

Robert Aumann y la teoría de juegos*

ALEJANDRO LUGON CERUTI**

Agradezco sinceramente el privilegio de tener la oportunidad de dar el discurso de orden en honor del Dr. Robert Aumann.

El trabajo del Dr. Aumann es una referencia inevitable en varios campos de la economía, principalmente en la Teoría de Juegos, donde sus aportes le valieron el Premio Nobel de Economía, junto con Thomas Schelling, en 2005: por «haber ampliado nuestra comprensión de conflicto y cooperación en la teoría de juegos» [1]. Aunque el Dr. Aumann también tiene aportes importantes en otros campos, su trabajo en el campo de la teoría de juegos ha sido fundador, estableciendo en varios temas las bases a partir de las cuales se desarrollarían luego los demás aportes.

Un aspecto que comparten casi todos sus trabajos es atacar problemas a primera vista sencillos, por ser fácilmente explicados de manera informal, pero conceptualmente difíciles de establecer con precisión. Empezando en la mitad del siglo pasado, en una época en la que las matemáticas se instalaban con fuerza en la teoría económica, el Dr. Aumann usó con maestría su sólida formación matemática para formular elegantes modelos y conseguir resultados claves, principalmente para la teoría económica, pero también con impacto en otras disciplinas académicas. Sus trabajos en juegos repetidos en 1959 [2], competencia perfecta en 1964 [3] y conocimiento común en 1976 [4] son excelentes ejemplos de esto y en ellos me centraré en esta exposición. Intentaré en lo que sigue no ser muy técnico, aún a costa de perder precisión en las afirmaciones.

JUEGOS REPETIDOS

La Teoría de Juegos puede ser considerada una rama de las matemáticas aplicadas de gran utilidad en varios campos, principalmente en economía, pero también en ciencia política, sociología, derecho, biología, etc. La Teoría de Juegos estudia las situaciones en las que varios agentes toman decisiones en un contexto de interrelación estratégica, donde el resultado de cada agente depende del conjunto de acciones tomadas por todos los agentes.

* Discurso leído en el acto académico del jueves 11 de abril de 2013 por el otorgamiento del grado de doctor honoris causa al Dr. Robert Aumann en el Auditorio de Derecho de la PUCP.

** Profesor principal del Departamento de Economía de la PUCP.

Es así que cuando uno de estos agentes toma una decisión, debe considerar cómo esta se relaciona con las decisiones de los otros agentes. Clásicamente se distingue entre juegos cooperativos y juegos no cooperativos. Los primeros son útiles para analizar situaciones en las que las reglas de interacción no son claras y se enfocan en los resultados en términos de lo obtenido por los agentes agrupados en coaliciones. Los juegos no cooperativos son útiles para estudiar las acciones individuales. En estos juegos el concepto básico de solución es el de Equilibrio de Nash, donde no es posible que un individuo mejore su resultado actuando unilateralmente. En lo que sigue asumiremos siempre este concepto como solución.

El estudio de Robert Aumann de juegos repetidos [2] relaciona de cierta manera ambos enfoques. Muchas situaciones pueden ser vistas o modeladas como un juego repetido: la competencia entre empresas, las redes sociales de ayuda mutua, entre otras. En ellas la interacción entre los agentes se repite período tras período en la misma forma. Si se analiza esta interacción solo en el corto plazo, viendo el juego que se juega en cada período, podemos tener resultados que no corresponden a lo observado. Esto se debe a que en un entorno de largo plazo los jugadores toman en cuenta no solo sus resultados instantáneos si no también el efecto futuro de sus acciones. Usando las herramientas de los juegos repetidos podemos explicar comportamientos como la cooperación o la venganza en agentes egoístas, conductas que vistas como comportamientos de corto plazo no se pueden sostener sin asignarles a los agentes una valoración subjetiva de estos comportamientos por sí mismos. La dificultad técnica en el tema de los juegos repetidos es que aún el juego más sencillo, visto como un juego repetido, se convierte en un objeto de estudio bastante complicado. En este campo es famoso el Teorema Folk (bautizado así por Aumann años más tarde) nombre que alude al hecho que el teorema era conocido y aceptado por la comunidad científica sin haber sido publicado por nadie. En términos sencillos y no exactos este teorema nos dice que en un juego repetido es posible obtener como pago promedio de jugadores egoístas el mismo pago que en el juego, jugado una sola vez, obtendrían jugadores colaborativos.

