VOLUMEN XIX Nº 37-38 JULIO-DICIEMBRE 1996

ECONOMIA

INDICE

ECONOMIA. Vol. XIX Nº 37-38 Julio-Diciembre 1996

MEJORAS EN EL STATUS DE LA MUJER Y SU IMPACTO SOBRE EL BIENESTAR DE LOS NIÑOS: UN ENFOQUE MICROECONOMICO[1]

Tatiana Velazco[2]

INTRODUCCION

Este trabajo es un intento de formalizar en un modelo microeconómico el impacto de cambios en el status de la mujer madre de familia (poder de negociación, acceso al mercado laboral, educación, etc.) sobre el bienestar de los menores. Las variables relacionadas y que nos permiten aproximar el bienestar de los menores son la cantidad y la "calidad" de los niños. Estamos entendiendo por "calidad" el capital humano adquirido por los menores, es decir, los niveles de nutrición, salud, educación, etc. alcanzados. Es necesario resaltar que existe un trade-off entre cantidad y "calidad" de los menores.

La primera sección contiene un breve resumen de la literatura económica relevante para el tema[3]. En este punto se discute la forma en que son tomadas las decisiones en la unidad familiar, las características de la tecno-

---

1 Este trabajo se basa en la Tesis de Maestría de la autora.

2 Master en Economía por la Pontificia Universidad Católica de Rio de Janeiro - Brasil

3 En la bibliografía se puede encontrar una amplia compilación de articulos de interés.

logía doméstica relevantes para el problema y la forma en que la familia asigna el tiempo de sus miembros. Finalmente se discute la interacción entre cantidad y "calidad" de los niños, enfatizando la importancia del tiempo de la mujer en la oferta doméstica de cuidados para los menores.

La segunda sección presenta el modelo teórico y discute bajo que condiciones se sustentan el funcionamiento del modelo y sus resultados.

La última sección presenta nuestras conclusiones y su comparación con las que se desprenden de la literatura.

I. RESUMEN DE LA LITERATURA

A. *Sobre el Matrimonio y las Decisiones en la Unidad Doméstica*[4]

El análisis tradicional, el enfoque de la "utilidad doméstica", básicamente modela a la unidad doméstica como si ésta fuera un individuo y deja de lado el proceso de decisión colectivo que tiene lugar en su interior. Adicionalmente, éste enfoque trata a la unidad doméstica como si fuera una "caja negra", las relaciones económicas fuera de la unidad pueden ser caracterizadas, pero nada se ha dicho sobre el proceso de decisión interno y sobre la asignación de recursos entre los miembros de la unidad doméstica. Como era de esperarse en este enfoque, poco se ha discutido sobre la formación o disolución de la unidad doméstica; como un par de preferencias se agregan en una función de utilidad común por el matrimonio (o se desagregan a través del divorcio) es un asunto que todavía falta profundizar.

Las críticas al enfoque tradicional llevaron a poner énfasis sobre el individuo (antes que la familia) como el tomador de decisiones. El aporte de Becker en éste sentido es fundamental. Dentro de la estructura propuesta por Becker (1981) la unidad doméstica consiste de dos miembros y cada miembro es caracterizado por sus preferencias. La decisión de casarse genera una ganancia, la cual es compartida por los miembros de acuerdo a una regla

4 Sobre este punto es importante señalar la postura crítica de Amartya Sen al enfoque económico de la familia. Según Sen la visión Beckeriana considera aspectos importantes del matrimonio y las familias pero dista de ser una teoría general. Para juzgar el bienestar familiar sugiere usar el concepto de "capabilities" (capacidades) y no el de bienes consumidos o utilidad.

predeterminada. La regla depende de la situación del "mercado de matrimonios"; Becker introduce la idea de "caring" (altruismo) al asumir que las preferencias de cada uno de los miembros depende de la función de utilidad del otro. Una consecuencia es el bien conocido teorema de "rotten-kid" por el cual aun si sólo uno de los miembros es altruista en este sentido, todos dentro de la unidad doméstica podrían intentar maximizar el ingreso familiar conjunto.

Becker afirma que el altruismo resuelve el problema de la distribución y asignación dentro de la familia en el caso general. Esta solución enfrenta dos problemas: el primero está relacionado con el problema general de la agregación de las preferencias, si las utilidades individuales difieren, ¿cómo se pueden caracterizar las decisiones colectivas?. Becker evita este problema asumiendo que existe un único bien de consumo agregado que es producido por la unidad doméstica y consumido por todos los miembros; cada individuo simplemente maximiza su participación en el total. El segundo problema se relaciona a la negociación en si misma. La solución dada por el altruismo es completamente particular y Becker introduce una peculiar regla de negociación, a saber, la maximización de la utilidad del miembro altruista.

Esta línea "colectiva" de investigación se ha extendido en varias direcciones; uno de los enfoques es el seguido por Manser y Brown (1980), McElroy, Horney (1981) y otros, el cual descansa sobre conceptos tomados de la teoría de juegos cooperativos. Específicamente el problema de decisión de la unidad doméstica es planteado como un problema de negociación entre dos individuos. Otro enfoque es el propuesto por Chiappori (1989) que enfatiza la eficiencia de los modelos colectivos.

B. Sobre la Producción Doméstica y la Asignación del Tiempo

La teoría Neoclásica tiende a hacer una clara distinción entre la teoría de la producción y la teoría del consumo. De acuerdo a la teoría tradicional, la producción es realizada por firmas que maximizan el beneficio en el mercado, mientras el consumo es del dominio de la unidades domésticas maximizadoras de utilidad. Las firmas venden productos finales (bienes y servicios) a las unidades domésticas a cambio de insumos (trabajo y servicios de capital).

Esta distinción prevaleció hasta mediados de los años 60. Los economistas comenzaron a cuestionar el supuesto que el único objetivo de la firma era maximizar beneficios y sobre todo el que las decisiones de producción eran confinadas al mercado. La "nueva" teoría del consumo argumenta que aun en países desarrollados, la producción doméstica no es menos importante que la producción del mercado. Este enfoque considera bienes y servicios meramente como insumos en un proceso de producción que genera productos que proporcionan utilidad (llamados "commodities", "activities", "characteristics"). Para entender el intercambio entre unidades domésticas y firmas es preciso conocer que factores afectan ésta producción.

El nuevo enfoque amplia la teoría tradicional en dos frentes: (a) reexamina el supuesto de que los bienes y servicios de mercado son fuente directa de utilidad; y, (b) expande el conjunto de restricciones que enfrenta la unidad doméstica. Diferentes economistas han cuestionado el supuesto que la posesión de los bienes de mercado genera de por si utilidad. Lancaster (1966) argumenta que la fuente de utilidad no son los bienes en si mismos, sino sus propiedades ("characteristics"); adicionalmente no existe una relación uno a uno entre bienes y características. Las mismas características pueden ser comunes a varios bienes y cada bien genera más de una característica. La unidad doméstica escoge que bienes le permiten maximizar su bienestar de las deseadas características. La demanda por bienes es una demanda derivada y depende del proceso que transforma bienes en características.

En la visión de Becker (1965) la fuente de utilidad no proviene de los bienes sino de los "commodities"[5]. Cada "commodity" es producido combinando diferentes bienes de mercado. La optimalidad del conjunto de bienes depende tanto de la utilidad que la unidad doméstica deriva de los varios "commodities" como del proceso por el cual los bienes son transformados en "commodities".

Las diferencias entre Lancaster y Becker están centradas en el proceso de producción que convierte insumos del mercado en "characteristics" o "commodities". Estas se centran en el grado de producción conjunta: mientras Lancaster asume perfecta producción conjunta, Becker elimina la posibilidad

5 Un "commodity" no es un artículo comprado en el mercado; él es producido domésticamente a partir de bienes adquiridos en el mercado. Por ejemplo, para producir el "commodity" casa limpia, se necesita adquirir en el mercado artículos de limpieza y combinarlos con el tiempo de la mujer.

de producción conjunta. Mientras el enfoque de las "characteristics" considera los bienes como "insumos públicos", cuyas productividades marginales en la producción de una "characteristic" no es afectada cuando sirve como insumo en la producción de otra "characteristic", el enfoque de Becker deriva mucho de su poder analítico del supuesto que los bienes que sirven como insumos en la producción de un "commodity" no pueden ser utilizados en la producción de otro. La discusión teórica sobre las características de la tecnología doméstica (producción conjunta y retornos a escala), se basa en el artículo de Pollack y Wachter (1975).

La Asignación del Tiempo

El otro punto de discrepancia de Becker con la teoría tradicional está en su definición de insumos relevantes. Siguiendo a Mincer (1963), él argumenta que los insumos que sirven en la producción de "commodities" no se reducen solamente a los bienes y servicios de mercado sino que incluyen el tiempo del consumidor. La expansión del conjunto de insumos lleva a una expansión de las restricciones enfrentadas por la unidad doméstica. Por lo que la unidad doméstica maximiza su bienestar sujeta a dos conjuntos de restricciones: la restricción presupuestaria y la restricción de tiempo. Los miembros de una familia asignan su tiempo de acuerdo con sus ventajas comparativas en la producción de bienes domésticos y de mercado. Las ventajas comparativas son a su vez determinadas por los precios relativos y la eficiencia en la producción de bienes domésticos. Los aportes de Gronau (1973, 1977,1980) son fundamentales sobre este tema.

C. *Sobre la interacción entre cantidad y calidad de los niños y la asignación del tiempo de la mujer*

La familia se comporta como si maximizase una función de utilidad que depende de "commodities" sujeta a su capacidad de producir esos "commodities". Las características de los hijos que proporcionan satisfacción a los padres son "commodities" producidos con tiempo y bienes de acuerdo con la función de producción doméstica. Las características de los hijos que generan utilidad pueden ser agregados en el "commodity" Q, denominado "calidad" de los hijos. Los padres pueden tener un máximo de N hijos. Adicionalmente, los padres también obtienen utilidad de un "commodity" agregado llamado S. En síntesis la función de utilidad de la familia depende de Q, N y S y el nivel de utilidad familiar es limitado por su capacidad de producirlos. Dadas las propiedades de la función de producción la capacidad productiva de la familia es limitada por su oferta de tiempo y bienes a lo largo de la vida.

El precio del tiempo de la mujer tiene un papel central en la asignación de su tiempo entre la casa y el mercado. La asignación de su tiempo entre el número, la calidad de los hijos y otras fuentes de utilidad, S, dependerá de la relación entre los precios de los factores (tiempo y bienes) y los precios sombra de los "commodities".

Para desarrollar este tema nos basamos en los trabajos de Willis (1974), De Tray (1974) y Becker (1981).

II. EL MODELO

En esta sección se presenta el modelo teórico, el cual tiene la virtud de reunir en una sola estructura analítica todos los problemas de decisión de la unidad doméstica discutidos en la literatura.

Debe indicarse que en esta sección nos estaremos refiriendo constantemente a los ejemplos del anexo para ilustrar los resultados obtenidos.

2.1 Consideraciones Teóricas

A. El Concepto de Status[6]

No existe en la sociología una única definición sobre el término status. Los sociólogos lo usan en dos sentidos: para indicar posiciones en una estructura social, por ejemplo, estudiante, niño, mujer, etc. con ciertos derechos y deberes inherentes a tal posición. Este status es *atribuido* por el grupo, sin considerar las aptitudes personales de sus miembros. También lo usan para indicar la posición dentro de una jerarquía. En este sentido, el criterio de status consiste de prestigio ocupacional *adquirido* en el desempeño personal de actividades económicas o profesionales.

