^d$$

Luego, la demanda real de dinero depende del volumen de horas de trabajo por período requeridas por el proceso productivo, del precio de una mercancía cualquiera en horas de trabajo y de la velocidad de circulación del dinero.

$$M^d_{ti} = \frac{h_t}{p_{ti}V^*_t} = \frac{y_{ti}}{V_t^*}$$

Además, en términos generales, la dinámica del proceso productivo determina la demanda de dinero a través de:

$$y_{ti} = \frac{h_t}{p_{ti}}$$

Siendo el otro componente la velocidad de circulación del dinero.

Con fines ilustrativos y debido a la limitación de hacer una simulación multisectorial, se ha hecho un cálculo considerando únicamente un sector.

Se han tomado como datos el consumo y el valor agregado por unidad de producto como los coeficientes técnicos y se ha supuesto que no hay cambios tecnológicos en los 5 períodos productivos considerados.

Los resultados aproximados se presentan a continuación:

	C_t	V_t	X_t	p_t	c_t	E_t	y_t	W_t/P_t
1	50	3	109.0	4.3	0.66	19.35	76.00	0.15
2	60	3	131.5	5.5	0.84	31.63	71.70	0.15
3	75	3	160.2	5.9	0.92	30.10	81.50	0.16
4	90	3	185.7	6.0	0.97	17.10	92.85	0.16
5	100	3	200.0	8.4	1.40	0.00	71.40	0.17

Se ha considerado como coeficiente técnico de producción a = 0.50 y de inversión b = 0.2 e igualmente, que el valor agregado por unidad de producto no varía en los 5 períodos productivos.

De las cifras se deduce que tanto los precios como la producción y la tasa de consumo siguen una tendencia al alza, en tanto que los excedentes siguen una tendencia creciente y luego decreciente.

Si se observaran tendencias parecidas en una simulación multisectorial, se podría llegar a la conclusión que el ciclo económico parte por la tendencia que asumen los excedentes, lo que supondría que, en la óptica empresarial, la inversión se retraería justamente cuando la economía se encuentre en el umbral de la fase expansiva. Sin embargo, esta es una apreciación errada pues, al margen del comportamiento de los productores estas tendencias se darían, ya que el ciclo de acumulación obedece más bien a la dinámica interna del proceso productivo.

El ingreso, por otro lado, sigue una tendencia cíclica teniendo un decrecimiento para luego aumentar y finalmente decrecer.

Si consideramos, por un momento, la velocidad de circulación del dinero como constante, veríamos que estas fluctuaciones del ingreso en términos de cantidades influyen en la demanda de dinero aunque la producción total esté en aumento.

Hasta ahora no hemos precisado la relación entre la tasa de consumo y el salario real; era necesario haber introducido el dinero para observar esta variable con claridad. Sabemos que el ingreso salarial es:

$$Y^w_t = c_t h_t$$

en términos de horas de trabajo.

Ahora bien, si multiplicamos y dividimos por el precio del bien en un período t:

$$\frac{p_{ti}}{p_{ti}}$$

obtenemos:

$$\frac{P_{ti} Y^w_t}{p_{ti}} = \frac{P_{ti} c_t h_t}{p_{ti}}$$

es decir, expresamos el ingreso monetario de los asalariados.

Luego, el salario nominal por hora de trabajo es en términos de una mercancía,

$$W_{ti} = \frac{P_{ti} c_t}{p_{ti}}$$

y en términos reales:

$$\frac{W_{ti}}{p_{ti}} = \frac{c_t}{p_{ti}}$$

de donde, hemos deducido que el salario real está íntimamente ligado a la tasa de consumo.

De acuerdo con nuestro ejemplo, el salario real sigue una tendencia ascendente; no podemos decir nada más porque hemos asumido un solo bien en la economía. Con varios o numerosos bienes, la estructura del consumo y los precios relativos podrían determinar otra tendencia.

Debo recordar que este ensayo sobre planificación social sólo busca explicar el movimiento de variables dentro de una economía dinámica y el esclarecimiento de los factores que determinan el ciclo económico.