Podemos ilustrar este resultado con el quizás más famoso de los ejemplos de juego no cooperativo: el dilema del prisionero: dos individuos deben decidir si colaborar o no entre ellos. La colaboración da un mejor resultado para ambos pero genera también costo a ambos. De esta manera cada uno prefiere no cooperar y que el otro lo haga, esto da como resultado que ambos no cooperen, teniendo como situación final la peor posible desde el punto de vista conjunto. Si este mismo juego se repite un número grande (infinito) de veces entre los mismos jugadores, se pueden construir equilibrios basados en decisiones egoístas, que dan a ambos jugadores un pago promedio igual al de la mutua cooperación en el juego instantáneo. En el dilema del prisionero jugado una sola vez la cooperación mutua no es la acción que eligen los agentes egoístas, en el dilema del prisionero jugado muchas veces la cooperación mutua puede ser el comportamiento de agentes egoístas. Básicamente porque es sostenida por el efecto futuro de las acciones de un período.

Aumann en su trabajo de 1959 [2] formaliza la idea y prueba una versión más amplia del teorema folk, relacionando los resultados de un juego jugado cooperativamente con los resultados del mismo juego jugado repetidas veces pero de manera no cooperativa. Este trabajo es referencia fundamental en el productivo campo de los juegos repetidos.

ECONOMÍAS CON INFINITOS AGENTES

El modelo de mercado con competencia perfecta o libre competencia, tiene como supuesto clave la ausencia de poder de mercado de los agentes; consumidores y productores. Esto quiere decir que la influencia individual de cada uno de ellos en los resultados agregados es nula. Teóricamente podríamos afirmar que la ausencia de poder de mercado en una economía con un número finito de agentes es algo imposible de lograr, algo así como querer obtener un número positivo por medio de la suma de un número finito de ceros. Para tener un modelo consistente de competencia perfecta es necesario considerar infinitos agentes. Aumann en su trabajo de 1964 [3] postula un modelo con un continuo de agentes, tantos agentes como puntos en un segmento. Con este supuesto, irreal, se logra construir un modelo en el cual se pueden usar las herramientas del análisis matemático y tener potentes y válidos resultados. De estos el principal es la equivalencia entre el núcleo y el conjunto de asignaciones de equilibrio a través de un mercado de competencia perfecta. En palabras simples este resultado establece que con competencia perfecta el mercado produce la misma situación que emergería de la cooperación entre los agentes. Siendo un poco más rigurosos, el núcleo de una economía es el conjunto de asignaciones para las cuales ningún subgrupo de agentes, ninguna coalición, plantearía una oposición o separación del resto de la economía. El concepto de núcleo es clave en los juegos cooperativos, donde no se asume una estructura para la interacción entre los agentes. Una asignación que está en el núcleo es una asignación estable aún si asumimos que cualquier subgrupo de agentes puede cooperar entre ellos y fuera del resto de la economía. Por otro lado, la asignación de equilibrio con mercados competitivos es el resultado del intercambio entre los agentes respetando los precios del mercado. La asignación de equilibrio está siempre en el núcleo pero en una economía con un número finito de agentes el núcleo incluye muchas más asignaciones. Conforme el número de agentes crece el núcleo se hace más pequeño y en el límite debería coincidir con las asignaciones de equilibrio. En el tiempo en que Aumann escribió su trabajo, esta era una idea aceptada y existían algunas pruebas particulares de la convergencia del núcleo cuando el número de agentes tendía a infinito. Asumiendo un continuo de agentes, pero siendo menos restrictivo en el resto de supuestos, Aumann probó que el núcleo coincide con las asignaciones de equilibrio competitivo. Además de este resultado puntual, el solo establecimiento del modelo con un continuo de agentes constituyó un aporte importantísimo a la teoría económica.

