
Las cónicas en el diseño de soportes de una banca

Edwin VillogasHinostraza
evillogas@pucp.edu.pe

Elizabeth Milagro Advíncula
eadvincula@pucp.edu.pe

Resumen:

Se presenta una actividad colaborativa de Matemática en la que los alumnos determinan las ecuaciones y las gráficas de cónicas y rectas; y reconocen las ventajas de usar un software como Winplot o Geogebra para obtener las gráficas, así como para realizar cambios de forma rápida.

Palabras claves:

Geometría analítica, cónica, recta, Winplot, Geogebra y actividad colaborativa.

Introducción

En la vida cotidiana nos encontramos en nuestro entorno con innumerables objetos que nos rodean que por nuestras diversas ocupaciones, no les prestamos atención desde el punto de vista matemático, es decir, el presente artículo trata sobre las cónicas en el diseño de soportes de la banca de un parque, que es un objeto que percibimos todos los días al caminar por el recinto universitario, en el que se observó que el soporte estaba creado en base a varias cónicas, por lo que se desarrolló una actividad con un lenguaje claro y preciso, con la finalidad de que los alumnos descubran la presencia de cónicas en el soporte de la banca y a su vez utilicen las TIC (Winplot y Wingeom), para crear a partir de esta actividad sus propios diseños, con la ayuda de la tecnología y permitir así reflexionar sobre la potencialidad que ofrecen estas herramientas.

A continuación, presentamos una actividad realizada en el curso de Matemáticas Básicas, correspondiente al primer ciclo de Estudios Generales Ciencias.

Esta experiencia responde a la intención de contribuir con el aprendizaje significativo de la geometría analítica, específicamente de las rectas y cónicas, mostrando la utilidad del conocimiento de estos conceptos matemáticos en el diseño de objetos de nuestro entorno cotidiano. Para esto, se diseñó una actividad que incluía las representaciones, algebraica y gráfica, de rectas y familias de cónicas, que permitirían obtener el diseño del soporte de una banca de un parque, usando el software matemático Winplot o Geogebra.

Esta actividad se diseñó para que los alumnos lo trabajen de forma colaborativa ya que esto permitiría que desarrollen la habilidad de argumentar e intercambiar información usando un lenguaje matemático adecuado. Durante el desarrollo del trabajo cooperativo, se cuenta con el acompañamiento de dos asistentes de docencia, quienes conocen la actividad y sus objetivos. Ellos, al igual que el profesor, brindan asesoría a los estudiantes.

Objetivo de aprendizaje involucrado en la actividad^{EL}

Al final de la actividad, los alumnos determinarán las ecuaciones y las gráficas de parábolas, elipses, circunferencias y rectas. También, determinarán los puntos de intersección de rectas con cónicas, y reconocerán las ventajas de usar un software como Winplot o Geogebra para graficar parábolas, elipses, circunferencias o rectas, así como para realizar cambios de forma rápida.

Ejecución de la actividad

La actividad se dividió en tres partes: una primera parte individual, una segunda parte en parejas y una parte final en grupos de cuatro.

En la primera parte, el trabajo fue individual con el fin de explorar sobre los conocimientos que traían los estudiantes sobre las rectas y cónicas.

En la segunda parte, los objetivos de la pareja 1 fueron: determinar la ecuación de una familia de parábolas dadas ciertas condiciones, determinar la ecuación y la gráfica de una parábola específica correspondiente a dicha familia, y determinar los puntos de intersección de una parábola con una circunferencia o con rectas verticales; y los objetivos de la pareja 2 fueron los mismos que para la pareja 1, pero respecto a una familia de elipses.

En la tercera parte, se propuso un trabajo en grupos de 4, con los integrantes de las parejas 1 y 2, pues se pedía resolver un problema que requería del aporte de las dos parejas. En un primer momento, se pidió obtener el diseño del soporte de una banca de un parque que involucraba trabajar con ecuaciones y gráficas de parábolas, elipses, circunferencias y rectas, siguiendo ciertas instrucciones. Pero, en un segundo momento, se pidió que los alumnos creen un nuevo diseño de soporte de una banca, que incluya formas cónicas y rectas

En esta parte, los alumnos utilizaron el software Winplot o Geogebra, que tuvieron que aprender a manipular previamente, como herramienta de trabajo que les permitiría mejorar la presentación de sus gráficos y obtener nuevos diseños de forma rápida.

Conclusión

Durante el trabajo en aula, los resultados fueron satisfactorios, pues se observó un gran nivel de interactividad entre los estudiantes, al trabajar en parejas o en grupos, pues tuvieron la oportunidad de intercambiar información y resultados, exponiendo distintos puntos de vista, mostrando tolerancia y capacidad de trabajo en equipo.

También, se observó un alto grado de motivación al resolver los problemas planteados, específicamente, al obtener el diseño del soporte de las bancas, usando los softwares Winplot o Geogebra, pues estos les permitían realizar variaciones de forma rápida e interactiva, lo que representaba una ventaja notoria respecto al trabajo con lápiz y papel.

Referencias

ALMEIDA, y otros.

1994 Metodología de la enseñanza de la matemática (Tomo I). México: Universidad Autónoma de Sinaloa. Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, Ciudad de la Habana, Cuba.

GUZMAN, M.

