VOLUMEN XVIII Nº 35-36 JULIO-DICIEMBRE 1995

ECONOMIA

INDICE

ARTICULOS

DANIEL ARCE y ROSA MORALES. Teoría de juegos. Una introducción con enfoque macroeconómico Latinoamericano 9

ELMER CUBA. Estimación del PBI potencial y de la brecha del PBI: Perú 1970-1995 35

ALAIN DE JANVRY y ELISABETH SADOULET. Pobreza rural y programas diferenciados de desarrollo rural 55

MAXIMO VEGA CENTENO y MARIA A. REMENYI. La industria de confecciones en el Perú 81

ALEJANDRO VERA-VASSALLO. Tecnología, competitividad internacional y desarrollo productivo de América Latina y el Caribe: algunas comparaciones con el Asia en desarrollo 137

CECILIA GARAVITO. Distribución del excedente laboral entre autoempleo y desempleo 195

GONZALO RUIZ. Apreciación cambiaria, política monetaria y afluencia de capitales: Perú 1990-1994 213

RESEÑAS

JORGE ROJAS. **Geografía y Comercio (Título original: Geography and Trade)** de Paul Krugman. MAXIMO VEGA-CENTENO. **La economía del sector público** de Joseph E. Stiglitz. 273

ECONOMIA. Vol. XVIII N° 35-36 Julio-Diciembre 1995

TEORIA DE JUEGOS UNA INTRODUCCION CON ENFOQUE MACROECONOMICO LATINOAMERICANO[1]

Daniel Arce*
Rosa Morales**

1. INTRODUCCION

La interpretación económica de los temas que actualmente concentran la atención de las ciencias en Latinoamérica exige la construcción de modelos que repliquen y predigan el comportamiento de los agentes que ocasionan o alivian esto problemas. Un requisito para esta modelación es enriquecer las opciones de equilibrio que nos proporciona la teoría económica tradicional.

Este artículo describe el enfoque de la Teoría de Juegos, ilustrando con ejemplos su capacidad de proveer una amplia variedad de equilibrios que sirven para modelar alguno de los distintos aspectos de la realidad latinoame-

1. Notas de las clases sobre Teoría de Juegos dadas por el Dr. Daniel Arce en mayo de 1995, en el Departamento de Economía de la Universidad Católica.
El objetivo de publicar estas notas es proporcionar a los interesados en los conceptos básicos de la Teoría de Juegos ejemplos macroeconómicos que no sólo ayudan a entender dichos conceptos, sino que nos muestran su utilidad en el análisis económico.

* Profesor de la Universidad de Alabama.
** Asistente de Docencia del Departamento de Economía de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

ricana, que pueden ir desde el conflicto distributivo hasta la credibilidad de los programas de estabilización.

En la siguiente sección se presentan las definiciones de equilibrio más usadas en Teoría de Juegos. La tercera sección muestra, con ejemplos extraídos de la literatura macroeconómica contemporánea, que la Teoría de Juegos constituye una herramienta útil para modelar algunos de los temas que preocupan a los economistas en Latinoamérica. La cuarta sección se concentra en el problema de la credibilidad de las políticas. Finalmente se concluye con algunos comentarios sobre la utilidad de los conceptos de la Teoría de Juegos para tratar los problemas macroeconómicos de América Latina.

2. CONCEPTOS E INSTRUMENTOS

En esta sección presentamos e ilustramos algunos de los conceptos que nos serán necesarios para desarrollar los ejemplos macroeconómicos de la siguiente sección.

2.1 Definición de un juego en forma estratégica

Podemos definir un *juego en forma estratégica* como un triple $(N,(S_i,U_i)_{i\in N})$ en el cual N es el conjunto/número de jugadores, S_i es el conjunto de estrategias (acciones) del jugador i, $S = X_{i\in N} S_i$ es el espacio de estrategias de todos los jugadores, y $U_i\ (s_1,\ldots,s_N): S \rightarrow R$ es el beneficio del jugador i. Vale la pena darse cuenta que U_i es una función de la estrategia del jugador i y de las estrategias de los demás jugadores, así podemos escribir el beneficio del jugador i como $U_i\ (s_i, s_{-i})$, donde s_i es la estrategia del jugador i y s_{-i} denota las estrategias de los N-1 jugadores que excluye al jugador i.

La dependencia de U_i en s_{-i} destaca la diferencia entre un juego y el comportamiento individual en microeconomía –aquí U_i depende de las acciones de los demás, entonces, tenemos un juego.

2.2 Conjunto de respuestas óptimas

Imaginemos un juego con N jugadores. Definimos para este juego a $R_i\ (s_{-i})$ el *conjunto de respuestas óptimas* del jugador i ante las acciones de los

N-1 jugadores restantes. Es decir, s_i^* es una respuesta óptima a s_{-i} si $U_i(s_i^*, s_{-i}) \geq U_i(s_i, s_{-i})$ para toda $s_i \in S_i$. Así vemos que $R_i(s_{-i})$ es un *conjunto* que depende de las estrategias de los demás jugadores, s_{-i}.

Ejemplo 1: Dilema del Prisionero

En la Ilustración 1 presentamos un ejemplo de un juego en forma estratégica. Esto quiere decir que los jugadores escogen sus estrategias simultáneamente– uno no puede observar la selección del otro.