6 Para una discusión detallada del término status ver Kerbo, 1991.

Status de la mujer

El concepto de status de la mujer está relacionado tanto a su status atribuido como a su status adquirido (status ocupacional). El primero está relacionado con el status impuesto por la sociedad a la mujer y el segundo tiene que ver con mejoras en el capital humano de la mujer que le permitirá acceder a mejores posiciones dentro de la estructura ocupacional, ganando con esto independencia económica y autonomía personal.

Nosotros vamos a considerar tres indicadores de status de la mujer:

a) El capital humano adquirido.
b) Su participación en el mercado laboral.
c) El poder de negociación de la mujer en la unidad doméstica.

En función del modelo teórico vamos a operacionalizar el término status mediante dos indicadores: el poder de negociación de la mujer en casa, (representado por el parámetro λ) y su participación laboral (salario w).

B. El Impacto de Mejoras en el Status de la Mujer sobre el Bienestar de los Menores

En ésta sección discutiremos básicamente como mejoras en el status de la mujer afectan el bienestar de los menores sin dejar de mencionar sus efectos sobre la fecundidad y la pobreza familiar. Nosotros daremos especial atención a los efectos indirectos de mejoras en el status que operan a través de cambios en la asignación del tiempo de la mujer.

Mejoras en el status de la mujer

Las mejoras en el status de la mujer pueden deberse tanto a mejoras en su status atribuido como a mejoras en el status adquirido (status ocupacional).

Nosotros vamos a analizar tres factores de mejoras en el status de la mujer:

a) Aumento de su capital humano.
b) Mayor participación en el mercado laboral debido a una disminución de las barreras culturales, religiosas o económicas que obstaculizaban su participación.

c) Aumento en el poder de negociación de la mujer en la unidad doméstica.

Discutiremos como cada factor afecta directamente el bienestar de los niños, la pobreza familiar y la fecundidad; y como los afecta indirectamente a través de cambios en la asignación del tiempo de la mujer.

a) Un incremento del capital humano de la mujer va a que significar que ella puede alcanzar un mayor nivel educacional. Esto va a tener un impacto directo positivo sobre la calidad de los menores. Pues mayor educación va a implicar un mayor conocimiento y puesta en práctica de nociones de cuidado de la salud y nutrición de los niños, como el amamantamiento, terapias de rehidratación oral caseras, cumplimiento del programa de inmunización de los menores, etc. Además de esto, un mayor nivel educacional de la madre va a contribuir al desarrollo de las habilidades intelectuales de su hijo, tanto estimulando su desarrollo cognitivo en los primeros años como orientando sus labores escolares posteriormente. En síntesis, la mejora del capital humano de la mujer tendría un efecto directo positivo sobre la calidad[7] de los menores. Si mantenemos la asignación del tiempo de la mujer constante, éstas mejoras en su status podrían resultar en un aumento de su productividad tanto en casa como en el trabajo. Por otro lado, mayores niveles educacionales significan mayores salarios y mejores oportunidades de empleo. El impacto de esto sobre la asignación del tiempo de la mujer va a depender si las ganancias en productividad son mayores en casa o en el trabajo. Lo que se esperaría es una creciente participación de la mujer en el mercado laboral.

El efecto de un aumento en la educación sobre la fecundidad es intermediado por el mercado de trabajo, pues la actividad de cuidar de los hijos es muy intensiva en tiempo y competitiva con las actividades extradomésticas, llevando a una menor fecundidad.

b) La erradicación de las restricciones culturales, religiosas y económicas al acceso de la mujer al mercado laboral significarían una mejora en su status.

7 La cantidad y calidad de recursos destinados a los menores van a afectar su desarrollo físico, cognitivo, emocional y social. El resultado de ese proceso de desarrollo del menor se puede medir via una variable llamada calidad del niño. Cuanto mejor sea la calidad se espera que el niño presente mejores niveles de nutrición, salud, educación, etc., en pocas palabras se esperaría que el niño presente un mayor nivel de capital humano.

Si mantenemos la asignación del tiempo de la mujer constante esto podría traducirse en mejores condiciones laborales y un mayor salario, lo cual contribuiría a reducir la pobreza y afectaría positivamente la calidad de los niños, pues estos podrían acceder a una mayor cantidad y calidad de bienes y servicios necesarios para su desarrollo.

Es probable que el efecto de este mayor status sobre la asignación del tiempo de la mujer signifique un incremento de su participación en el mercado laboral. El impacto del empleo materno sobre el bienestar de los niños depende de como este afecte la calidad y cantidad de los recursos disponibles para los menores. Por un lado el trabajo materno puede reducir la cantidad de tiempo que ella dedica a los menores, afectando negativamente su desarrollo, en la medida que la calidad de los cuidados alternativos[8] comparándolos con los de la madre dejen mucho que desear. Por otro lado, el empleo de la madre contribuye al ingreso familiar y puede proveer a los niños de más bienes y servicios. En neto podría esperarse que la mayor participación laboral de la mujer reduzca la pobreza hoy pero tiene potenciales efectos negativos sobre el desarrollo de los menores, afectando la adquisición de capital humano de la futura fuerza de trabajo e implicando mayor pobreza mañana.

En el largo plazo, el empleo femenino puede llevar a que las mujeres tengan un menor número de hijos y los nacimientos sean más espaciados, pues una participación intermitente en el mercado laboral puede tener impactos negativos no sólo sobre su salario sino también sobre su capacidad de reingresar al mercado laboral.

Finalmente, la mayor participación laboral de la mujer va a tener efectos sobre las relaciones de la pareja, pues existe un crecimiento de la independencia de la mujer, mayor control sobre los recursos y mayor poder de decisión dentro de la familia.

c) Mejoras en el status de la mujer podrían darse con un aumento en el poder de negociación de la mujer en las decisiones de la unidad doméstica. El impacto de este incremento en el poder de negociación va a ser una función

8 Nos referimos tanto a los servicios públicos de apoyo al cuidado y desarrollo infantil como a los cuidados de los parientes.

de las diferencias de las preferencias de los esposos. Si por acaso, la esposa tiene preferencias más fuertes que el esposo por la calidad de los menores, entonces el aumento podría llevar a mejoras en la calidad de los niños.

2.2 El Problema de Decisión de la Unidad Doméstica

En ésta parte vamos a desarrollar un modelo teórico para investigar la naturaleza del proceso de decisión de la unidad doméstica, con especial énfasis sobre la asignación del tiempo de la mujer y la demanda por cantidad y calidad de niños.

La unidad doméstica puede ser vista como una entidad productiva y de consumo que toma decisiones sobre la asignación del tiempo de sus miembros (en particular el tiempo de la mujer), los recursos disponibles y también sobre la calidad y cantidad de los niños.

El tiempo de la mujer ha sido dividido entre actividades en el mercado laboral, cuidado de niños y otras actividades domésticas[9] incluyendo ocio. La asignación del tiempo de la mujer podría depender no solamente de sus preferencias, sino también de las preferencias de su esposo. Cuando las preferencias de la pareja difieren, la asignación del tiempo de la mujer podría depender de su poder de negociación en el proceso de decisión.

Nosotros podemos investigar no solamente como la unidad doméstica asigna el tiempo de la mujer y como ellos escogen la cantidad y calidad de los menores, sino también como éstas decisiones son afectadas por cambios en el status de la mujer. Estos cambios en el status de la mujer pueden afectar las decisiones de la unidad doméstica vía un número de caminos. Nosotros investigaremos tres: a) mejoras en el poder de negociación de la mujer; b) mejores oportunidades de trabajo para la mujer (mayor salario) y c) un aumento en el ingreso que no proviene del trabajo.

Vamos a plantear una estructura analítica en la cual consideraremos un modelo de decisión de la unidad doméstica donde el bienestar es maximizado.

---

9 Se puede hablar de la eficiencia relativa del trabajo doméstico, en el sentido que domésticamente se realizan varias actividades que pierden en eficiencia frente a los servicios especializados ofrecidos fuera del hogar.

La estructura es similar a la de Willis (1974), Becker y Lewis (1974) y De Tray (1974). Lo novedoso es que la función de utilidad es un promedio ponderado de las funciones de los esposos de tal manera que los pesos reflejan el poder de negociación del hombre y de la mujer en el proceso de decisión. Cuando se dan cambios en el status de la mujer, estos pesos cambian y con ellos las decisiones de la unidad doméstica.

La Función Objetivo y el Poder de Negociación de la Mujer

Asumiremos que el proceso de decisión toma lugar en una familia nuclear, es decir, la familia consiste del esposo, la esposa y sus hijos. La familia maximiza una función de utilidad U, la cual es un promedio ponderado de la función de utilidad de la esposa U_1 y la función de utilidad del esposo, U_2. Las ponderaciones expresan el poder de negociación de la esposa λ, y el poder de negociación del esposo, $1-\lambda$. Cuando se dan cambios en el status de la mujer, estos pesos cambian, y con ellos las decisiones de la unidad doméstica. Esto es,

$$U = \lambda.U_1 + (1-\lambda).U_2 \quad , \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \qquad \text{(I)}$$

La elección de ésta función objetivo no es arbitraria, como Chiappori (1992), Manser y Brown (1980) y otros han demostrado, el proceso de decisión de la unidad doméstica puede ser modelado como un juego cooperativo, la familia decide maximizando el promedio ponderado[10] descrito por la expresión (I).

Las funciones de utilidad de los esposos son asumidas como débilmente aditivas[11], este supuesto tiene dos ventajas: primero, nos permitirá analizar la decisión de consumo entre los esposos independientemente del análisis del trade-off entre calidad y cantidad de los niños; y segundo, la teoría económica ya ha estudiado las propiedades de éstas funciones lo que nos garantiza el

10 Ver Kooreman y Kapteyn (1990)

11 Dada una función F particionada en dos subconjuntos, $y = F[f(x_{11}, x_{12}), g(x_{21}, x_{22})]$, la función es débilmente aditiva si para $i \in f$ y $j \in g$ se cumple: $\frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \quad (i \neq j)$

conocimiento previo de resultados importantes. La desventaja es que con este supuesto nos estamos alejando del caso general. Las funciones de utilidad de los esposos pueden ser escritas así,

$$U_i(n, q, l, c_1, c_2) = A_i(n, q) + B_i(c_1, c_2) + D_i(l) \quad , \quad i = 1,2$$

Donde i = 1 se refiere a la esposa e i = 2 se refiere al esposo.

Ambos esposos reciben utilidad de cinco variables: i) el número de hijos que ellos tienen, n; ii) la "calidad" de sus hijos, q, implícitamente se está asumiendo que la calidad, es la misma para cada niño; iii) la cantidad de tiempo que la esposa gasta en la producción doméstica (excluyendo el tiempo con los niños), l; iv) su propio consumo y el de la pareja. En otras palabras, ambas U_1 y U_2 son funciones de n, q, l, c_1 y c_2.

La función $D_2 = D(l)$ y $D_1(l) = d.D(l)$, $d< 0$, $|d| < 1$, el parámetro d, sirve para indicar que aumentos en el tiempo dedicado a las actividades domésticas tiene un efecto negativo sobre la utilidad de la mujer.