1999 Tendencias innovadoras en educación Matemática .Lima: Moshera.

- LEHMANN, Ch.
1980 Geometría analítica. México, D.F.: Limusa.
- LIMA, E.
2004 Geometría analítica. Traducción de Percy Fernández. Lima: IMCA.
- LÓPEZ, J.
2003 La integración de las TIC en Matemáticas. Publicación de este documento en EDUTEKA. Recuperado el 05 de diciembre de 2011, de: <http://www.eduteka.org/Editorial18.php>
- BOSCH, M. & GASCÓN, J.
2006 Twenty-Five Years of the Didactic Transposition. Recuperado el 5 de febrero de 2011, de: http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Publications/ICMI_bulletin/58.pdf
- BOLEA, P.; BOSCH, M. & GASCÓN, J.
2001 La transposición didáctica de organizaciones matemáticas en proceso de algebrización. El caso de la proporcionalidad. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(3), 247-304.

Anexos

Materiales de actividad

Parte I: Individual

Tiempo: 10 min

Considere una elipse E con centro en el origen de coordenadas, eje focal paralelo al eje X e inscrita en un rectángulo de 8 unidades de largo y 4 unidades de ancho.

- Halle la ecuación de la elipse E.
- Escriba la ecuación de una circunferencia con centro en el eje Y, y cuya intersección con el rectángulo y con la elipse E sea un solo punto. Ilustre gráficamente y diga si tal circunferencia es única.

Parte II: Pareja 1

Tiempo: 40 min

- Halle la ecuación de la familia de parábolas que tienen como eje focal al eje Y, vértice V (0; k) y longitud de lado recto igual a 20 unidades. Esboce las gráficas de las parábolas P_1 y P_2 de esta familia, que se abren hacia arriba, para $k = 3$ y $k = 6$, respectivamente.
- Si $P_3 : x^2 = -32y - 4k^2$ es una de las parábolas de la familia de parábolas que tienen como eje focal al eje Y, vértice V (0; k) y longitud de lado recto igual a $|4k|$, calcule el valor de k y grafique dicha parábola.
- ¿La circunferencia $x^2 + (y + 4)^2 = 2$ interseca a la parábola P_1 ?
- Halle los puntos de intersección de la parábola P_2 con las rectas de ecuaciones: $x = 10$ y $x = -10$.

Parte II: Pareja 2

Tiempo: 40 min

- Halle la ecuación de la familia de elipses con centro en (0; -27), eje focal paralelo al eje X, longitud del eje mayor igual a $(2a)$ y excentricidad igual a $\frac{3}{5}$. Esboce las gráficas de las elipses E_1 y E_2 , de esta familia, para $a = 15$ y $a = 20$, respectivamente.
- Si $E_3 : \frac{x^2}{625} + \frac{(y + 27)^2}{16k^2} = 1$ es una de las elipses de la familia de elipses determinada en la parte a), calcule el valor de k y grafique dicha elipse.
- ¿La circunferencia $x^2 + (y + 4)^2 = 4$ interseca a la elipse E_1 ?
- Halle los puntos de intersección de la elipse E_2 con las rectas de ecuaciones: $x = 10$ y $x = -10$.

A continuación se muestran las preguntas de la parte III (Se agrupa la pareja 1 con la pareja 2)

Parte III: TRABAJO GRUPAL Tiempo: 60 min

Una empresa dedicada a la venta de bancas pretende lanzar al mercado un modelo de banca similar al que se encuentra en la PUCP, como se puede apreciar en las siguientes imágenes.



En este nuevo modelo de banca, cada una de las partes laterales es de fierro y tiene un diseño que incluye formas de circunferencias, parábolas y semielipses.

Dadas las parábolas: $P_1: x^2 = 20(y-3)$ y $P_2: x^2 = 20(y-6)$, y las elipses: $E_1: \frac{x^2}{225} + \frac{(y+27)^2}{100} = 1$ y $E_2: \frac{x^2}{400} + \frac{(y+27)^2}{256} = 1$.

Se pide lo siguiente: Muestre el diseño de la parte lateral del nuevo modelo de banca siguiendo las siguientes instrucciones:

- Trace un sistema de coordenadas cartesianas, con unidades dadas en centímetros.
- Trace las parábolas P_1 para $-24 \leq x \leq -10$ y $10 \leq x \leq 20$, y P_2 para $-22 \leq x \leq -10$ y $10 \leq x \leq 18$.
- Sombree la región comprendida entre las curvas trazadas en b).

Al intersectar las rectas $x=10$ y $x=-10$ con la parábola P_2 se obtienen los puntos A y B, respectivamente; mientras que con la elipse E_2 se obtienen los puntos C y D, respectivamente. Trace el rectángulo ABCD.

- Trace la circunferencia C_2 con centro en (0; -1) y radio igual a 6 cm.
- Sombree la región comprendida entre el rectángulo ABCD y la circunferencia C_2 .
- Trace la semielipse superior correspondiente a E_2 para $-20 \leq x \leq -10$ y $10 \leq x \leq 20$.
- Trace la semielipse superior correspondientes a E_1 .
- Sombree la región comprendida entre las curvas trazadas en g), h) y el segmento \underline{CD} .
- Trace dos segmentos horizontales, uno que pase por el punto (0; 16) y otro por el punto (0; 18), y cuyos extremos pertenecen a la parábola P_2 .
- Sombree la región comprendida entre los segmentos trazados en j).
- Usando el programa Geogebra o Winplot, elabore un nuevo modelo de banca que incluya: parábola, elipse o circunferencia (mínimo dos curvas). Indique sus respectivas ecuaciones.