CONOCIMIENTO COMÚN

En la teoría de juegos, y en general en todo entorno de interrelación entre varios agentes, la información es crucial. Las decisiones de todo individuo dependen de la información que posea en el momento de tomarla. Aún más, en un entorno de interrelación estratégica, en el cual la consecuencia de mi decisión depende también del comportamiento de los otros agentes, la información que poseo sobre la información que poseen estos agentes también es crucial para mí. Esto nos lleva al problema de definir qué es “conocimiento común” entre los agentes. Que cierta información sea conocimiento común, no solo significa que todos lo saben, también debe ser verdad que todos saben que todos saben, y que todos saben que todos saben que todos lo saben y así sucesivamente. En los libros de texto actuales de teoría de juegos es común encontrar este tipo de construcciones para introducir o ilustrar la idea de conocimiento común, pero formalizar el concepto no es tan fácil como ilustrarlo. Aumann en su trabajo de 1976 [4] nos brinda una elegante formalización por medio de particiones de los estados de la naturaleza. Usando esta idea, Aumann prueba que dos personas que tienen la misma creencia inicial y reciben información diferente cada una, al actualizar sus creencias de acuerdo a la información recibida, si estas creencias actualizadas son conocimiento común entonces deben ser las mismas. En palabras del mismo Aumann en su artículo, dos personas que tienen las mismas creencias iniciales no pueden estar de acuerdo en no estar de acuerdo. Más allá del resultado del artículo, la formalización dada por Aumann estableció todo una línea de estudio que rebasa la teoría de juegos. Respecto a este trabajo el propio Dr. Aumann relata en una entrevista con Sergiu Hart [5], que el resultado le pareció tan directo que no pensaba publicarlo, Kenneth Arrow lo convenció de hacerlo y se convirtió en uno de sus artículos más citados.

He querido en este discurso hablar solo de estos tres temas, por ser cruciales para la teoría económica, pero los aportes del Dr. Aumann van más lejos que lo dicho hasta acá. Temas que también deberían estar presentes son el concepto de Equilibrio Correlacionado, los juegos secuenciales con información incompleta, sus aportes en el área de juegos cooperativos, entre otros. Una buena fuente para entrar en estos temas es la entrevista antes citada) [5].

Fuera de la producción académica el Dr. Aumann fue uno de los fundadores y pilares del Center for the Study of Rationality de la Hebrew University, también participó en la creación de la Game Theory Society y fue su primer presidente durante cuatro años.

Para terminar, solo resta mencionar que la importancia del trabajo del Dr. Aumann se ve reflejada en los varios premios y reconocimientos que ha recibido hasta ahora, en especial el Premio Nobel. En esa línea el otorgamiento del grado de Doctor Honoris Causa por la PUCP es también una consecuencia natural de todos sus aportes académicos.

Gracias.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Nobelprize.org, “The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 2005,” [Online]. Available: http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2005/. [Accessed 04 04 2013].
- [2] R. Aumann, “Acceptable Points in General Cooperative n-Person Games,” *Contributions to the Theory of Games IV*, pp. 287-324, 1959.
- [3] R. Aumann, “Markets with a Continuum of Traders,” *Econometrica*, pp. 39-50, 1964.
- [4] R. Aumann, “Agreeing to Disagree,” *Annals of Statistics*, pp. 1236-1239, 1976.
- [5] S. Hart, “An Interview with Robert Aumann,” *Macroeconomics Dynamics*, pp. 683-740, 2005.