Ilustración 1

		Jugador 2	
		I	D
Jugador 1	A	(5, 5)	(-5, 10)
	B	(10, -5)	(0, 0)

Aquí el jugador 1 puede escoger entre las filas arriba (A) y abajo (B), entonces, $S_1 = \{A,B\}$. El jugador 2 tiene las estrategias/columnas izquierda (I) y derecha (D), luego $S_2 = \{I,D\}$. Los beneficios son:

$$
\begin{array}{ll}
U_1(A,I) = 5; & U_2(A,I) = 5 \\
U_1(A,D) = -5; & U_2(A,D) = 10 \\
U_1(B,I) = 10; & U_2(B,I) = -5 \\
U_1(B,D) = 0; & U_2(B,D) = 0
\end{array}
$$

Este es el conocido "Dilema del Prisionero". En este caso si el jugador 1 elige A, entonces la respuesta óptima del jugador 2 será D, pues 10 > 5, y si elige B, el jugador 2 debe escoger D, pues 0 > - 5. Usando este mismo razonamiento para el caso en que el jugador 1 debe decidir su jugada sujeta a la del jugador 2, se obtienen los siguientes conjuntos de respuesta óptimas:

$$
\begin{array}{ll}
R_1(I) = \{B\}; & R_1(D) = \{B\} \\
R_2(A) = \{D\}; & R_2(B) = \{D\}
\end{array}
$$

2.3 El Equilibrio de Nash

S es el conjunto de todas las combinaciones de estrategias de los N jugadores. El conjunto de acciones $s^* = (s_1{}^*, s_2{}^*,...,s_N{}^*) \in S$ es un *equilibrio de Nash* si satisface

a) $s_i{}^* \in R\ (s_{-i}{}^*)\ \forall\ i \in N$, -o- equivalentemente

b) $U_i\ (s_i{}^*, s_{-i}{}^*) \geq Ui\ (s_i, s_{-i}{}^*)\ \forall\ i \in N,\ \forall\ s_i \in S_i$

La relación (a) quiere decir que un equilibrio es un conjunto de respuestas óptimas *mutuas*. La (b) destaca que las respuestas son débiles, lo que implica que hay muchos juegos que tienen una multiplicidad de equilibrios.

Usando esta definición $s^* = (B,D)$ es un equilibrio Nash porque

a) $B \in R_1(D)$ y $D \in R_2(B)$ [respuesta óptimas mutuas]

b) $U_1(B,D) = 0 \quad \geq \quad -5 = U_1(A,D)$
$U_2(B,D) = 0 \quad \geq \quad -5 = U_2(B,I)$

Vale la pena darse cuenta que los beneficios de este equilibrio no son óptimos paretianos. Los beneficios de (A,I) pareto dominan los de (B,D), pero (A,I) no es un equilibrio en el sentido Nash.

Ejemplo 2

En este juego se han cambiado algunos resultados de la matriz de pagos de los jugadores, pero se sigue teniendo dos jugadores.

Ilustración 2

Jugador 2

		I	D
Jugador 1	A	(5, 5)	(6, 5)
	B	(5, 6)	(0, 0)

En este caso:

$$R_1\ (I) = \{A,B\}; \qquad R_1\ (D) = \{A\}$$
$$R_2\ (A) = \{I,D\}; \qquad R_2\ (B) = \{I\}$$

Podemos observar que ahora existe una multiplicidad de equilibrios. El conjunto de los equilibrios de Nash es {(A,I); (B,I); (A,D)}.

Ejemplo 3: Duopolio a lo Cournot

Existen dos firmas en el mercado que abastecen a toda la demanda. Ambas son precio aceptantes, y la variable sobre que toman decisiones es la cantidad que producirán.

La demanda de mercado es: $p = 10 - 5 \cdot Q$

Las funciones de costos de las firmas son: $c_1 = 2 \cdot q_1$ para la firma 1 y $c_2 = q_2$ para la firma 2. Estas funciones de costos implican costos marginales constantes y además la no existencia de costos fijos.

La producción total de la economía es la suma de la producción individual de cada una de las dos firmas. Esta define la dependencia entre los jugadores; según la curva de demanda el precio es una función de la cantidad de ambas firmas, entonces tenemos un juego.

Las funciones que las firmas deben maximizar son:

$$U_1(q_1,q_2) = pq_1 - 2q_1 = (10 - 5\ (q_1 + q_2))q_1 - 2q_1$$

$$U_2(q_1,q_2) = pq_2 - q_2 = (10 - 5\ (q_1 + q_2))q_2 - q_2$$

Maximizando:

$$\frac{\partial U_1}{\partial q_1} = 10 - 10q_1 - 5q_2 - 2 = 0 \Rightarrow q_1^* = \frac{8 - 5q_2}{10}$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial q_2} = 10 - 5q_1 - 10q_2 - 1 = 0 \Rightarrow q_2^* = \frac{9 - 5q_1}{10}$$

Estas dos funciones nos permiten conocer las respuestas óptimas de las firmas ante las jugadas (nivel de producción) de la firma competidora. La función q_1* es más conocida como la "función de reacción" de la firma 1, y q_2^* es la función de reacción de firma 2. Preferimos llamarles según las definiciones anteriores, es decir, respuestas óptimas, porque la palabra "reacción" tiene el sentido de que una firma puede observar el nivel de producción de la otra, como si pasara un período de tiempo. Pero un duopolio es un juego simultáneo; los jugadores escogen sus estrategias simultáneamente.

Si resolvemos las respuestas óptimas simultáneamente, en efecto estamos encontrando respuestas óptimas mutuas, lo cual implica que la solución es un equilibrio Nash. Por ejemplo, substituyendo q_2^* de la firma 2 en la ecuación de q_1^* de firma 1 tenemos:

$$q_1^* = \frac{8 - 5\,(9 - q_1)}{10} \Rightarrow q_1^* = \frac{8 - 45 + 25q_1}{10}$$

Entonces, $q_1^* = \frac{7}{15}$, y $q_2^* = 9 - 5\,\frac{7}{15}$ es el equilibrio Nash.