Adicionalmente estamos suponiendo que la mujer valoriza la calidad de los menores más que el esposo y el valor de la calidad relativo a la cantidad de los hijos es mayor para la esposa que para el esposo. Este supuesto está relacionado con los parámetros de las funciones de utilidad de los esposos. Para ilustrarlo vamos a recurrir a los ejemplos del anexo. La función objetivo de los ejemplos puede ser escrita de la siguiente forma:

$$U_1 = a\varphi(n) + b\Phi(q) + d\delta\Psi(l) + \Gamma(c_1), \; d < 0, \; \delta > 0$$

$$U_2 = \varphi(n) + \Phi(q) + d\delta\Psi(l) + \Gamma(c_2)$$

Donde el cumplimiento del supuesto implica que $b > 1$ y $a < b$.

La Restricción Presupuestaria de la Familia

Hay tres fuentes de ingreso en cada familia: los ingresos que no dependen del trabajo, los ingresos del trabajo del esposo y los ingresos del trabajo de la esposa[12]. Se asume que la oferta laboral del esposo es dada (él

12 Estamos suponiendo que sólo los padres trabajan.

divide su tiempo exclusivamente entre trabajo y ocio). Consecuentemente, sus ingresos del trabajo no pueden ser afectados por una decisión de la unidad doméstica. Usamos la letra I para denotar la suma de los ingresos que no provienen del trabajo más el ingreso del trabajo del esposo. La familia escoge la oferta de trabajo de la esposa, h. Denotamos el salario de la esposa por w, el ingreso total de la familia Y, viene a ser:

$$Y = I + wh$$

Por el lado del consumo, la familia tiene tres tipos de gastos: a) el consumo del esposo, c_2; b) el consumo de la esposa, c_1; y c) los gastos usados para mejorar la calidad de los menores, g. Así, la restricción presupuestaria de la familia es dada por:

$$I + wh \geq c_1 + c_2 + g$$

La Asignación del Tiempo de la Esposa

La familia puede dividir el tiempo total de la esposa en tres actividades. Una fracción h puede ser asignada a las actividades del mercado de trabajo; una fracción t puede ser usada para mejorar la calidad de los hijos y una fracción l puede ser usada para actividades domésticas y ocio. Así tenemos,

$$h + t + l \leq 1$$

El tiempo total de la mujer está siendo normalizado a 1, para facilitar los cálculos.

La Tecnología de Producción de "servicios para niños"

La función de producción puede ser caracterizada por dos condiciones:

a) $f(t, g) = J(n, q)$

La tecnología nos dice que con la función f(t, g), donde t es tiempo y g es gasto en los menores, se está produciendo simultáneamente q y n. Este supuesto nos permitirá estudiar la decisión respecto del número y la cantidad de los niños independientemente de las otras decisiones de la unidad doméstica. La función J(.) es convexa.

Nótese que cuando consideramos f(t, g) = J(n, q) estamos con un problema de producción conjunta, con t y g se está produciendo n y q simultáneamente. Para resolver esto incluiremos la variable z (servicios para niños), de tal forma que la unidad doméstica (U.D.) produce z y después decide como asignar z entre n y q. La tecnología va a ser reescrita como f(t, g) = z = J(n, q).

b) La función f(t, g) es linealmente homogénea

Podemos escribir el problema de la minimización del costo de producir z como N(z, w) = min {wt + g: f(t, g) = z}, donde w es el precio del tiempo dedicado al cuidado de los niños y g es el gasto en los menores.

La linealidad de f(.) y la ausencia de producción conjunta nos van a garantizar que el precio implícito del "commodity" z, $\pi(z,w) = \frac{\partial N(z,w)}{\partial z}$,sea independiente de z, es decir $\pi(z, w) = \pi(w)$, de tal forma que la función de demanda del "commodity" no dependa de z y exhiba todas las propiedades de la teoría tradicional de la demanda.

El Problema de la Unidad Doméstica

El problema de la U.D. puede ser escrito de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Max. } \{\ & \lambda(A_1(.) + B_1(.) + D_1(.)) + (1-\lambda)(A_2(.) + B_2(.) + \\ & D_2(.)): f(t, g) = J(n, q) = z \\ & t + l + h = 1 \qquad (1) \\ & I + wh = g + c_1 + c_2\ \} \end{aligned}$$

Las variables endógenas son: n, q, l, h, t, c_1, $c_{2,}$ g. Las variables exógenas son: w, I. Los parámetros son λ y d.

Los Sub-Problemas y el Problema Básico

Este problema lo vamos a resolver descomponiéndolo en tres subproblemas y un problema básico. La descomposición del problema en subproblemas es útil por tres razones:

a) Permite analizar las decisiones de la U.D. respecto de cada subproblema independientemente de los otros, por ejemplo la división del consumo entre esposos se analiza separadamente de la asignación de z entre n y q.

b) Reduce el número de variables. En el problema (1) tenemos 8 variables a determinar y en el problema básico tendremos 3 variables.

c) La reducción de variables ayuda a llegar a una única restricción linear lo que nos permitirá usar todo lo que sabemos de la teoría del consumidor.

Los subproblemas y problema básico son:

s1) La interacción entre cantidad y calidad de niños

$$S(z, \lambda) = \max \{\lambda A_1 (.) + (1-\lambda)A_2 (.): J(n, q) = z\}$$

s2) El consumo de los esposos

$$M(c, \lambda) = \max \{\lambda B_1 (.) + (1-\lambda)B_2 (.): c_1 + c_2 = c \}$$

s3) El costo de "servicios de niños"

$$N(z, w) = \min \{ wt + g: f (t, g) = z \}$$

s4) Problema básico

$$\max \{ S(.) + M(.) + D^*(l): G(z, w) + rc = I + wh; T(z, w) + l + h = 1 \}$$

donde: $D^*(l) = \lambda D_1(l) + (1-\lambda)D_2(l)$ es una función cóncava.

Los subproblemas s1) y s2) se justifican por la aditividad de la función de utilidad de la unidad doméstica lo que permite escribir el problema en subproblemas.

En el subproblema s1) la familia decide como asignar z entre el número y la calidad de los niños, dada su frontera de posibilidades de producción.

En el subproblema s2) estamos agregando c_1 y c_2 en un único bien llamado c, esto lo hacemos por que los precios relativos de c_1 y c_2 son asumidos constantes lo que nos permite usar el teorema del bien compuesto.

Una vez que z y c son escogidos en el problema básico podemos obtener (n, q) y (c_1, c_2) en cada subproblema, solamente con base en los parámetros de la función de utilidad y la función de producción, éste paso es afectado por el status de la mujer ya que cambios en él afectan a la tecnología y las preferencias.

Las funciones S(.) y M(.) son funciones cóncavas en z y c, respectivamente. El siguiente teorema nos garantiza ese resultado:

Teorema 1

Sean f: $\Re^2 \rightarrow \Re$, *una función cóncava, g:* $\Re^2 \rightarrow \Re$ *una función convexa e* $y \in \Re_+$ *entonces V(y) es una función cóncava en y; donde* $V(y) = max\{f(x_1, x_2): g(x_1, x_2) \leq y\}$

El teorema ya no se cumple si exigimos la cuasiconvexidad de g(.), lo cual es una condición más restrictiva sobre ésta función. Esto es fácil de verificar con un contraejemplo[13].

Aplicamos el teorema 1 a los subproblemas s1) y s2) sin complicaciones, ya que ambas funciones objetivo son cóncavas, la función J(n, q) fue asumida convexa y la linealidad de la restricción de s2) no es problema pues sabemos que una recta es una función tanto cóncava como convexa (Alpha Chiang, 1987, p. 370).

El subproblema s3) muestra el cálculo de la función de costo del "commodity" z. El supuesto sobre la homogeneidad de f(.) es crucial para garantizar que el precio implícito de z sólo depende de los precios de los bienes usados en su producción y por lo tanto la función de demanda de z no dependa de z. (Pollack y Wachter, 1975)

Sean G(z, w) y T(z, w) las soluciones del problema de minimización del costo de z. Entonces la función de costos es: N(z, w) = G(z, w) + wT(z, w) y por la homogeneidad de f(.) puede ser escrita como: N(z, w) = z [G(w)

13 Tomemos la función $h(x_1, x_2) = x_1x_2$, la cual es cuasicóncava (ésta función no es cóncava ni convexa). Gracias al teorema que nos garantiza que si h(.) es cuasicóncava entonces -h(.) es cuasiconvexa (Alpha Chiang, 1987, p. 398) tenemos que $g(.)= -h(.) = - x_1x_2$ es cuasiconvexa. Vamos a suponer que la función objetivo es una Cobb-Douglas simétrica $f(x_1, x_2) = (x_1x_2)^{1/2}$, con estos datos podemos escribir el problema como $V(y) = max\{(x_1x_2)^{1/2} : - x_1x_2 = y\}$. La resolución lleva a inconsistencias con lo que queda demostrada la imposibilidad de que la función g(.) sea cuasiconvexa.

+ wT(w)], ésta función puede ser reescrita como: N(z, w) = z P(w)[14], donde P(w) = G(w) + wT(w).

El problema básico s4) resulta de reescribir el problema (1) incorporando los tres subproblemas. La función objetivo es una función cóncava, ya que es la suma de tres funciones cóncavas, S(.), M(.) y D*(.).

La Decisión de Trabajar de la Mujer

La decisión de trabajar de la mujer dependerá de la comparación de su salario de reserva, W*, con el salario de mercado, w. Si su salario de reserva es mayor que el salario de mercado ella decidirá no trabajar, si su salario de mercado es mayor que el de reserva ella trabajará.

A continuación presentaremos el cálculo del salario de reserva para nuestro modelo. El salario de reserva se obtiene de la siguiente maximización:

$$\max_{z,\, c,\, l,\, h,\, t,\, g}. \{ S(z) + M(c) + D^*(l): z = f(t, g); c + g = wh + I; h + t + l = 1\}$$

Reescribiendo de manera irrestricta el problema de maximización, obtenemos

$$\max. S[f(t, g)] + M(wh + I - g) + D^*(1\text{-}h\text{-}t)$$

Llamando S[f(t, g)] + M(wh + I - g) + D*(1-h-t) = A(t, g, h) tenemos,

$$\max_{t,\, g,\, h} A(t, g, h)$$

$$A_g = S'[f(t, g)].f_g - M'(wh + I - g) = 0$$
$$A_t = S'[f(t, g)].f_t - D'(1 - h - t) = 0$$

El paso anterior nos permite calcular los valores óptimos de t y g como función de h, t*(h) y g*(h) respectivamente. A continuación vamos a determinar cual será la derivada de la función A(t, g, h) respecto de h, evaluada en h = 0, es decir cuando la mujer no está trabajando.

14 La función de costos de z, N(z, w) = z.P(w) tiene la propiedad de ser cóncava en los precios, esto quiere decir que la elasticidad de P(w) respecto de w, α, es menor que la unidad.

$$(dA/dh)_{h=0} = A_t \frac{\partial t^*(0)}{\partial h} + A_g \frac{\partial g^*(0)}{\partial h} + A_h \gtrless 0,\ A_i = \partial A/\partial i,\ i = t, h, g$$

Como $A_t = A_g = 0$, entonces $A_h = wM'(I - g^*(0)) - D'(1 - t^*(0)) \gtrless 0$

$$\Rightarrow w \gtrless \frac{D'(1 - t^*(0))}{M'(I - g^*(0))} = \frac{f_t((t^*(0), g^*(0))}{f_g(t^*(0), g^*(0))}$$

Donde $W^* = \frac{D'(1 - t^*(0))}{M'(I - g^*(0))} = \frac{f_t((t^*(0), g^*(0))}{f_g(t^*(0), g^*(0))}$ es el salario de reserva. Es fácil probar que $\frac{D'(.)}{M'(.)} = \frac{f_t(.)}{f_g(.)}$ esto se obtiene a partir del sistema $A_t = 0$ y $A_g = 0$.