Por otro lado, ya que

$$\frac{P_{ti}}{p_{ti}} = \frac{P_{tj}}{p_{tj}}$$

se puede establecer que

$$W_{ti} = \frac{P_{ti}c_t}{p_{ti}} = \frac{P_{tj}c_t}{p_{tj}} = W_{tj}$$

Con lo que se demuestra que, el salario nominal W_t es el mismo para todos los sectores productivos; de donde:

$$\frac{P_tC_t}{c_t} = h_t \quad ó \quad P_tC_t = c_th_t$$

puede ser reescrito como:

$$\frac{P_{ti}P_tC_t}{p_{ti}} = \frac{P_{ti}c_th_t}{p_{ti}} = W_th_t$$

Si, por otra parte,

$$P^*_t = \frac{P_{ti}}{p_{ti}} \quad P_t$$

entonces P^* es la expresión monetaria de la matriz de precios, luego:

$$P^*_tC_t = W_th_t$$

Por otro lado:

$$\sum_t P_tC_t = \sum_t V_tX_t$$

podemos reescribir como:

$$\sum_t P_t \frac{p_{ti}}{P_{ti}} C_t = \sum_t V_tX_t = \sum_t h_t = \sum_t \frac{p_{ti}}{P_{ti}} Y_t$$

si se tiene que

$$\frac{p_{ti}}{P_{ti}} = \frac{p_{tj}}{P_{tj}} = \frac{p_{tk}}{P_{tk}} = a_t$$

entonces

$$\sum_t \frac{P_t^* p_{ti} C_t}{P_{ti}} = \sum_t \frac{W_t h_t p_{ti}}{P_{ti}} = \sum_t V_tX_t = \sum_t h_t = \sum_t \frac{p_{ti}Y_t}{P_{ti}}$$

y, ya que

$$Y_t^w = W_t h_t$$

se tendrá

$$\sum_t a_t P^*_t C_t \;=\; \sum_t a_t Y^w_t \;=\; \sum_t a_t Y_t$$

Por otro lado, se puede demostrar que esta ponderación está asociada a la tasa de interés.

En primer lugar, toda la expresión anterior puede ser reescrita como:

$$a_{-T}\left(P^*_{-T}C_{-T} + \frac{a_{-T+1}\,P^*_{-T+1}\,C_{-T+1}}{a_{-T}} + \ldots + \frac{a_0 P^*_0 C_0}{a_{-T}}\right) =$$

$$a_{-T}\left(Y^w_{-T} + \frac{a_{-T+1}}{a_{-T}}\,Y^w_{-T+1} + \ldots + \frac{a_0 Y^w_0}{a_{-T}}\right) =$$

$$a_{-T}\left(Y_{-T} + \frac{a_{-T+1}}{a_{-T}}\,Y_{-T+1} + \ldots + \frac{a_0 Y_0}{a_{-T}}\right)$$

por otro lado, si escribimos:

$$\frac{a_{-T+1}}{a_{-T}} = \frac{1}{1 + R_{-T+1}}$$

$$\frac{a_{-T+2}}{a_{-T}} = \frac{a_{-T+2}}{a_{-T+1}} \times \frac{a_{-T+1}}{a_{-T}} = \frac{1}{1+R_{-T+2}} \times \frac{1}{1+R_{-T+1}}$$

$$\frac{a_0}{a_{-T}} = \frac{a_{-T+1}}{a_{-T}} \times \frac{a_{-T+2}}{a_{-T+1}} \times \dots \times \frac{a_{-1}}{a_{-2}} \times \frac{a_0}{a_{-1}}$$

$$\frac{a_0}{a_{-T}} = \frac{1}{1+R_{-T+1}} \times \frac{1}{1+R_{-T+2}} \times \dots \times \frac{1}{1+R_{-1}} \times \frac{1}{1+R_0}$$

entonces:

$$\frac{a_{t+1}}{a_t} = \frac{1}{1+R_{t+1}} \quad \text{ó} \quad 1 + R_{t+1} = \frac{a_t}{a_{t+1}}$$

$$1+R_{t+1} = \frac{p_{t,i}/P_{t,i}}{p_{t+1,i}/P_{t+1,i}} = \frac{P_{t+1,i}/P_{t,i}}{p_{t+1,i}/p_{t,i}} = \frac{1+\Delta P_{t+1,i}/P_{t,i}}{1+\Delta p_{t+1,i}/p_{t,i}}$$

Luego, en términos de una mercancía cualquiera la tasa de interés real es:

$$1 + r_{t+1,i} = \frac{1 + R_{t+1}}{1+\Delta P_{t+1,i}/P_{t,i}} = \frac{1}{1+\Delta p_{t+1,i}/p_{t,i}}$$

Vemos que la tasa de interés monetaria es igual a la tasa de interés expresada en cualquier mercancía y que la tasa de interés real, expresada en términos de una mercancía, depende de la tasa de crecimiento de los precios en horas de trabajo.