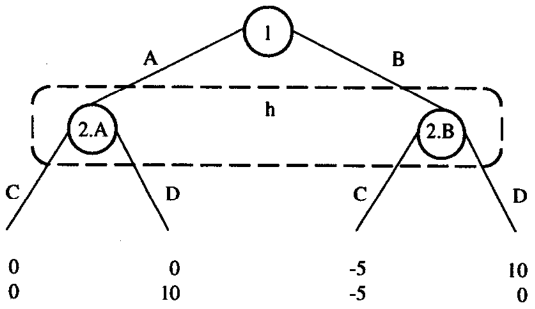
2.4 Forma extensiva de un juego

Con la *forma extensiva* de un juego se puede representar un juego dinámico, en el que un jugador juega primero y luego lo hace el otro jugador; a diferencia de antes en que ambos jugadores debían hacerlo simultáneamente. Además se representan la información que cada jugador tiene en el momento en el que te toca jugar y los pagos que reciben al finalizar el juego.

Ejemplo 4

En el diagrama se presentan los pagos a los jugadores, en la primera fila están los pagos al jugador 1 y en la segunda los del jugador 2. Así mismo tres nodos (en círculos de trazo continuo): uno del jugador 1 que es el que empieza el juego, y dos del jugador 2 que tiene dos posibles puntos de partida para ejecutar su jugada. Sin embargo, el jugador 2 no sabe qué acción ha tomado el jugador 1, por lo tanto lo que él tiene es un conjunto de información h "historia del juego", pues es incapaz de reconocer, en el momento que le toca jugar, si está en 2.A o en 2.B. Debe notarse, que como el jugador 2 tiene esta limitación, es como si el juego fuera simultáneo.

Ilustración 3



Como antes podemos determinar los conjuntos de respuestas óptimas de este juego para cada jugador, y el equilibrio de Nash:

R_1 (C) = {A}; R_1 (D) = {B}

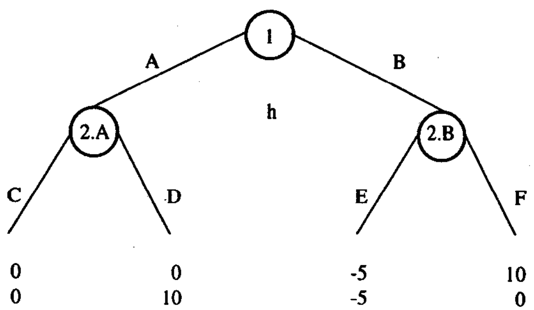
R_2 (A) = {D}; R_2 (B) = {D}

Equilibrio de Nash = {(B,D)}.

Ejemplo 5

Seguimos usando el mismo juego, pero ahora el jugador 2 sí conoce qué acción tomó el jugador 1, en otras palabras tiene dos conjuntos de información. Luego, en estricto el jugador 2 tiene 4 acciones para elegir, dependiendo de la que eligió el jugador 1: C, D, E, y F.

Ilustración 4



Hasta ahora la estrategia de los jugadores era una sola acción, no obstante, esto sólo se cumple parcialmente en este juego, se sigue cumpliendo para el jugador 1 pero no para el jugador 2. Este último debe saber qué acción tomar en cada estado posible del mundo (acción del jugador 1).

Por ejemplo, la estrategia (DE) quiere decir que si el estado del mundo es que el jugador 1 tomó la acción A, el jugador 2 tomar la acción D, y si el estado del mundo es que el jugador 1 tomó la acción B, el jugador 2 tomar la acción E.

De este modo podemos determinar los conjuntos de respuestas óptimas de los jugadores y el (los) equilibrio(s) de Nash.

$$R_1\ (CE) = \{A\};\ R_1\ (CF) = \{B\};\ R_1\ (DE) = \{A\};\ R_1\ (DF) = \{B\}$$

$$R_2\ (A) = \{DE,DF\};\ R_2\ (B) = \{CF,DF)$$

Equilibrio de Nash = {(A,DE); (B,CF); (B,DF)}.

Como podemos apreciar, en este juego se plantea el problema de la existencia de más de un equilibrio. Para solucionar este problema de multiplicidad de equilibrios Reinhard Selten (1975) sugiere que cada acción en cada conjunto de información debe ser una acción Nash (s_i que cumple con a y b del acápite 2.3). Aquí en el conjunto de información 2.A del jugador 2 la acción Nash es D(10>0) y en el conjunto de información 2.B es F (0 > -5), por lo tanto la acción Nash en el conjunto de información 1 es B.

h	1	2.A	2.B
Acción de Nash	B	D	F

Esta solución de Selten se llama solución Nash del subconjunto. Aquí la solución es {(B,DF)}.

2.5 Estrategias Mixtas

Algunos juegos no pueden resolverse utilizando el instrumental desarrollado anteriormente. Por ello es necesario introducir el concepto de estrategias mixtas. Antes de hacerlo, sin embargo, veremos un ejemplo que ilustre este tipo de juego.

Ejemplo 6

Ilustración 5

		Jugador 2	
		C	S
Jugador 1	C	(1, -1)	(-1, 1)
	S	(-1, 1)	(1, -1)

En este caso los jugadores pueden jugar cara (C) o sello (S). Sin embargo, se llega a un resultado muy especial. Los conjuntos de respuestas óptimas son:

$$R_1 (C) = \{C\}; \quad R_1 (S) = \{S\}$$

$$R_2 (C) = \{S\}; \quad R_2 (S) = \{C\}$$

No existe un equilibrio de Nash.