Volviendo al problema básico, si asumimos que la mujer trabaja $h > 0$[15]; es decir, $w > W^*$, las dos restricciones, presupuestaria y de tiempo, se pueden unificar.

En este caso la restricción sería:

$$G(z, w) + wT(z, w) + rC + w\,l = I + w = Y$$ [16] ó

$$zP(w) + rC + w\,l = I + w = Y$$

Con estos nuevos elementos el problema básico puede ser escrito como un clásico problema del consumidor sólo que con tres bienes cuyos precios son $P(w)$, r[17] y w.

---

15 Si la mujer no trabaja, tenemos un insumo (tiempo de la mujer) que no es comercializado y por tanto no tiene un precio de mercado. Pollack y Wachter (1975) no dicen nada al respecto de como resolver este problema.

16 Y = I + w es el ingreso total ("full income") obtenible por la unidad doméstica si la esposa dedica todo su tiempo al mercado laboral.

17 En nuestro problema estamos asumiendo que la variable de consumo de los esposos, c, tiene precio r=1.

$$\underset{z,\, c,\, l}{\text{Max.}} \{ S(.) + M(.) + D^*(l): z.P(w) + w\, l + c = I + w \}$$

Nótese que la función objetivo es fuertemente aditiva, lo cual impone los siguientes resultados:

a) Todos los bienes son normales

b) Los efectos sustitución netos son positivos

c) La ecuación de Slutzky puede expresarse en términos de las elasticidades ingreso.

Las funciones de demanda derivadas de este problema son:

$$Z = Z(w, P(w), r, Y(w))$$

$$C = C(w, P(w), r, Y(w))$$

$$L = L(w, P(w), r, Y(w))$$

Efectos de cambios en el salario, en el ingreso y en el poder de negociación sobre las variables del Problema Básico

Nosotros estamos interesados en determinar los efectos de cambios en el salario, w, en el ingreso, I, y en el poder de negociación, λ, sobre Z, L y C.

Cambios en el salario (w)

Como se puede apreciar el salario está determinando el precio de dos bienes, L y Z y es parte también del ingreso total, Y. Esta peculiaridad nos obliga a calcular las derivadas totales de Z, C y L respecto de w.

$$\frac{dZ}{dw} = \frac{\partial Z}{\partial w} + \frac{\partial Z}{\partial P} . \frac{\partial P}{\partial w} + \frac{\partial Z}{\partial Y}$$

$$\frac{dC}{dw} = \frac{\partial C}{\partial w} + \frac{\partial C}{\partial P} . \frac{\partial P}{\partial w} + \frac{\partial C}{\partial Y}$$

$$\frac{dL}{dw} = \frac{\partial L}{\partial w} + \frac{\partial L}{\partial P}.\frac{\partial P}{\partial w} + \frac{\partial L}{\partial Y}$$

Proposición 1.- Las derivadas totales respecto del salario tienen los siguientes signos:

$$\frac{dZ}{dw} \gtrless 0, \frac{dL}{dw} \gtrless 0, \frac{dC}{dw} > 0$$

Demostración.- Las derivadas totales pueden ser reescritas en función de las ecuaciones de Slutzky:s

a) $$\frac{dZ}{dw} = (\left.\frac{\partial Z}{\partial P}\right|_{\bar{\mu}})\varphi + \left.\frac{\partial Z}{\partial w}\right|_{\bar{\mu}} - \frac{\partial Z}{\partial Y}.\frac{1}{w}(wL + \alpha PZ - w)$$ [18], $\partial P/\partial w = \varphi$,

b) $$\frac{dL}{dw} = (\left.\frac{\partial L}{\partial P}\right|_{\bar{\mu}})\varphi + \left.\frac{\partial L}{\partial w}\right|_{\bar{\mu}} - \frac{\partial L}{\partial Y}.\frac{1}{w}(wL + \alpha PZ - w)$$

c) $$\frac{dC}{dw} = (\left.\frac{\partial C}{\partial P}\right|_{\bar{\mu}})\varphi + \left.\frac{\partial C}{\partial w}\right|_{\bar{\mu}} - \frac{\partial C}{\partial Y}.\frac{1}{w}(wL + \alpha ZP - w)$$

La separabilidad de la función de utilidad nos garantiza que los bienes son sustitutos netos, esto es $\left.\frac{\partial Z}{\partial w}\right|_{\bar{\mu}} > 0$, $\left.\frac{\partial L}{\partial P}\right|_{\bar{\mu}} > 0$, $\left.\frac{\partial C}{\partial P}\right|_{\bar{\mu}} > 0$ y además que son normales, esto es $\partial X/\partial Y > 0$, $X = Z, L, C$. Adicionalmente sabemos que $\left.\frac{\partial Z}{\partial w}\right|_{\bar{\mu}} < 0$, *y* $\left.\frac{\partial L}{\partial w}\right|_{\bar{\mu}} < 0$.

18 Es fácil probar que la expresión $(wL+\alpha PZ-w)$ es negativa. De la restricción presupuestaria $rC+wL+ZP = I + w$ se sigue que si $rC > I$ implica que $wL+ZP < w$, desde que estamos analizando una familia trabajadora. Dado que $\alpha < 1$, es claro que $wL+\alpha PZ-w < 0$.

Con estos resultados intentaremos determinar los signos de cada una de las derivadas totales.

$$\frac{dZ}{dw} = \left(\frac{\partial Z}{\partial P}\bigg|_{\bar{\mu}}\right)\varphi - \frac{\partial Z}{\partial Y}.\frac{1}{w}(wL + \alpha PZ - w) + \frac{\partial Z}{\partial w}\bigg|_{\bar{\mu}}$$

a) Primero, analizaremos cual es el signo de la suma de los efectos sustitución, $\left(\frac{\partial Z}{\partial P}\bigg|_{\bar{\mu}}\right)\varphi + \frac{\partial Z}{\partial w}\bigg|_{\bar{\mu}}$

Gracias a la separabilidad de la función objetivo los efectos sustitución pueden ser escritos en función de las elasticidades ingreso, así tenemos que,

$\frac{\partial Z}{\partial w}\bigg|_{\bar{\mu}} + \varphi\left(\frac{\partial Z}{\partial P}\bigg|_{\bar{\mu}}\right) = \phi\frac{\partial Z}{\partial Y}\left[\frac{\partial L}{\partial Y} - \alpha\left(\frac{1}{w} - \frac{P}{w}.\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)\right]$ donde $\phi>0$, $\phi=\rho/(\partial\rho/\partial Y)$ y ρ es la utilidad marginal del ingreso en el problema básico. Debe recordarse que α ya fue definida como la elasticidad de P(w) respecto del salario y es menor que 1. Para establecer el signo de la expresión recurrimos a la restricción presupuestaria, la cual fue derivada respecto del ingreso obteniéndose la relación que nos interesa, $\frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{1}{w} - \frac{P}{w}.\frac{\partial Z}{\partial Y} - \frac{1}{w}.\frac{\partial C}{\partial Y}$ (2)

Con ayuda de la ecuación (2) es fácil verificar que la suma de los efectos sustitución será negativa si $\alpha > 1$ y será indeterminada si $\alpha < 1$. Dado que $\alpha < 1$ tendremos un signo indeterminado. Con este resultado la derivada total podrá ser positiva o negativa.

b) La segunda derivada total es:

$$\frac{dL}{dw} = \left(\frac{\partial L}{\partial P}\bigg|_{\bar{\mu}}\right)\varphi + \frac{\partial L}{\partial w}\bigg|_{\bar{\mu}} - \frac{\partial L}{\partial Y}.\frac{1}{w}(wL + \alpha PZ - w)$$

Vamos a determinar el signo de los efectos sustitución, que pueden ser reescritos como:

$$\partial L/\partial w\,|_{\bar{\mu}} + (\partial P/\partial w)(\partial L/\partial P)\,|_{\bar{\mu}} = \phi\frac{\partial L}{\partial y}[\frac{\partial L}{\partial y} - (\frac{1}{w} - \alpha\frac{P}{w}.\frac{\partial Z}{\partial y})] < 0$$

En este caso, con la ayuda de la ecuación (2) y conociendo que $\alpha <$ 1, es fácil probar que la suma de los efectos sustitución es negativa. Aún con el conocimiento de estos resultados no es posible determinar el signo de la derivada total de L respecto del salario.

c) La derivada total del consumo respecto del salario es positiva, pues los efectos sustitución ($\left.\frac{\partial C}{\partial P}\right|_{\bar{\mu}}, \left.\frac{\partial C}{\partial w}\right|_{\bar{\mu}}$) son positivos y el tercer término es positivo.

$$\frac{dC}{dw} = (\left.\frac{\partial C}{\partial P}\right|_{\bar{\mu}})\varphi + \left.\frac{\partial C}{\partial w}\right|_{\bar{\mu}} - \frac{\partial C}{\partial Y}.\frac{1}{w}(wL + \alpha ZP - w) > 0$$

Nosotros estamos interesados en establecer condiciones suficientes que permitan garantizar que las derivadas totales tengan los siguientes signos:

$\frac{dZ}{dw} < 0$ un aumento en el salario debe reducir la producción de Z, es decir, la producción de "servicios para niños" debe decrecer con un aumento del salario de la mujer.

$\frac{dC}{dw} > 0$ un mayor ingreso salarial de la mujer debe aumentar el consumo de los esposos.

$\frac{dL}{dw} < 0$ un aumento en el salario desincentivará el trabajo doméstico de la mujer y la motivará a trabajar fuera de casa.

Proposición 2.- Si la función M(c) es cuasilineal (en el caso extremo M(.) sería lineal en C) respecto de S(Z) y D(L) entonces podemos garantizar que dZ/dw >0, dL/dw <0, dC/dw >0

Demostración.

Para poder determinar el signo de dZ/dw y dL/dw, vamos a reescribir las derivadas totales pensando ahora en las curvaturas de las funciones de utilidad. $\frac{dL}{dw} = \frac{\partial L}{\partial Y}[R(L) + R(Z)\varphi - L - Z\varphi + 1] - \frac{R(L)}{w}$

$$\frac{dC}{dw} = \frac{\partial C}{\partial Y}[R(L) + R(Z).\varphi - \frac{1}{w}(wL + \alpha PZ - w)]$$ [19]

Donde: $R(Z) = - S_z / S_{zz}$, $R(L) = - D^*_l / D^*_{ll}$, $R(C) = - M_c / M_{cc}$

$R(X) > 0$, $X = Z$, C y L. R(X) es la inversa del coeficiente absoluto de aversión al riesgo, $A(X) = - U''(X)/ U'(X)$, el cual es una medida de la curvatura de la función de utilidad.

