Los vectores en el diseño de estructuras

Cecilia Gaita Iparraguirre | cgaita@pucp.edu.pe
Roy Sánchez
Wilmer Atoche
Claudio Ríos

Introducción

A continuación, presentaremos una actividad que corresponde al curso Matemáticas Básicas que es el primer curso de Matemáticas en el Plan de Estudios de los estudiantes de Ciencias e Ingeniería.

En este curso, los estudiantes desarrollan la capacidad de aplicar conceptos básicos y las propiedades fundamentales de los números reales, las nociones y ecuaciones de rectas en el plano y en el espacio, de planos en el espacio y de las secciones cónicas de la geometría analítica plana, así como las nociones y propiedades de los vectores de varias componentes, de las coordenadas polares y de los números complejos.

El curso se desarrolla utilizando una combinación de clases expositivas y actividades cooperativas. Durante las clases expositivas, se presentan los conceptos y los principios fundamentales del curso y se muestra su aplicación, cuando corresponda, a otras disciplinas. A través de las actividades cooperativas, se fomenta en los estudiantes la habilidad de aprender a aprender y se alienta el trabajo en equipo.

Los horarios de clase cuentan con un promedio de 60 alumnos y, durante las actividades colaborativas, los alumnos trabajan en grupos de cuatro. Durante el desarrollo del trabajo cooperativo, se cuenta con el acompañamiento de dos asistentes de docencia, quienes conocen la actividad y sus objetivos. Ellos, al igual que el profesor, brindan asesoría a los estudiantes y mantienen al profesor informado sobre el desarrollo de las sesiones.

Actividad

Se desarrolla el tema de vectores y rectas en el espacio.

Objetivo de aprendizaje involucrado en la actividad:

Aplicar las operaciones con vectores en el espacio en el desarrollo de problemas contextualizados. Se recurrirá al cálculo del módulo de un vector, la forma vectorial de la ecuación de una recta, la proyección ortogonal y el producto vectorial.

[1] http://es.wikipedia.org/wiki/Trebuchet

Desarrollo de la actividad:

Procedimiento de la actividad	Materiales	Tiempo aprox.
Los alumnos responderán una prueba individual. Esta prueba permite discriminar quiénes son aquellos estudiantes que vienen a la sesión habiendo estudiado previamente el tema indicado de quienes no lo han hecho.	Solo la hoja con la pregunta.	10 min.
Una actividad en parejas. Hay dos parejas con tareas diferentes.	Solo la hoja con la pregunta de la pareja asignada. Calculadora y apuntes de clase.	50 min.
Un trabajo grupal que será resuelto con los insumos que las dos parejas puedan aportar.	Las hojas con las respuestas de las dos parejas. Calculadora y apuntes de clase.	40 min.

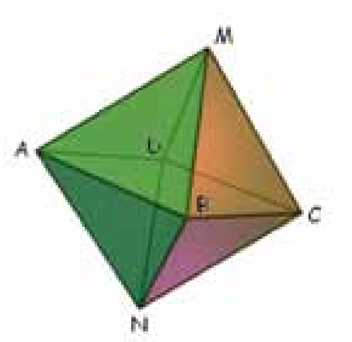
Anexos

Materiales de actividad

Actividad: Vectores y rectas en el espacio

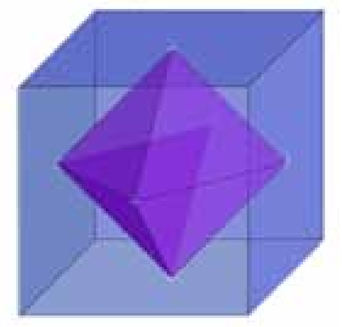
Parte I: INDIVIDUAL
Halle la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1; 4; -5) y B(3; 0; -6).

Parte II: PAREJA 1
Información útil: EL OCTAEDRO REGULAR



Un **octaedro** es un sólido compuesto de 8 caras en forma de triángulo equilátero, 6 vértices y 12 aristas. En cada vértice de un octaedro, concurren cuatro caras.

Se dice que un octaedro es el dual de un cubo, puesto que, si unimos los centros de las caras de dicho cubo, se forma un octaedro y si unimos los centros de las caras de un octaedro, obtenemos un cubo.



Para el octaedro mostrado en la primera figura, se verifica que A=(-4;10;8), L1: P = (-4;10;8) + t (4; 1;-8), $t \in \Re$ es la recta que contiene a la arista AD y L_2: P = (4;3;1) + r (7; 4; 4), $r \in \Re$, es la recta que contiene a la diagonal MN.