Definimos una *estrategia mixta* como una distribución de probabilidad en el espacio de las estrategias de cada jugador:

$$\sigma_i : S_i \rightarrow [0,1]$$

donde

$$\sum_{s_i \in S_i} \sigma_i(S_i) = 1$$

Entonces usando estrategias mixtas podemos resolver el juego así:

$$\sigma_1 (C) = 1-\sigma_1 (S)$$

$$\sigma_2 (C) = 1-\sigma_2 (S)$$

Las utilidades esperadas que los jugadores maximizan son:

$$U_1(\sigma_1,\sigma_2) = \sigma_1(C)\cdot[1\sigma_2(C)-1(1-\sigma_2(C))] + (1-\sigma_1(C))\cdot[-1\sigma_2(C)+1(1-\sigma_2(C))]$$

$$U_2(\sigma_1,\sigma_2) = \sigma_2(C)\cdot[-1\sigma_1(C)+1(1-\sigma_1(C))] + (1-\sigma_2(C))\cdot[1\sigma_1(C)-1(1-\sigma_1(C))]$$

Maximizando:

$$\frac{\partial U_1}{\partial \sigma_1} = [1\sigma_2(C)-1(1-\sigma_2(C))] - [-1\sigma_2(C)+1(1-\sigma_2(C))] = 0 \Rightarrow \sigma_2(C)= 1/2$$

Esta es la condición sobre la estrategia del jugador 2 para que el jugador 1 tome una estrategia mixta óptima.

También se obtiene una condición sobre la estrategia mixta del jugador 1 para que el jugador 2 tome una estrategia mixta óptima:

$$\frac{\partial U_2}{\partial \sigma_2} = [-1\sigma_1(C)+1(1-\sigma_1(C))]-[1\sigma_1(C)-1(1-\sigma_1(C))] = 0 \Rightarrow \sigma_1(C) = 1/2$$

Según Nash cada juego tiene un equilibrio en estrategias mixtas. Aquí el equilibrio es

$$\sigma_1(C) = 1/2, \sigma_2(C) = 1/2$$

Claro que un equilibrio como el equilibrio en el dilema del prisionero también es un equilibrio en estrategias mixtas donde $\sigma_1^*(C) = 1$, $\sigma_2^*(D) = 1$.

Este es un equilibrio en estrategias puras.

2.6 Superjuego

Los *superjuegos* también son conocidos como los juegos repetidos. Supongamos que el juego se repite un número T (finito) de veces. La función de utilidad del jugador i es:

$$U_i^*(s_i,s_{-i}) = (1-\delta_i) \sum_{t=0}^{T} \delta_i^t U_i(s_i, s_{-i})$$

donde δ_i es la tasa del descuento del jugador i.

Ejemplo 7

Este sigue siendo el dilema del prisionero, pero imaginemos que se puede repetir T veces.

Ilustración 6

		Jugador 2 I	Jugador 2 D
Jugador 1	A	(10, 10)	(0, 15)
Jugador 1	B	(15, 0)	(5, 5)

2.6.1 Definición: Estrategia "disparadora"

s_i^t = A, si $(s_i^t, s_j^t) = (A,A)\ \forall\ t = 0,\ldots, t\text{-}1$

s_i^t = B, en otro caso.

Si ocurre que $s_i^t = s_j^t$ (los dos jugadores juegan la estrategia disparadora), entonces la utilidad del jugador i es:

$$U_i^*\ (s_i, s_{-i}) = (1-\ \delta_i)\ \ \sum_{i=1}^{T} \delta_i^t \cdot 10$$

Definiendo una estrategia alternativa ($\hat{s}_i$)

$\hat{s}_i^t$ = A, si $(s_i^t, s_j^t) = (A,A)\ \forall\ t = 0,\ldots, t\text{-}1$

$\hat{s}_i^t$ = B, si t = T

$\hat{s}_i^t$ = B, en otro caso

Se obtiene la siguiente expresión para el beneficio del jugador i si él escoge $\hat{s}_i$ y el jugador j sigue la estrategia disparadora:

$$U_i^*\ (\hat{s}_i, s_{-i}) = (1-\ \delta_i)\ \ \sum_{t=0}^{T-1} \delta_i^t \cdot 10 + (1-\delta_i)\delta_i^T \cdot 15$$

Podemos demostrar que $U_i^* (\hat{s}_i, s_j) > U_i^* (s_i, s_j)$ cuando s_i y s_j ambas son la estrategia disparadora.

En general, no existen estrategias que puedan soportar el beneficio "cooperativo" (A,A) como un equilibrio cuando T es *finito*. Entonces, la cuestión importante es, ¿pueden resultar los beneficios cooperativos cuando T es *infinito*, es decir, $T = \infty$?

2.6.2 Definición

$(U_i^* (s_i, s_{-i}))_{i \in N}$ es *racional* si $U_i^* (s_i, s_{-i}) \geq \bar{U}_i$, $\forall$ $i \in N$, donde $\bar{U}_i = \min_{s_i} \max_{s_{-i}} U_i (s_i, s_{-i})$ es lo mínimo que el jugador i puede garantizarse en un juego.

2.6.3 El Teorema Folklorico

Cualquier resultado racional $(U_1^*,\ldots,U_N^*)$ del juego que pertenece al conjunto convexo de los beneficios del juego puede ser un equilibrio Nash en el superjuego $(T=\infty)$ donde $\Gamma^\infty (\delta)$ es el superjuego en el que los jugadores descuentan sus beneficios a la tasa *común*, δ[1].