Si suponemos que la función M(.) tiene una curvatura muy pequeña (en el caso extremo M(.) sería lineal en C) en relación a D*(.) y S(.), R(C) va a tener un valor muy alto relativamente a R(Z) y R(L), de tal forma que $\partial L/\partial Y$ y $\partial Z/\partial Y$ se aproximen a cero y $\partial C/\partial Y$ sea mayor que cero[20]. En los ejemplos del anexo se puede ver claramente como funciona este supuesto.

Intuitivamente podemos pensar que si la utilidad marginal del consumo, C, es constante y las de Z y L son positivas pero decrecientes, el individuo va a preferir asignar cualquier ingreso adicional a aumentar exclusivamente el consumo de C.

Con estos supuestos obtenemos los signos deseados de las derivadas respecto del salario. A estos resultados los llamaremos de (P2).

19 Desde que la expresión (wL+aPZ-w) es negativa, la expresión entre corchetes es positiva.

20 Las derivadas de Z, L y C respecto del ingreso en función de las inversas de las curvaturas son:

$\partial Z/\partial Y = R(Z)/(wR(L)+PR(Z)+R(C))$

$\partial L/\partial Y = R(L)/(wR(L)+PR(Z)+R(C))$

$\partial C/\partial Y = R(C)/(wR(L)+PR(Z)+R(C))$

Cambios en el ingreso (I)

Proposición 3.- Un aumento en el ingreso I, va a tener un efecto positivo sobre el consumo de los tres bienes.

Demostración.-

Recordemos que las funciones de demanda son las siguientes:

Z = Z(w, P(w), r, Y(w))

C = C(w, P(w), r, Y(w))

L = L(w, P(w), r, Y(w)), Y(w) = I + w

Con esta información determinaremos los signos de las derivadas,

$$\frac{dZ}{dI} = \frac{\partial Z}{\partial Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial I} > 0 \,, \quad \frac{dC}{dI} = \frac{\partial C}{\partial Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial I} > 0 \,, \quad \frac{dL}{dI} = \frac{\partial L}{\partial Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial I} > 0$$

Llegamos a este resultado por causa de la normalidad de los bienes y por que $\partial Y/\partial I > 0$ que se sigue de la definición de Y(w). Denominaremos a estos resultados P3.

Cambios en el Poder de Negociación (λ)

Proposición 4.- De las condiciones de primer orden,

1) $A(\lambda,Z,C) = S_Z/M_C = P$

2) $B(\lambda,L,C) = D^*_L/M_C = w$

3) $PZ + wL + C = I + w$

Se puede probar que si, $\dfrac{\partial A}{\partial \lambda} > 0 \Rightarrow \dfrac{\partial Z}{\partial \lambda} > 0, \dfrac{\partial C}{\partial \lambda} < 0$

$$\text{si} \quad \frac{\partial B}{\partial \lambda} < 0 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \lambda} < 0, \frac{\partial C}{\partial \lambda} > 0$$

Demostración.-

Un aumento en el poder de negociación de la mujer dentro de la U.D. debe traer consigo: a) una reducción de las horas que ella dedica a las actividades domésticas, (pues esta actividad le genera desutilidad) y la asignación de este tiempo al cuidado de los niños o al mercado laboral; b) esperamos un aumento en el consumo de la pareja y en particular en el consumo de la mujer; c) un incremento en la producción de Z, pues la mujer está especialmente preocupada por los servicios y bienes que reciben los niños, quienes dependen de los cuidados de ella sobretodo en los primeros años de vida.

Volviendo al problema básico, podemos reescribir las condiciones de primer orden, C.P.O., de la siguiente forma:

1) $A(\lambda, Z, C) = S_Z / M_C = P$

2) $B(\lambda, L, C) = D^*_l / M_C = w$

3) $PZ + wL + C = I + w$

Derivando las C.P.O. respecto de λ obtenemos:

1') $$\frac{\partial A}{\partial Z}.\frac{\partial Z}{\partial \lambda} + \frac{\partial A}{\partial C}.\frac{\partial C}{\partial \lambda} = -\frac{\partial A}{\partial \lambda}$$

2') $$\frac{\partial B}{\partial L}.\frac{\partial L}{\partial \lambda} + \frac{\partial B}{\partial C}.\frac{\partial C}{\partial \lambda} = -\frac{\partial B}{\partial \lambda}$$

3') $$P.\frac{\partial Z}{\partial \lambda} + w.\frac{\partial L}{\partial \lambda} + \frac{\partial C}{\partial \lambda} = 0$$

Un aumento del poder de negociación significa que la función de utilidad de la esposa está recibiendo una mayor ponderación dentro de la función objetivo.

El modelo supone que con un aumento del poder de negociación de la mujer, debe disminuir el tiempo dedicado a actividades domésticas y debe aumentar el consumo C, de tal forma que, $\partial B/\partial \lambda < 0$; esto implica que debe cumplirse la desigualdad $\frac{M_{c\lambda}}{M_c} > \frac{D_{L\lambda}}{D_L}$.[21] Por otro lado debe aumentar la producción de Z en detrimento del consumo, C, lo que implica $\partial A/\partial\lambda > 0$. Esto quiere decir que se tiene que cumplir la desigualdad $\frac{S_{z\lambda}}{S_z} > \frac{M_{c\lambda}}{M_c}$.[22]

La normalidad de los bienes exige que en 1') $\partial A/\partial Z < 0$ y $\partial A/\partial C > 0$ (estamos considerando C en el eje vertical y Z en el eje horizontal) y en 2') $\partial B/\partial L < 0$ y $\partial B/\partial C > 0$ (estamos considerando C en el eje vertical y L en el eje horizontal) con estos datos volvemos al sistema 1'), 2'), 3') para determinar los signos de $\partial Z/\partial\lambda$, $\partial C/\partial\lambda$ y $\partial L/\partial\lambda$,

Si $\partial C/\partial\lambda > 0 \Rightarrow \partial Z/\partial\lambda > 0$ y $\partial L/\partial\lambda < 0$ y

Si $\partial C/\partial\lambda < 0 \Rightarrow \partial Z/\partial\lambda > 0$ y $\partial L/\partial\lambda < 0$

Como el análisis muestra, necesariamente $\partial Z/\partial\lambda > 0$ y $\partial L/\partial\lambda < 0$, respecto del consumo optaremos por $\partial C/\partial\lambda > 0$. En adelante nos referiremos a estos resultados como (P4).

Relación entre la variables Z, C, L y las variables de los subproblemas básicos

En el subproblema s1),

$S(z, \lambda) = \max \{\lambda A_1(.) + (1-\lambda)A_2(.): J(n, q) = z\}$

---

21 Vamos a suponer que en el subproblema 2 las funciones de utilidad de los esposos son las mismas y sólo difieren por un parámetro, esto es, $B_1(c_1, c_2) = bB(c_1, c_2)$ y $B_2(c_1, c_2) = B(c_1, c_2)$, en este caso tenemos que $\frac{M_{c\lambda}}{M_c} = \frac{b-1}{\lambda(b-1)+1}$ $\frac{D_{L\lambda}}{D_L} = \frac{d-1}{\lambda(d-1)+1}$. Para que se cumpla la desigualdad tenemos que garantizar que $b > 1$.

22 El cálculo de $S_z l/S_z$ fue hecho considerando que en el subproblema 1 las funciones de los esposos son las siguientes: $A_1(n, q) = aA(n, q)$ y $A_2(n, q) = A(n, q)$ con estos datos obtuvimos que $\frac{S_{z\lambda}}{S_z} = \frac{a-1}{\lambda(a-1)+1}$. Para que se cumpla la desigualdad se tiene que garantizar que $a > b$.

nos interesa determinar la relación entre n y q con Z. En verdad estamos analizando como la familia asigna Z entre calidad y cantidad.

Proposición 5.-

Vamos a suponer que:

a) La función $\lambda A_1(.) + (1-\lambda)A_2(.)$ es homotética

b) $\frac{\partial}{\partial Z}(\frac{J_n}{J_q}) > 0$, lo cual quiere decir que a lo largo de un rayo que parte del origen la pendiente de la frontera se reduce cuando Z disminuye (o aumenta cuando Z crece). Con estos supuestos es fácil verificar que $\partial n/\partial Z \gtrless 0$ y $\partial q/\partial Z > 0$.

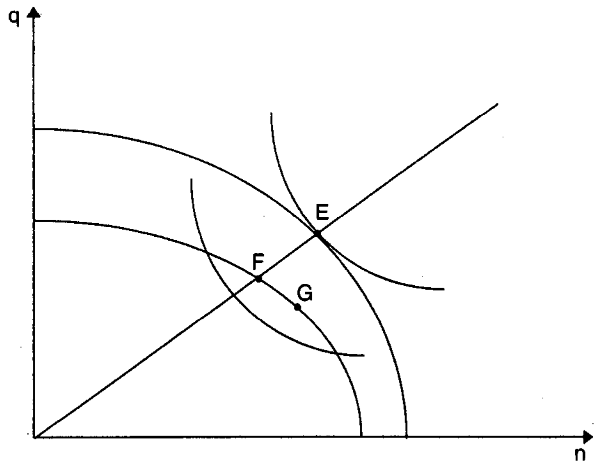
Demostración.-

En el siguiente gráfico podemos analizar el efecto de un cambio en Z sobre las variables n y q. Vamos a suponer que Z disminuye. La frontera inicial (la mayor), corresponde a $J(n, q) = Z_0$ y la final corresponde a $J(n, q) = Z_1$, con $Z_1 < Z_0$. El punto inicial es el punto E. El punto F, sobre la frontera final, tiene menor pendiente que el punto E a lo largo del rayo OY, por el segundo supuesto. Por la homoteticidad de las curvas de indiferencia el punto final no será el punto F, sino se encontrará a la derecha de éste, en G. El punto G podría encontrarse exactamente debajo del punto E, hacia su izquierda o hacia la derecha. Por lo tanto tenemos una relación positiva entre q y z, y sobre la relación entre n y z, podemos decir que ésta puede ser negativa, positiva o igual a cero. La senda de puntos óptimos escogidos por la familia van a ser descritos por la curva de contrato:

$$\frac{J_q}{J_n} = \frac{\lambda A_{1q} + (1-\lambda)A_{2q}}{\lambda A_{1n} + (1-\lambda)A_{2n}}$$

Los ejemplos del anexo ilustran los casos en que el efecto de Z sobre n es nulo y positivo, en el primer caso tenemos una curva de contrato vertical y en el segundo una curva de contrato negativamente inclinada.

GRAFICO



En el subproblema s2),

$M(C, \lambda) = \max \{\lambda B_1 + (1-\lambda)B_2: c_1 + c_2 = C\}$

Proposición 6.- El consumo de los esposos es afectado positivamente por un aumento en el consumo total, esto es $\partial c_i/\partial C > 0$, i= 1,2

Demostración.

El consumo de la pareja, C, está haciendo el papel del ingreso en nuestro conocido problema del consumidor. La separabilidad de la función objetivo nos garantiza que c_1 y c_2 se comportan como bienes normales, esto es, al aumentar C tanto el consumo del esposo como el de la esposa aumentarán. Por lo tanto: $\partial c_i/\partial C > 0$, i = 1, 2

En el subproblema s3),

$N(z, w) = \min \{wt + g: f(t, g) = z\}$

Proposición 7.- Vamos a demostrar que cuando la tecnología es homogénea de grado uno (y por lo tanto homotética) ningún factor de producción puede ser inferior, esto es, $\partial t/\partial z > 0$ y $\partial g/\partial z > 0$ necesariamente.