Hallen:
a. Las coordenadas del centro O del octaedro
b. La distancia de A a L_2 y la longitud de una arista
c. Las coordenadas de los otros vértices

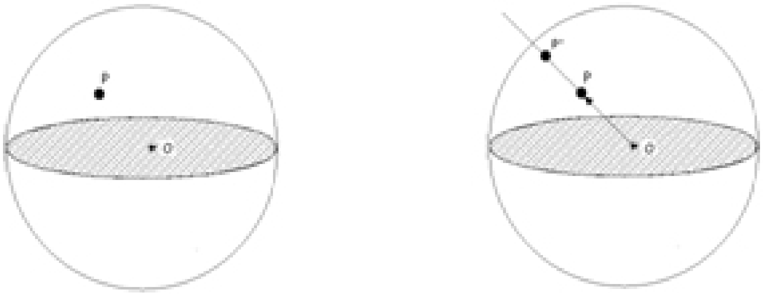
ISSN: 2221-8874 (En línea)

Parte I: PAREJA 2

Información útil: PROYECCIÓN CENTRAL DE UN PUNTO SOBRE LA SUPERFICIE DE UNA ESFERA

Consideremos un punto P en el interior de una esfera de centro O.

La **proyección central** de P sobre la superficie de dicha esfera se obtiene prolongando el vector OP hasta que toque a la esfera en un punto P'. Al punto O se le conoce como **centro de proyección**. Así, se dice que **P'** es la proyección central de P sobre la superficie de la esfera.

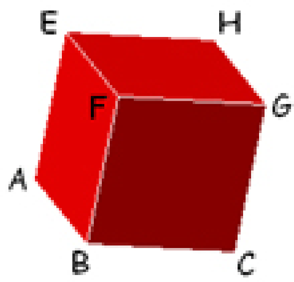


Sea ABCDEFGH el cubo mostrado en la figura, donde A=(6; 2; 9), B=(10;3; 1) y C=(6; 11; 0). Consideremos también la esfera de centro en C y radio r = 18.

a. Hallen las coordenadas de los vértices D, E, F, G y H, donde H tiene solo la primera coordenada negativa.

b. Encuentren las coordenadas de las proyecciones centrales E', G' y H' sobre la superficie de la esfera correspondientes a los puntos E, G y H, respectivamente. Consideren a C como el centro de proyección.

c. Si los datos del problema eran solo las coordenadas de A, de C y la recta que pasa por M y N, centros de las caras ABCD y EFGH, respectivamente, ¿cómo habrían podido hallar B? Expliquen.

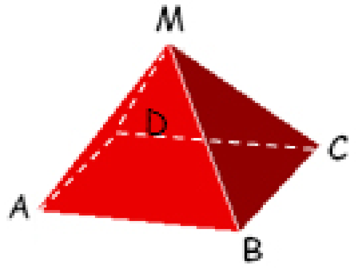


Parte III: TRABAJO GRUPAL (dos parejas)

Un **domo geodésico** es una estructura muy utilizada en arquitectura, es un sólido que está inscrito en una esfera; específicamente, es un poliedro de caras triangulares.
Para construirlo, se parte de un poliedro regular que, por lo general, es un octaedro, un dodecaedro o un icosaedro.
El centro de la esfera es el centro del poliedro, inscrito en la esfera.

 ISSN: 2221-8874 (En línea)

Construiremos un domo geodésico a partir de la mitad de un octaedro regular ABCDM (mostrado en la figura).

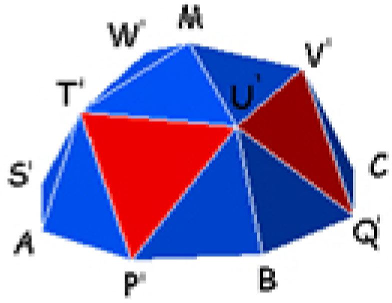


Para ello:

1° Dividimos cada arista de ABCDM en 2 partes iguales para obtener los puntos medios P, Q, R y S en la base y T, U, V, W y M en las aristas laterales.

2° Hallamos las proyecciones centrales de los puntos medios encontrados en el paso 1°, cuyo centro de proyección es el centro de la esfera circunscrita al poliedro ABCDM: P', Q', R' y S' en la base y T', U', V' y W'

3° Las proyecciones centrales halladas en el paso 2° son los vértices del domo, como se muestra en la figura de la derecha.



Sean A= (9;-1;7), C=(9; 5; 1) y L1: P = (12; -4;-2) + t (-2; 4; 4), t □□ la recta que contiene a O y **M**.

a. Hallen las coordenadas del punto O, centro de la base del domo.
b. Determinen el radio de la esfera circunscrita al octaedro.
c. Encuentren las coordenadas de los puntos B, D y M (escojan una de las soluciones).
d. Hallen las coordenadas de los vértices P', T', U', V' y W' del domo geodésico.

ISSN: 2221-8874 (En línea)