Vale la pena destacar que el *beneficio* que resulta de las estrategias (A,A) en nuestra versión anterior del dilema del prisionero es posible, pero las *estrategias* (A,A) no son un equilibrio en el superjuego. Se puede obtener el beneficio $(U_1^*, U_2^*) = (U_1, (A, A,), U_2 (A, A))$ cuando ambos jugadores escogen la estrategia disparadora. También la estrategia *ojo por ojo*: $s_i^t = s_j^{t-1}$ que comienza con $s_i^0 = A$ y $s_j^0 = A$ alcanza el beneficio cooperativo.

1 Véase Aumann (1981) para el teorema formal y su prueba.

2.7 Multiplicidad de Equilibrios

Ejemplo 8

Ilustración 7

		Jugador 2	
		A	B
Jugador 1	A	(10, 10)	(0, -10)
	B	(-10, 0)	(0, 0)

El equilibrio Nash es el conjunto {(A, A), (B, B)} pero sólo (A,A) es un óptimo paretiano.

2.7.1 Definición (Selten): Equilibrio Perfecto

σ^* es un *equilibrio perfecto* si existe una secuencia $\{(\sigma_1^k,\ldots,\sigma_N^k)\}_{k=1}^{\infty}$ donde:

a) $\sigma_i^k(s_i) > 0 \;\forall\; s_i \in S_i, \;\forall\; k,$

b) $\lim\limits_{k\to\infty} \sigma_i^k(s_i) \to \sigma_i^* \;\forall\; i \in N$, y

c) $(\sigma_1^k,\ldots,\sigma_i^*,\ldots\sigma_N^k)$ es un equilibrio Nash para toda k.

La pregunta es si (B, B) es perfecto. Necesitamos una secuencia tal que:

$$\sigma_1^k(B) \to 1;\; \sigma_1^k(A) \to 0;\; \sigma_2^k(B) \to 1;\; \sigma_2^k(A) \to 0$$

Aquí la interpretación es: elegir A fue un error, pero el equilibrio debe ser sostenible dado el error. Para cualquier k tenemos:

$$U_1(A,\sigma_2^k) = 10\sigma_2^k(A) + 0\sigma_2^k(B)$$

$$U_1(B,\sigma_2^k) = -10\sigma_2^k(A) + 0\sigma_2^k(B)$$

Para ser un equilibrio Nash la estrategia B necesita ser una respuesta óptima para toda k:

$$U_1(B,\sigma_2^k) > U_1(A,\sigma_2^k)$$
$$-10\sigma_2^k(A) > 10\sigma_2^k(A)$$
$$20\sigma_2^k(A) < 0$$

Entonces cualquier secuencia que escogemos debe satisfacer

$$\sigma_2^k(A) < 0$$

lo que está prohibido porque por definición tememos:

$$\sigma_2^k(B),\ \sigma_2^k(A) > 0\ \forall\ k$$

Entonces (B, B), no es perfecto[2].

2.8 Información Incompleta

Se dice que un *juego es infomación incompleta* cuando al menos un jugador desconoce la función de pagos del otro. Ilustremos este caso.

Ejemplo 9

En este juego se ha incluido un jugador más –la Naturaleza. Ella asigna a cada jugador un tipo y cada jugador conoce su propio tipo. Aquí el jugador 1 tiene sólo un tipo, pero el jugador 2 puede ser de dos tipos: t_2 y τ_2. Entonces, tenemos un juego de información incompleta porque el jugador 1 no sabe cuál es el tipo que la Naturaleza le asignó al jugador 2 y no puede inferirlo porque los beneficios de 1 no varían con el tipo del jugador 2. Por lo tanto, es como si existieran dos juegos, donde el beneficio del jugador 2 es determinado por su tipo.

---

2 Existe un teorema que más o menos dice que los equilibrios que están dominados no pueden ser perfectos, pero en general la perfección no se puede seleccionar entre equilibrios óptimos (paretianos).

Ilustración 8

Jugador 2

		Tipo: t_2 A	Tipo: t_2 B		Tipo: τ_2 A	Tipo: τ_2 B
Jugador 1	A	(10, 10)	(0, 15)	A	(10, 10)	(0, -10)
	B	(4, 0)	(5, 5)	B	(4, 0)	(5, -10)

Hasta aquí tenemos un juego con información incompleta, pues, el jugador 1 no conoce el beneficio del jugador 2.

Según Harsanyi (1967, 1995) podemos asignar probabilidades primarias a las matrices, $p(t_2)$ y $p(\tau_2)$, que corresponden a las probabilidades que la Naturaleza asigna a cada tipo. Así el juego se convierte en un juego de información imperfecta, en la que no se conoce la estrategia del jugador Naturaleza.

Las estrategias dependen del tipo que tenga el jugador, y los beneficios dependen tanto del tipo como de las estrategias:

$$s_i: T_i \to S_i \text{ y } U_i: S \times T \to R, \text{ donde:}$$

$$U_i (s_i, s_{-i}, t_i, t_{-i}) = \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} p(t_{-i} | t_i)\, U_i (s_i, s_{-i})$$

Las probabilidades a posteriori $p(t_{-i} | t_i)$ se determinan por la ley de Bayes.