Demostración.-

Si la función de producción es homogénea de grado uno es fácil probar que las primeras derivadas parciales son homogéneas de grado cero, es decir, los productos marginales del tiempo y del gasto dedicado a los menores, son homogéneos de grado cero, $PMG_t = f_t(t, g)$ y $PMG_g = f_g(t, g)$. Por lo tanto, si t y g son incrementados en la misma proporción sus productos marginales van a permanecer inafectados. Geométricamente esto significa que incrementando los factores en la misma proporción nos estamos moviendo a lo largo de un rayo que parte del origen, y en todo punto de ese rayo los productos marginales de la función de producción son los mismos. Por lo tanto, $\partial t/\partial z > 0$ y $\partial g/\partial z > 0$.

Cuadro Resumen

El siguiente cuadro resume los resultados obtenidos hasta ahora:

(P2) $dZ/dw < 0$, $dL/dw < 0$, $dC/dw > 0$

(P3) $dZ/dI \geq 0$

$dL/dI \geq 0$

$dC/dI \geq 0$

(P4) $\partial Z/\partial\lambda > 0$, $\partial L/\partial\lambda < 0$, $\partial C/\partial\lambda > 0$

(P5) $\partial n/\partial Z \leq (>) 0$, $\partial q/\partial Z > 0$

(P6) $\partial c_i/\partial C > 0$, $i = 1,2$

(P7) $\partial t/\partial Z > 0$, $\partial g/\partial Z > 0$

Efectos de Cambios en el Salario, Ingreso y Poder de Negociación Sobre las Variables: n, q, t, l, h, c_1 y g.-

Para determinar el impacto de cambios en w, I y λ sobre las variables endógenas debemos hacer uso de los resultados de las preposiciones P2 a P7.

a) Efectos de cambios en el salario (w).-

a.1) *Sobre n y q*

Para determinar el efecto de un cambio en el salario sobre n y q, vamos a necesitar de los resultados (P2) y (P5):

$\partial n/\partial w \geq (<) 0$ ya que $dZ/dw < 0$ y $\partial n/\partial z \leq (>)0$

$\partial q/\partial w < 0$ ya que $dz/w < 0$ y $\partial q/\partial z > 0$

El cambio en el salario tiene un efecto negativo sobre la calidad de los menores y un efecto indeterminado sobre el número de niños. Esto se debe a que cambios en el salario afectan negativamente la producción de Z y a que ante cambios en Z las preferencias de la familia determinan claramente el efecto sobre q (calidad) y el efecto sobre n (número de niños) queda indeterminado.

a.2) *Sobre t y g*

El impacto del salario sobre t(w, z(w)) y g(w, z(w)) es determinado con ayuda de los resultados (P2) y (P7):

$dt/dw = \partial t/\partial w + (dt/dz).(dz/dw) < 0$, ya que $\partial t/\partial w <0$, $dz/dw < 0$ y $dt/dz > 0$

$dg/dw = \partial g/\partial w + (dg/dz).(dz/dw) \gtrless 0$; $\partial g/\partial w > 0$, es el efecto sustitución, y $(dg/dz).(dz/dw) < 0$, es el efecto escala.

Tanto t(.) como g(.) dependen del salario y de Z (que también depende del salario). Cambios en el salario tienen un efecto sustitución directo sobre ambas variables, negativo en el caso de t(.), pues se está cambiando el precio del tiempo que la mujer dedica a sus hijos; y positivo sobre g(.), pues se está sustituyendo t(.) por g(.) en caso que aumente el salario o se sustituirá g(.) por t(.) en caso que disminuya el salario.

El efecto indirecto del salario sobre t(.) y g(.), se da vía la variable Z, lo cual constituye el efecto escala. El impacto total del salario sobre las variables será la suma del efecto sustitución y del efecto escala.

a.3) *Sobre l y h*

El signo de $dl/dw < 0$ ya fue establecido en (P2). El efecto de cambios en el salario sobre las horas dedicadas al mercado laboral por la esposa, h, lo vamos a calcular a partir de la restricción de tiempo de la esposa, $t + h + l = 1$,

$dh/dw = - (dl/dw + dt/dw) > 0$

El tiempo de ocio (L) y el salario tienen una relación negativa, ya que el salario mide el costo de oportunidad de no trabajar. El aumento del salario incentivará una mayor participación laboral de la mujer y una disminución del salario la motivará a reducir sus horas de trabajo y a aumentar el tiempo de cuidado con los niños y el tiempo de ocio.

a.4) *Sobre el consumo*

Existe una relación positiva entre el consumo de la mujer y un aumento de su salario, (P2) y (P6) nos permiten llegar a este resultado,

$\partial c_1/\partial w > 0$ ya que $\partial C/\partial w > 0$ y $\partial c_1/\partial C > 0$

b) Efectos de Cambios en el Ingreso (I).-

b.1) *Sobre n y q*

Para determinar el efecto de un cambio en el ingreso sobre n y q vamos a necesitar de los resultados (P3) y (P5),

$\partial n/\partial I \leq (>)\ 0$ ya que $\partial z/\partial I \geq 0$ y $\partial n/\partial z \leq (>)\ 0$

$\partial q/\partial I > 0$ ya que $\partial z/\partial I > 0$ y $\partial q/\partial z > 0$

Un aumento del ingreso que no proviene del trabajo significa que la familia va a poder adquirir de una mayor cantidad de todos los bienes que consume, en particular de Z, que está relacionado con la cantidad y calidad de los menores. La forma en que la familia asigna Z entre n y q establece que ante aumentos de Z, el efecto sobre el número de niños queda indeterminado y el efecto sobre la calidad es siempre positivo.

b.2) *Sobre t y g*

El impacto del ingreso sobre t es determinado con los resultados (P3) y (P7):

$\partial t/\partial I \geq 0$ ya que $\partial z/\partial I \geq 0$ y $\partial t/\partial z > 0$

$\partial g/\partial I \geq 0$ ya que $\partial z/\partial I \geq 0$ y $\partial g/\partial z > 0$

Producir un nivel mayor de Z (debido al aumento del ingreso) se traduce necesariamente en un mayor requerimiento de los insumos, tiempo (t) y g(.).

b.3) *Sobre l y h*

El signo de $\partial l/\partial I > 0$ ya fue establecido en (P3). El efecto de cambios en el ingreso sobre las horas dedicadas al mercado laboral por la esposa, h, lo vamos a calcular a partir de la restricción de tiempo de la esposa, $t + h + l = 1$,

$$\partial h/\partial I = - (\partial l / \partial I + \partial t/\partial I) < 0$$

Un aumento del ingreso que no proviene del trabajo aumenta las posibilidades de consumo de la familia sin alterar los precios relativos. Como ahora la familia está más rica la mujer puede disminuir las horas de trabajo y aumentar las horas de ocio.

b.4) *Sobre el consumo*

Existe una relación positiva entre el consumo de la mujer y un aumento del ingreso, (P3) y (P6) nos permiten llegar a este resultado,

$\partial c_1/\partial I > 0$ ya que $\partial C/\partial I > 0$ y $\partial C/\partial c_1 > 0$

Un mayor ingreso aumenta las posibilidades de consumo de toda la familia y en particular de las mujeres.

c) *Efectos de un cambio en el poder de negociación (λ).-*

c.1) *Sobre n y q*

El impacto de λ sobre la cantidad y calidad de los hijos es determinado a partir de las condiciones de primer orden del subproblema s1.

i) $\text{TMS} = \alpha(l, n, q) = \dfrac{\lambda A_{1n} + (1-\lambda)A_{2n}}{\lambda A_{1q} + (1-\lambda)A_{2q}} = \dfrac{J_n}{J_q} = \rho = \text{TMT}$; donde TMS significa tasa marginal de sustitución en el consumo y TMT es la tasa marginal de transformación en la producción.

ii) $J(n, q) = z$

Derivando las condiciones de primer orden respecto de λ tenemos:

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\lambda}+\frac{\partial\alpha}{\partial n}.\frac{\partial n}{\partial\lambda}+\frac{\partial\alpha}{\partial q}.\frac{\partial q}{\partial\lambda}=\frac{\partial\rho}{\partial n}.\frac{\partial n}{\partial\lambda}+\frac{\partial\rho}{\partial q}.\frac{\partial q}{\partial\lambda} \tag{1}$$

$$J_n\frac{\partial n}{\partial\lambda}+J_q\frac{\partial q}{\partial\lambda}=\frac{\partial Z}{\partial\lambda} \tag{2}$$

Los signos de las derivadas son los siguientes: $\partial\alpha/\partial\lambda < 0$, (este resultado exige que $A_{1q}/A_{1n} > A_{2q}/A_{2n}$); $\partial\alpha/\partial n < 0$ y $\partial\alpha/\partial q > 0$ (por normalidad); $\partial\rho/\partial n > 0$ y $\partial\rho/\partial q < 0$; $J_n > 0$ y $J_q > 0$ (por la convexidad de la función J(.)) y $\partial z/\partial\lambda > 0$ (esto ya fue probado).

En la ecuación (2) despejamos $\partial n/\partial\lambda$ y lo sustituimos en la ecuación (1). Con ayuda de la información anterior es fácil verificar $\partial q/\partial\lambda > 0$ y que $\partial n/\partial\lambda$ tiene signo indeterminado.

c.2) *Sobre t y g*

El impacto de λ sobre t es determinado con los resultados (P4) y (P7):

$\partial t/\partial\lambda > 0$ ya que $\partial z/\partial\lambda > 0$ y $\partial t/\partial z > 0$

$\partial g/\partial\lambda > 0$ ya que $\partial z/\partial\lambda > 0$ y $\partial g/\partial z > 0$

Un aumento del poder de negociación permite que la familia asigne más recursos a la producción de Z (la variable ligada a los menores), por ello se requiere un aumento de los insumos t (tiempo) y g (gasto en los menores).

c.3) *Sobre l y h*

El signo de $\partial l/\partial\lambda < 0$ ya fue establecido en (P4). El efecto de cambios en el poder de negociación sobre las horas dedicadas al mercado por la esposa, h, lo vamos a calcular a partir de la restricción de tiempo de la esposa, $t + h + l = 1$,

$\partial h/\partial l = -(\partial l/\partial\lambda + \partial t/\partial\lambda)$?

El aumento en el poder de negociación aumentará las horas en el mercado de trabajo, $\partial h/\partial\lambda > 0$, si el decrecimiento en el tiempo gastado en actividades domésticas es lo suficientemente fuerte para permitir que aumente el tiempo con los niños y las horas de trabajo en el mercado.

c.4) *Sobre el consumo*

El aumento en el poder de negociación va a tener un impacto positivo sobre el consumo de la mujer e indeterminado sobre el consumo del marido.