Además, en términos lógicos se ha demostrado que la tasa de interés no podía aparecer hasta que hubiéramos definido las variables en términos monetarios y en tal sentido que la expresión en valor-horas de trabajo de la primera exposición no sólo es correcta en términos matemáticos sino que también es correcta en términos económicos.

Algunos pensarán que este trabajo al ser consecuente con la teoría económica del mercado no tiene aplicación; sin embargo, a los que piensan de esta manera se les invita a reflexionar sobre el ciclo económico, a propósito del cual, categorías como tasa de interés o de salarios nominales, ocultan la dinámica interna de la determinación del valor como reflejo del proceso dinámico de producción; así como, de la planificación como instrumento de política económica. En efecto, al considerar la economía como un todo encontramos que esta obedece a leyes que gobiernan el proceso productivo, que en una economía monetaria tal cual la presentan los textos de microeconomía o de macroeconomía no se pueden visualizar. En tal sentido una economía planificada como se presenta en este marco, pretende tomar las cosas de raíz y parece ser capaz de explicar la dinámica del proceso de valorización en y fuera de una economía monetaria. Se enmarca dentro de la Economía Política en el sentido de la planificación social como política económica. A los lectores les pediría sugerencias respecto de algunos aspectos que no he tocado y así como comprensión por la exposición necesariamente matemática.

Finalmente este trabajo siendo el resultado de varios años de investigación busca contribuir no sólo al análisis input-ouput sino al desarrollo de la planificación social.

3. CONCLUSIONES

Como hemos demostrado, los precios relativos en términos monetarios o en términos de horas de trabajo son equivalentes. Sin embargo, los precios en horas de trabajo son resultado del proceso productivo, en cambio los precios monetarios están regidos por la emisión de dinero, dado el ingreso en términos de una mercancía cualquiera y la velocidad de circulación del dinero.

Ahora bien, he preferido tomar una mercancía patrón y por tanto expresar el nivel de precios monetarios en términos del precio monetario de esta mercancía y no trabajar con índices de precios, ya que de esta manera se conoce el precio monetario de la mercancía patrón, y se pueden determinar todos los demás precios monetarios, conocidos los precios en horas de trabajo. En efecto, precios relativos monetarios están regidos por los precios relativos en horas de trabajo y esto aunque no se da en mercados intervenidos, se da en una economía monetaria pura con información completa.

Por otro lado, la diferencia entre una economía planificada y una economía de mercado típica se puede decir que está en el hecho que la primera va del futuro al presente y la segunda del presente al futuro. En efecto, el funcionamiento del mercado y las señales que emite inducen, si es que no determinan, las decisiones y van construyendo el futuro; en el otro caso, es un proyecto social que solicita decisiones que lo hagan posible. En este sentido aparecerán las limitaciones de teorías que sólo tienen vigencia en un mundo estático o las que se basan en expectativas de un futuro condicionado al presente. También aparecen las mejores posibilidades de construcciones teóricas como la monetarista, que admite una formación de precios y definición de cantidades en el mercado de una manera más adecuada, a nuestro juicio.

Finalmente, esto no invalida el valor o la utilidad predictiva de la teoría neoclásica en su conjunto; tanto en mercados perfectos como imperfectos. Pero, la predicción no reemplaza al proyecto, aunque influye reforzando los hechos o experiencias, en la racionalidad empresarial y en la conformación de los objetivos.

La planificación es, tal como la ha definido J. Kornai (1970) un *proceso* de avance del conocimiento y de las posibilidades de intersección en la economía y del ajuste de los objetivos a las posibilidades reales. Los modelos que hemos discutido, quieren caminar en esa dirección.

BIBLIOGRAFIA

CHENERY, H.B. y P.G., Clark.
1963 *Economía Interindustrial. Input-Output y Programación Lineal*. F.C.E. México.

CHOSSUDOSKY, M.
1974 *Análisis Input-Output*. Serie de Ensayos Teóricos. Publicaciones CISEPA, Setiembre.

DORFMAN, R.; P. Samuelson & R. Solow
1958 *Linear Programming and Economic Analysis*. New York, Mc Graw Hill.

KORNAI, J.
1970 "A General Descriptive Model of Planning Process. *Economics of Planning*. Vol. 10, Nº1-2.

LANGE, O.
1973 *Teoría de la Reproducción y de la Acumulación*. Segunda edición española. Editorial Ariel.

LEONTIEF, W.
1975 *Análisis Input-Output*. Segunda Edición española. Editorial Ariel.