2.8.1 Equilbrio Bayes/Nash

En nuestro ejemplo, los conjuntos de respuestas óptimas del jugador 2 (para cada tipo posible) son:

$$R_{t_2}(A) = \{B\},\ R_{t_2}(B) = \{B\},\ R_{\tau_2}(A) = \{A\},\ R_{\tau_2}(B) = \{A\}$$

Entonces, $s_2^* (t_2) = B$ y $s_2^* (\tau_2) = A$

Los beneficios esperados del jugador 1 son:

$$U_1 (A, s_2^* (t_2), s_2^* (\tau_2)) = p(t_2 \mid t_1)\, U_1 (A, s_2^*(t_2)) + p(\tau_2 \mid t_1)\, U_1 (A, s_2^*(\tau_2))$$

$$U_1 (A, BA) = p(t_2)\, U_1 (A, B) + p(\tau_2)\, U_1 (A, A)$$

$$U_1 (A, BA) = p(t_2) \cdot 0 + p(\tau_2) \cdot 10 = 10 \cdot p(\tau_2)$$

$$U_1 (B, s_2^* (t_2), s_2^* (\tau_2)) = p(t_2 \mid t_1)\, U_1 (B, s_2^*(t_2)) + p(\tau_2 \mid t_1)\, U_1 (B, s_2^*(\tau_2))$$

$$U_1 (B, BA) = p(t_2)\, U_1 (B, B) + p(\tau_2)\, U_1 (B, A) = p(t_2)5 + p(\tau_2)4$$

$$U_1 (B, BA) = (1- p(\tau_2)) \cdot 5 + p(\tau_2) \cdot 4 = 5 - p(\tau_2)$$

Luego:

$$R_1 (BA) = \{A\} \Leftrightarrow U_1 (A, BA) \geq U_1 (B,BA)$$

Entonces, (A, BA) es un *equilibrio Bayes/Nash* si

$$10\, p(\tau_2) \geq 5 - p(\tau_2) \Leftrightarrow p(\tau_2) \geq 5/11$$

Ahora es obvio que $R_1 (BA) = \{B\} \Leftrightarrow p(\tau_2) = 5/11$

Entonces, el equilibrio Bayes/Nash es (A, BA) si $p(\tau_2) \geq 5/11$ y (B,BA) si $p(\tau_2) \leq 5/11$.

3. EJEMPLOS MACROECONOMICOS

En la década de los 80 el uso de la teoría de juegos llegó a la frontera de las investigaciones macroeconómicas. El objetivo de esta sección es hacer un resumen de algunos modelos estratégicos desarrollados en el contexto macroeconómico de América Latina.

3.1 El Modelo de Fraga y Warnes (1983)

Tal vez este es el primer modelo estratégico que incluye los detalles estrictamente latinoamericanos como (a) conflicto distributivo, (b) expectativas previas perfectas, (c) dinero pasivo, y (d) costos de inflación.

Los autores imaginan un mundo de dos grupos representantes de la economía, cada uno de los cuales puede pedir más (M) o menos (m) dinero para comprar el producto nacional. Más dinero crea un costo social en términos de inflación, lo cual destruye los beneficios. Es decir, la inflación es una externalidad negativa.

Ilustración 9

		Jugador 2: m	Jugador 2: M
Jugador 1	m	(10, 10)	(2, 12)
	M	(12, 2)	(4, 4)

El equilibrio Nash es (M,M) –en realidad este juego es una versión del dilema del prisionero. La diferencia está en que en vez de buscar una resolución del juego dentro de relaciones sociales repetidas (un superjuego y el teorema folklorico), los autores proponen la introducción del gobierno como un agente participante en el juego. Es decir, un gobierno que congela la evolución de los precios (dentro de una política heterodoxa) puede asegurar la situación cooperativa (m,m).

Variaciones a este tema se encuentra en Franco (1989), quien analiza el papel del gobierno como el acto de formar y hacer cumplir pactos sociales para llegar al beneficio cooperativo (m,m). De Castro (1991) demuestra que los pactos sociales no son necesarios si el gobierno puede cumplir con una regla monetaria. Finalmente, Arce (1994) prueba que las preferencias del gobierno son importantes, es decir, el gobierno tiene un papel estratégico en el conflicto social. En particular, las preferencias "populistas" del gobierno para favorecer un grupo social puede generar inflación y/o crear inestabilidad en los pactos sociales.

3.2 El Modelo de Simonsen (1988)

En una serie de artículos, Simonsen (1988a,b) criticó el análisis de expectativas racionales y sus implicancias para la estabilización latinoamericana. Dada una historia (experencia) con inflación crónica, Simonsen postula que los actores sociales tienen una tendencia a actuar de manera "prudente". La idea es, que en una población grande, como una economía, si toda la población no sigue una estrategia Nash coordinada, cabe la posibilidad de un resultado grave para algunos individuos, o la economía en su conjunto. Como muchos modelos de expectativas racionales tienen una multiplicidad de equilibrios –muy parecida a la situación en juegos– ¿quién puede predecir cuál es el equilibrio esperado? Más aún, Simonsen demuestra que la suposición de expectativas racionales implica que la economía llegue a un equilibrio Nash sin ayuda externa. Pero podrían existir buenas razones por las que los jugadores no escogen respuestas coordinadas al principio, y así la convergencia a un equilibrio Nash podría requerir que un jugador no juege su respuesta óptima. Para demostrarlo:

Ilustración 10

		Jugador 2: I	Jugador 2: D
Jugador 1	A	(-20, -20)	(15, -15)
	B	(-15, 15)	(12, 12)

Equilibrio de Nash = {(B, I); (A, D)}

$$\max_{s_i} \min_{s_{-i}} U_i\ (s_i, s_{-i}) \rightarrow (B,D)$$

Este juego tiene dos equilibrios de Nash –(B,I) y (A,D)– en cada uno de ellos, uno de los jugadores recibe un beneficio de -15. En contraste, si los jugadores siguen una manera de comportamiento "prudente", es decir, sus estrategias maxmin, ambos pueden asegurar un beneficio de 12. Frente a esta diferencia en beneficios esperados, ¿como podemos suponer que las expectativas racionales son una forma de comportamiento Nash?