Volviendo al subproblema s2, tenemos lo siguiente:

$$£ = \lambda B_1(c_1, c_2) + (1 - \lambda)B_2(c_1, c_2) + \gamma(c_1 + c_2 - C)$$

De las condiciones de primer orden tenemos que la tasa marginal de sustitución, a, puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\alpha(\lambda, c_1, c_2) = \frac{\lambda B_{11} + (1 - \lambda)B_{21}}{\lambda B_{12} + (1 - \lambda)B_{22}}$$

Derivando respecto de λ la tasa marginal de sustitución y la restricción, da:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial c_1} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial \lambda} + \frac{\partial \alpha}{\partial c_2} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial \lambda} = -\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda}$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial \lambda} + \frac{\partial c_2}{\partial \lambda} = \frac{\partial C}{\partial \lambda}$$

El poder de negociación tiene un efecto directo positivo sobre la tasa marginal de sustitución, esto es, $\partial\alpha/\partial\lambda > 0$. La normalidad exige que $\partial\alpha/\partial c_1 < 0$ (c_1 en el eje horizontal) y $\partial\alpha/\partial c_2 > 0$ (c_2 en el eje vertical). Adicionalmente, ya fue establecido que $\partial C/\partial\lambda > 0$. Con esta información es fácil verificar que $\partial c_1/\partial\lambda > 0$ y $\partial c_2/\partial\lambda$ es indeterminada, pudiendo ser positiva o negativa.

III. LAS CONCLUSIONES DEL MODELO

Los resultados obtenidos de estos ejercicios de estática comparativa pueden ser resumidos en el siguiente cuadro:

	n	q	t	Sh	l	c_1	g
λ	-	+	+	?	-	+	+
w	?	-	-	+	-	+	?
I	-	+	+	-	+	+	+

Debe quedar claro que bajo ciertas hipótesis ha sido posible que el modelo nos de los resultados del cuadro.

El impacto de las variables exógenas w, λ, I, se sintetizan en:

a) Tal como se planteó al inicio un aumento del poder de negociación de la mujer tiene un efecto positivo sobre los menores, considerando las variables calidad, el tiempo que les dedica la madre y el gasto en los menores. El impacto negativo del poder de negociación sobre el número de hijos va a favorecer el desarrollo de los menores, al repartirse los recursos materiales y el tiempo de la mujer entre un menor número de niños.

b) b1) El efecto de un aumento del salario es negativo sobre los menores, ya que el tiempo que la mujer les dedicaba en exclusividad (t) se ha visto reducido.
b2) También se observa un efecto negativo sobre la calidad de los niños.
b3) El mayor salario se puede asignar a aumentar el consumo de la pareja pudiendo tener un efecto positivo, nulo o hasta negativo sobre el gasto en bienes y servicios para los menores.

c) El aumento del ingreso, I, significa un incremento en las posibilidades de consumo de la familia, lo cual explica la mejora en la calidad de los hijos y el aumento en el consumo de la pareja y de los gastos en los menores.

Los Resultados de la Literatura

Los resultados de la literatura son presentados en el siguiente cuadro,

	n	q	t	h	l
w	-	+	-	?	?
I	+	+		?	?

Debe recordarse que no existe en la literatura un acercamiento teórico tan completo como el nuestro que analice en conjunto todas las variables consideradas.

Basándonos en los siguientes trabajos teóricos hemos construido la tabla resumen de la literatura. Tenemos el estudio de Becker y Lewis (1974) sobre calidad y cantidad de niños; el texto de Willis (1977) sobre cantidad, calidad de los menores y asignación del tiempo de la mujer; y el artículo de Gronau (1973) sobre la asignación del tiempo de la esposa dentro de la unidad doméstica.

De la comparación de ambas tablas resumen, queda claro que no hay una respuesta definitiva sobre los signos de las derivadas en cuestión. Los resultados obtenidos dependen de los supuestos de cada modelo

ANEXO

El problema general es:

Max. $\{\lambda A_1(n,q) + (1-\lambda)A_2(n,q) + \lambda B_1(c_1, c_2) + (1-\lambda)B_2(c_1, c_2) + \lambda D_1(l) + (1-\lambda)D_2(l)$: $J(n,q) = f(t,g)$

$$t + l + h = 1$$

$$g + c_1 + c_2 = I + wh\}$$

Resolviendo en Sub-problemas:

s1) Interacción entre cantidad y calidad

$S(z, \lambda) = \max\{\lambda A_1(n,q) + (1-\lambda)A_2(n,q): J(n, q) = z\}$

s2) Consumo

$M(c, \lambda) = \max \{\lambda B_1(c_1, c_2) + (1-\lambda)B_2(c_1, c_2): c_1 + c_2 = c\}$

s3) Producción de "servicios" para los menores

$N(z, w) = \min \{ wt + g: f(t, g) = z\}$

s4) Problema Básico

Max. $\{S(.) + M(.) + D^*(l): P(w).z + c + wl = I + w\}$

$D^*(l) = \lambda D_1(l) + (1-\lambda)D_2(l)$

A seguir vamos a usar esta metodología para desarrollar dos ejemplos. Resolveremos el problema de la unidad doméstica para dos formas diferentes de la función objetivo, manteniendo inafectadas las restricciones.

En cada ejemplo especificaremos las soluciones de los sub problemas y después resolveremos el problema básico, mostrando los signos de las derivadas que nos interesan. Luego volveremos a cada subproblema para calcular el valor de las variables endógenas y finalmente presentaremos los efectos de cambios en el poder de negociación, del salario de la mujer e ingreso que no proviene del trabajo sobre estas variables.

Ejemplo 1

$U_1(n, q, l, c_1, c_2) = an + b\log(q) + d\delta\log(l) + \log(c_1)$, $d < 0$, $\delta > 0$

$U_2(n, q, l, c_1, c_2) = n + \log(q) + \delta\log(l) + c_2$

$J(n, q) = q/(k-n)$

Las soluciones de los sub problemas son:

$S(z, \lambda) = \Phi(\lambda) + \log(z)$
$M(c, \lambda) = (1-\lambda)c - \lambda + \lambda\log(\lambda/(1-\lambda))$
$D^*(l) = (d\delta + \delta)\log(l)$
$G(z, w) = zw^{1/2}$, $T(z, w) = zw^{-1/2}$, $P(w) = 2w^{1/2}$

Con estos resultados resolvemos el problema básico y conseguimos los valores óptimos de las variables:

$Z = (\lambda b + 1 - \lambda)/(1- \lambda)P(w)$
$L = [\lambda d\delta + (1 - \lambda)\delta]/(1 - \lambda)w$
$C = I + w - [\lambda d\delta + (1 - \lambda)\delta]/(1 - \lambda) - (\lambda b + 1 - \lambda)/(1- \lambda)$
$H = 1 - [\lambda d\delta + (1 - \lambda)\delta]/(1 - \lambda)w - (\lambda b + 1 - \lambda)/2(1- \lambda)w$

Efectos de cambios en el salario, poder de negociación e ingreso que no proviene del trabajo:

$\partial Z/\partial w < 0$, $\partial Z/\partial \lambda > 0$, $\partial Z/\partial I = 0$
$\partial L/\partial w < 0$, $\partial L/\partial \lambda < 0$, $\partial L/\partial I = 0$
$\partial H/\partial w > 0$, $\partial H/\partial \lambda > 0$, $\partial H/\partial I = 0$
$\partial C/\partial w > 0$, $\partial C/\partial \lambda > 0$, $\partial C/\partial I > 0$

Después de trabajar con los valores de Z, L, C e H en los respectivos subproblemas conseguimos los valores de las variables endógenas:

Estamos llamando $\theta = 1 - \lambda + b\lambda$

$\alpha = (1 - \lambda + d\lambda)\delta$
$\rho = 1 - \lambda + a\lambda$

$N = k - \theta/\alpha$
$G = \theta/2(1 - \lambda)$
$C_1 = \lambda/(1 - \lambda)$
$C_2 = I + w - (\theta + \alpha + \lambda)/(1 - \lambda)$

$Q = \theta/[2\rho(1 - \lambda)\, w]$
$T = \theta/2w(1 - \lambda)$
$H = 1 - (\theta + 2\alpha)/(2w(1 - \lambda))$
$L = \alpha/(1 - \lambda)w$

Ejemplo 2

$U_1(n, q, l, c_1, c_2) = a\log(n) + d\delta\log(l) + \log(q) + \log(c_1),\ d < 0,\ \delta > 0$
$U_2(n, q, l, c_1, c_2) = \log(n) + \log(q) + \delta\log(l) + \log(c_2)$
$J(n, q) = q/(k-n)$

Las soluciones de los subproblemas son:

$S(z, \lambda) = \psi(\lambda) + \log(z)$
$M(c, \lambda) = \zeta(l) + \log(c)$
$D^*(l) = (d\delta + \delta)\log(l)$
$G(z, w) = zw^{1/2},\ T(z, w) = zw^{-1/2},\ P(w) = 2w^{1/2}$

La solución del problema básico da:

$Z = (I + w)(\lambda b + 1 - \lambda)/A(\lambda)P(w)$, donde $A(\lambda) = 1 + \lambda b + 1 - \lambda + \lambda d\delta + (1 - \lambda)\delta$

$L = (I + w)(\lambda d\delta + d - d\lambda)/A(\lambda)w$

$C = (I + w)/A(\lambda)$

$H = 1 - (I + w)(\lambda d\delta + d - \delta\lambda)/A(\lambda)w - (I + w)(\lambda b + 1 - \lambda)/2wA(\lambda)$

Efectos de cambios en el salario, poder de negociación e ingreso que no proviene del trabajo:

$\partial Z/\partial w < 0,\ \partial Z/\partial \lambda > 0,\ \partial Z/\partial I > 0$
$\partial L/\partial w < 0,\ \partial L/\partial \lambda < 0,\ \partial L/\partial I > 0$
$\partial H/\partial w > 0,\ \partial H/\partial \lambda > 0,\ \partial H/\partial I < 0$
$\partial C/\partial w > 0,\ \partial C/\partial \lambda \gtrless\ ?\ 0,\ \partial C/\partial I > 0$

Después de trabajar con los valores de Z, L, C e H en los respectivos subproblemas conseguimos los valores de las variables endógenas:

Estamos llamando $\alpha = 1 - \lambda + b\lambda$

$$\theta = (1 - \lambda + d\lambda)\delta$$

$$\rho = 1 - \lambda + a\lambda$$

$$N = (\rho/ \rho + \alpha)k$$

$$Q = kw[\alpha^2/ \alpha + \rho]\{(I + w)/(1 + \theta + \alpha)\}$$

$$G = \alpha(I + w)/(1 + \alpha + \theta)$$

$$C_1 = \lambda(I + w)/(1 + \alpha + \theta)$$

$$C_2 = (1 - \lambda)(I + w)/(1 + \alpha + \theta)w$$

$$T = \alpha(I + w)/(1 + \alpha + \theta)w$$

$$L = \theta(I + w)/(1 + \alpha + \theta)w$$

$$H = 1 - [(I + w)(\alpha + \theta)]/(1 + \alpha + \theta)w$$

La Sensibilidad a Cambios en el Poder de Negociación de la Mujer, Salarios y en el Ingreso

En ésta parte investigaremos la sensibilidad de las decisiones de la familia a cambios en el poder de negociación, salarios y en el ingreso que no proviene del trabajo. Estos son los principales canales a través de los cuales mejoras en el status de la mujer pueden afectar las decisiones de la unidad doméstica y consecuentemente la asignación del tiempo de la mujer y la cantidad y la calidad de los menores.