Paradójicamente, si ambos jugadores comienzan con su estrategia maxmin –(B,D)– y después actúan como jugadores Nash, llegarán al resultado (A,I), un desastre para todos. Entonces, Simonsen postula que si un resultado Nash realmente es bueno para la economía, hay una necesidad de dirección del gobierno para coordinar estrategias. Así Simonsen justifica políticas como la del ingreso y la de la estabilización heterodoxa.

3.3 El Modelo de Heymann, Navajas y Warnes (1991)

Considerese un juego entre el gobierno y un grupo con intereses privados en el que el grupo puede actuar (A) o no actuar (NA) contra el gobierno para asegurar beneficios fiscales. El hecho de actuar tiene un costo para el grupo igual a "a" y un costo político para el gobierno igual a "z." El gobierno puede conceder (C) o no conceder (NC) al grupo. Si el gobierno concede, este tiene un costo igual a "y" (en términos de no alcanzar su meta macroeconómica), y el grupo recibe un beneficio fiscal igual a "x". Los autores suponen que el costo económico, "y" sea menor que el costo político, "z," es decir, $y \leq z$.

En forma estratégica el juego es:

Ilustración 11

			Jugador 2	
			Conceder	No conceder
			C	NC
Jugador 1	No actuar	NA	(x, -y)	(0,0)
	Actuar	A	(x-a, -y-z)	(-a, -z)

El equilibrio Nash es (NA,NC), lo cual indica que no hay un sesgo "inflacionario" en este tipo de relación social. Pero los autores se dan cuenta que, según el Teorema Folklorico, el *beneficio* que corresponde a (A,C) es posible como un equilibrio en el superjuego.

Así, ellos dicen que la inflación en América Latina resulta de relaciones repetidas como (A,C), lo cual quiere decir que esta situación social puede producir inflación, y el problema es la selección del equilibrio[3]. Entonces, de nuevo tenemos la idea de Simonsen de que en países en desarrollo es posible que el problema de estabilización sea un problema de crear instituciones para guiar actores sociales al equilibrio Nash.

---

3 Otros estudios que producen inflación como un producto de juegos repetidos incluye Mondino/Sturzenegger/Tommasi (1993) y Zarazaga (1993).

4. UNAS PALABRAS SOBRE CREDIBILIDAD

En su mayor parte, el análisis macroeconómico estratégico en los países OCDE está centrado en el concepto de credibilidad, lo que tiene mucho que ver con la idea del equilibrio del subjuego en forma extensiva (Welch y McLeod 1993; Kiguel y Liviatan 1994). Otra manera de investigar credibilidad es la idea de que el gobierno tiene una ventaja en forma de información asimétrica sobre sus preferencias inflacionarias. Por ejemplo, Della Mea (1990) ha investigado la idea de que un gobierno desinflacionista podría señalar sus preferencias y así generar expectativas en el sector privado para estabilizar la economía.

Edwards (1994) y Paldam (1994) opinan que estos conceptos de credibilidad no tienen mucho que ver con programas de estabilización en América Latina. Su idea es que un programa de estabilización es aislado; su diseño es romper las acciones pasadas del gobierno, y si el programa fracasa, no hay valor en términos de credibilidad. Las ideas de credibilidad están más relacionadas al concepto de políticas permanentes, como la misión del Bundesbank de mantener una inflación baja.

Andersen (1989) y Dornbusch (1991) introducen dos definiciones alternativas de credibilidad que tienen que ver con el concepto de información asimétrica. Según Andersen, en muchos países con instituciones económicas débiles, el gobierno no puede señalar sus preferencias. La situación crea un problema de credibilidad porque a veces existen políticas que satisfacen la compatibilidad de incentivos en las cuales el sector privado no puede diferenciar entre políticas cuando el gobierno no dice la verdad al anunciar su programa. Dornbusch añade que también hay un problema de credibilidad si la información asimétrica implica que la probabilidad que el programa fracase sea mayor que cero.

5. COMENTARIOS FINALES

Un paso importante para interpretar económicamente los temas que preocupan a los economistas en Latinoamérica es la ampliación de los conceptos de equilibrio que ha proporcionado el análisis macroeconómico convencional. En la sección anterior hemos mostrado diversos ejemplos de la macroeconomía contemporánea en la que los distintos refinamientos del equilibrio Nash han permitido describir económicamente distintos problemas.

Para entender que el resultado del conflicto distributivo no era pareto óptimo, fue necesario introducir el concepto de Equilibrio de Nash. Con este equilibrio Fraga y Warnes (1983) pudieron describir el conflicto distributivo –y sus consecuencias inflacionarias– como una variante del dilema del prisionero. Para llegar a la solución cooperativa se introduce al gobierno como un jugador más, apareciendo los beneficios derivados de la imposición de una regla monetaria o de la creación de pactos sociales.

Cuando los agentes se enfrentan a un periodo largo de inflación alta, el supuesto de expectativas racionales puede llevar a un equilibrio en el que algún grupo o toda la economía cargue con los costos de la inflación, es decir, podemos estar en un equilibrio que no es pareto óptimo. Simonsen (1988) muestra que en los países en desarrollo, donde el comportamiento de los agentes es "prudente" se puede llegar a un resultado perjudicial para todos. De este modo la acción del gobierno para llevar a la economía a un equilibrio de Nash pareto óptimo, se justifica.

Se requiere un esquema teórico que permita la interrelación de varios agentes –el caso del gobierno interactuando con un grupo con intereses privados no es raro en los países latinoamericanos–, y que considere a las políticas como respuesta o acciones que se repiten periodo tras periodo. Heymann, Navajas y Warnes (1991) demuestran que este carácter dinámico del juego entre el gobierno y un grupo con intereses privados puede llevar a la economía a un proceso inflacionario. Aquí la creación de instituciones que lleven a la economía a un equilibrio de Nash que es pareto óptimo, se justifica como en el caso anterior.