En los dos ejemplos, la dirección de los efectos sobre las decisiones de la familia van a depender de la magnitud relativa de los parámetros del modelo. Investigaremos la sensibilidad bajo los siguientes supuestos.

i) $b > 1$

La esposa valoriza la calidad de los menores más que el esposo.

ii) $a < b$

El valor de la calidad relativo a la cantidad de hijos, es mayor para la esposa que para el esposo.

iii) $b < -d.\delta < b+1$

Para la esposa, la desutilidad del tiempo gastado en actividades domésticas podría ser mayor que la utilidad marginal de algún aumento extra en la calidad de los niños, pero menor que la suma de la utilidad marginal de la calidad de los niños y su propio consumo[23].

iv) $(1-\lambda) + d.\lambda > 0$

La utilidad marginal del tiempo que la esposa gasta en casa es positivo para la unidad doméstica como un todo, $\partial U/\partial I > 0$.

Los resultados a seguir son válidos, en principio, para los dos ejemplos, en caso contrario se especificará oportunamente la diferencia en los resultados obtenidos.

a) Cambios en el poder de negociación(λ)

Cantidad y Calidad de los menores: Cuando el poder de negociación de las mujeres se incrementa, el número de niños decrece y la calidad de los menores se incrementa, i.e.

$$\partial N/\partial\lambda < 0$$

$$\partial Q/\partial\lambda > 0$$

Asignación del Tiempo de la Mujer: Cuando el poder de negociación de la mujer se incrementa, su salario de reserva decrece, w*. La probabilidad de que ella entre en el mercado de trabajo se incrementa. Si ella está es parte de la fuerza laboral, incrementos en el poder de negociación podría incrementar la cantidad de tiempo que ella gasta en el mercado laboral y la cantidad de tiempo que ella gasta con sus hijos. Finalmente, aumentando el poder de negociación de la esposa podría decrecer la cantidad de tiempo que ella gasta en producción doméstica. En resumen,

$$\partial w^*/\partial\lambda < 0,\ \partial H/\partial\lambda > 0,\ \partial L/\ \partial\lambda < 0$$

Consumo de los Esposos y Gastos con los Niños: desde que ambos esposos son egoístas, ellos cuidan solo de su propio consumo. Cuando el poder de negociación de la esposa se incrementa, su nivel de consumo podría

23 Desde que : $\partial U_1/\partial q|_{q=1} = b$; $\partial U_1/\partial l|_{l=1} = dd$; $\partial U_1/\partial C_1|_{C1=1} = 1$ para ambos ejemplos.

aumentar mientras el consumo de su esposo podría disminuir. desde que por el supuesto ii), $b > 1$, la esposa cuida más de la calidad de sus hijos que el esposo, incrementos en su poder de negociación podrían aumentar el nivel de gastos en los menores. En resumen,

$$\partial C_1/\partial\lambda > 0, \quad \partial C_2/\partial\lambda < 0 \text{ y } \partial G/\partial\lambda > 0$$

b) Cambios en el Salario de la Esposa (w)

Si la esposa está fuera de la fuerza de trabajo, incrementos en su salario podría no tener efectos, a no ser estimular su participación laboral. Si ella está en el mercado de trabajo, el incremento del salario podría incrementar su oferta de trabajo ($\partial H/\partial w > 0$), decrece la cantidad de tiempo que ella gasta con sus hijos y en actividades domésticas ($\partial T/\partial w < 0$ y $\partial L/\partial w < 0$), y decrece la calidad de los niños ($\partial Q/\partial w < 0$!).

Respecto del número de niños, el aumento en el salario no tiene el menor efecto.

c) Cambios en el Ingreso que no Proviene del Trabajo (I)

En el primer ejemplo un aumento en el ingreso, I, solamente va a tener efecto sobre el consumo del marido, $\partial C_2/\partial I > 0$, las otras variables permanecen inafectadas. En el segundo ejemplo, un cambio en el ingreso no afecta el número de niños, tiene un efecto negativo sobre las horas de trabajo de la mujer y tiene un impacto positivo sobre las demás variables.

REFERENCIAS

ALVES, Jose Eustaquio
1994. "Transicão da Fecundidade e Relacões de Gênero no Brasil". Tesis Doctoral CEDEPLAR-UFMG, Belo Horizonte.

BARROS, R.P.; MENDONÇA, Rosane y SANTOS, E.
1993 "Consequencias da Desigualdade e seus Mecanismos de Auto-Reprodução: O Impacto da Educação dos Pais sobre o Desenvolvimento Infantil no Brasil". IPEA, Río de Janeiro.

BARROS, R.P., RAMOS, L. y SANTOS, E.
1989 "Gender Differences in Brazilian Labor Market". *IPEA*, Rio de Janeiro.

BECKER, Gary
1965 "A Theory of Allocation of Time". En *The Economic Journal*, No 299 Vol.75, september.
1981 "A Treatise on the Family " Cambridge University Press, 1981.

BECKER, Gary y LEWIS, G.

1974 "Interaction Between Quantity and Quality of Children". En Schultz, Theodore. Ed. *Economic of the family, marriage, children and human capital.* A conference report of the National Bureau of Economic Research, University of Chicago Press, Chicago 1974.

CHIAPPORI, Pierre Andre
1988 "Rational Household Labor Supply". En *Ecometrica*, Vol.56, No 1, January.

1992 "Collective Labor Supply and Welfare". En *Journal of Political Economy*, No 3 Vol. 100, June.

COLTRANE, Scott
1990 "Birth Timing and the Division of Labor in Dual-Earned Families". En *Journal of Family Issues.* Vol. 11, No 2, June.

CORNIA, Giovanni
1984 "A Survey of Cross-sectional and Time Series Literature on Factor Affecting Child Welfare". En *World Development*, Vol. 12, No 3, p 187-202.

DEATON, Angus y MUELLBAUER, John
1987 "Economics and Consumer Behavior". Cambridge University Press.

DESAI, Sonalde; CHASE-LANDSDALE, Lindsay y MICHAEL, Robert
1989 "Mother or Market ?" Effects of Maternal Employment on

the Intellectual Ability of 4 Year-old Children". En *Demography*, Vol. 26, No 4, november.

DE TRAY, Dennis
1974 "Child Quality and the Demand for Children". En Schultz, Theodore. Ed. *Economics of the family, marriage, children and the human capital.* A conference report of the National Bureau of Economic Research, University Chicago Press, Chicago.

EVENSON, Robert
1977 "Philippine Household Economies: An Introduction to the Symposium papers". En *The Philippine Economic Journal*, Vol. 17, No 36.

FOLBRE, Nancy
1986 "Cleaning house: new perspectives on households and economic development". En *Journal of Development Economic.* Vol. 22.

GOLDANI, Ana Maria
1989 "Women transition: the intersection of female life course, family and demographic transition in twentieth century in Brazil", Ph.D Dissertation University of Texas at Austin.

GRONAU, Reuben
1973 "The Intrafamily Allocation of Time: the Value of the Housewives' Time". En *American Economic Review*, Vol 63, No 4,setember.

1980 "Home Production -a Survey". En Ashenfelter O. y R. Layard eds., Handbook of Labor Economics, Vol. 1, New York p.273-304.

1977 "Leisure, Home Production and Work- The Theory of the Allocation of Time Revisited". En *Journal of Political Economy,* Vol. 85, No 6.

1977 "The Effect of Children on the Housewife value of Time". En Schultz, Theodore W. Ed. *Economics of the family,* *marriage, children and human capital.* A conference report of the National Bureau of Economic Research,University of Chicago Press, Chicago.

HANUSEK, Eric
1992 "The Trade-off Between Child Quality and Quantity". En *Journal of Political Economy*, Vol. 100, No 7, February.

HUNT, Janet y KIKER, B.F
1984 "Parental Time Devoted to Children in two –and one– wage-earner Families". En *Economics of Education Review*, Vol.3, No 1.

KASSOUF, Ana Lucia
1993 "Função de produção de saúde em diferentes regiões e setores do Brasil" En *Pesquisa e Planejamento Econômico*, Vol. 23, No 3, Diciembre.

KERBO, Harold
1991 "Social Stratification and Inequality: Class Conflict in Historical and Comparative Perspectives". Mc Graw -Hill, INC 2nd. Ed.New York.

KOOREMAN, Peter y KAPTEYN, Ane
1990 "On the empirical implementation of same game theoretic models of household labor supply". En *The Journal of Human Resources*, Vol. 25, No 4.

LEIBOWITZ, Arleen
1974 "Home Investment in Children". En Schultz, Theodore. Ed. *Economics of the family, marriage, children and human capital.* A conference report of the National Bureau of Economic Research, University of Chicago Press, Chicago.

LESLIE, J. y PAOLISSO, M. (Eds.)
1989 "Women Work and Child Welfare in the Third World". AAS Selected Symposium 110.

McELROY, Marjorie y HORNEY, Mary
1981 "Nash-bargained Houselhold Decisions: Toward a Genera-

lization of the Theory of Demand". En *International Economic Review.* 22, p. 333-349, June.

MEDICI, A. C.
1987 "Mulher brasileira: muito prazer" Revista Brasileira de Estatística v. 48, n 189/190 Jan/Dez.

MINCER, J.
1962 "Labor force participation of married women: a study of supply". En *Aspects of Labor Economics*, Princeton University Press.

PESSOA BRANDAO, Antonio
1992 "Analise Matematica: Um Texto para Economistas". IPEA, serie PNPE 3, 2nd edicion, Rio de Janeiro.

RAMOS, Lauro y SOARES, Ana Lucia
1994 "Participacão da Mulher na Forca de Trabalho e Pobreza no Brasil". IPEA, Texto para discussao No 350, Rio de Janeiro, Outubro.

ROSENZWEIG, Mark
1986 "Program Interventoires, Intrahousehold Distribution and the Welfare of Individuals: Modelling Household Behavior ". En *World Development*, Vol.14, No 2.

POLLAK, Robert y WACHTER, Michael
1975 "The Relevance of the Household Production Function and its Implications for the Allocation of Time". En *Journal of Political Economy*, Vol. 83, No 2.

SEDLACEK, G.L. y SANTOS, E.
1991 "A mulher conjuge no mercado de trabalho como estrategia de geracão da renda familiar". Texto para discussao No 209, IPEA, Rio de Janeiro.

SILBERBERG, Eugene
1990 "The structure of economic: a mathematical analysis", Mc Graw Hill, 2nd edition.

SCHULTZ, Paul
1990 "Women's Changing Participation in the Labor Force: A World Perspective". En *Economic Development and Cultural Change,* Vol. 38, No 3, April.

SOLBERG, Eric y WONG, David
1992 "Family Time Use: Leisure, Home Production, Market Work and Work Related Travel". En *The Journal of Human Resources,* Vol. 27, No 3.

VLASSOF, Carol
1994 "From rags to riches: the impact of rural development on women's status in an Indian Village". En *World Development,* Vol. 22, No 5.

WANG, Jae
1994 "Utility and Production Function". Blackwell Publishers, Cambridge.

WILLIS, Robert
1974 "Economic Theory of Fertility Behavior". En Schultz, Theodore. Ed. *Economic of the family, marriage, children and human capital.* A conference report of the National Bureau of Economic Research, University of Chicago Press, Chicago.

WONG, Rebecca y LEVINE, Ruth
1992 "The effect of household structure on women's economic activity and fertility: evidencie from recent mothers in urban Mexico". En *Economic Development and Cultural Change,* Vol. 41, No. 1, October.

WOOD, Charles y DE CARVALHO, Jose A.
1994 "A Demografia da Desigualdade no Brasil". IPEA, serie PNPE 27, Rio de Janeiro.