Las consecuencias de la reputación del gobierno sobre el comportamiento de los agentes es un tema que ha venido desarrollándose en la reciente literatura del análisis macroeconómico estratégico y de la información asimétrica. Las conclusiones de los estudios sobre credibilidad difieren de acuerdo al contexto institucional de una economía. En las economías desarrolladas el gobierno está en la capacidad de revelar sus preferencias desinflacionarias para que los agentes adapten sus expectativas a ellas y se pueda estabilizar la economía. En cambio en economías menos desarrolladas (con instituciones económicas débiles) el gobierno no puede revelar estas preferencias y no es posible dar señales de cuál es su intención, por ello las expectativas del sector privado ocasionan mayor inflación, en sentido contrario a lo que el gobierno espera como resultado de sus políticas.

REFERENCIAS

ANDERSEN, Torben
1989 "Credibility of Policy Announcements", European Economic Review, 33: 13-30.

ARCE M., Daniel G.
1994 "Fiscal Policy and the Theory of Conflict Inflation," The Manchester School of Economic and Social Studies, 62(4)425-437.

ARMIJO, Leslie Elliott
1995 "Inflation and Insouciance: The Peculiar Brazilian Game", Latin American Research Review, forthcoming.

AUMANN, R.J.
1981 "Survey of Repeated Games", in Essays in Game Theory and Economics in Honor of Oskar Morgenstern, Mannheim: Bibliographisches Institut, pp.11-42.

DE CASTRO, Steve
1991 "Removing Inflation in a Macroeconomic Game of Conflict over the Distribution, Without the Use of a Social Pact", ANAIS, 1: 41-48.

DELLA MEA, Umberto
1990 "Desinflación Creíble Bajo Información Asimétrica", SUMA, 5: 57-67.

DORNBUSCH, Rudiger
1991 "Credibility and Stabilization", Quarterly Journal of Economics, 56: 837-850.

EDWARDS, Sebastian
1994 "The Political Economy of Inflation and Stabilization in Less Developed Countries", Economic Development and Cultural Change, 42: 235-266.

FRAGA, Armínio y Sergio WERLANG
1983 "Uma visão da inflaço como conflito distributivo", Revista Brasilereira de Economia, 37(3) 361-368.

FRANCO, Gustavo H.B.
1989 "Inércia e Coordinaço: Pactos, Congelamentos e Seus Problemas", Pesquisa e Planejamento Economico, 19(1) 65-84.

HARGREAVES-HEAP, S.P.
1994 "Institutions and (Short-Run) Macroeconomic Performance", Journal of Economic Surveys, 8(1) 35-56.

HARSANYI, John C.
1967-8 "Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players I,II,II", Management Science, 14(3) 159-82, 14(5) 320-324, 14(7) 486-502.

HARSANYI, John C.
1995 "Games with Incomplete Information", American Economic Review, 85(3) 291-303.

HEYMANN, D., F. NAVAJAS y I. WARNES
1991 "Conflicto Distributivo y Déficit Fiscal", El Trimestre Economico, 58(229) 101-137.

KIGUEL, M. y N. LIVIATAN
1994 "A policy-game approach to the High Inflation Equilibrium", Journal of Development Economics, 45(1) 135-140.

KUHN, Harold
1953 "Extensive Form Games and the Problem of Information", Contributions to the Theory of Games, Vol.I, Princeton: Princeton University Press.

MONDINO, G., F. STURZENEGGER, y M. TOMMASI
1993 "Recurrent High Inflation and Stabilization. A Dynamic Game", documento de trabajo, UCLA.

NASH, J.
1950 "Equilibrium Points in n-Person Games," Proceedings of the National Academy of Sciences, Vol.36, N° 1, pp. 48-9.

NASH, J.F.
1951 "Non-cooperative Games", Annals of Mathematics, Vol.4, pp. 286-95.

PALDAM, Martin
1994 "The Political Economy of Stopping High Inflation", European Journal of Political Economy, 10: 135-169.

POSTIGO DE LA MOTTA, William
1986 "Déficit Fiscal, Inflación y Conflicto Social en el Perú", Revista de Finanzas Publicas (Lima), 11: 49-69.

RASMUSEN, E.
1992 "Folk Theorems for the Observeable Implications of Repeated Games", Theory and Decision, 32(2)147-164.

ROXBOROUGH, Ian
1992 "Inflation and Social Pacts in Brazil and Mexico", Journal of Latin American Studies, 24: 639-664.

SELTEN, Reinhard
1975 "Re-examination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games", International Journal of Game Theory, Vol.4, N° 1, pp. 25-55.

SIMONSEN, M.H.
1988a "Rational Expectations, Game Theory and Inflationary Inertia", in P.W. Anderson et al (eds.), The Economy as an Evolving Complex System, N.Y.: Addison-Wesley, pp. 205-241.

SIMONSEN, M.H.
1988b "Price Stabilization and Incomes Policies: Theory and the Brazilian Case Study,: in M. Bruno et al. (eds,), Inflation Stabilization, Cambridge: MIT Press, pp. 259-286.

VELASCO, Andres
1987 "Politicas de Estabilizacion y Teoria de Juegos", Colección de Estudios CIEPLAN, 21(124) 49-75.

WELCH, J.H. y D. McLEOD
1993 The Costs and Benefits of Fixed Dollar Exchange Rates in Latin America," Federal Reserve Bank of Dallas, Economic Review, First Quarter, pp. 31-44.

ZARAZAGA, Carlos
1993 "Megainflations as Hyperinflation Avoidance", mimeo, Federal Reserve Bank of Dallas.