

## EXPLOTACION CARTOGRAFIA DE UN SATELITE DE BARRIDO

Hervé Guichard\*

\* SPOT IMAGE - 18, Avenue Edouard Belin - 31055 Toulouse Cedex  
Tel: (61) 27.31.31 - Telex: 531 081F



Las próximas puestas en órbita de satélites tales como LANDSAT 4 (30m de resolución) y principalmente SPOT (10m de resolución, espejo orientable) van a dar nuevas posibilidades cartográficas.

Es entonces útil el conocer la precisión que puede esperarse. Es lo que hacemos en la presentación a continuación.

La órbita de un satélite o es aleatoria y el conjunto órbita más instrumento de toma de vistas (de barrido) constituye un sistema óptico.

El pasaje del sistema instrumental a un sistema de proyección final se hace por una serie de transformaciones que conducen a dos ecuaciones que ligan las coordenadas rectificadas  $x_p, y_p$  a las coordenadas línea y columna (p, q) de la imagen bruta.

Los coeficientes de estas ecuaciones son determinados por un cierto número de puntos de apoyo y permiten así, ya sea dar una imagen corregida si tenemos una cartografía conocida en altimetría (modelo numérico de terreno) o hacer una restitución fotogramétrica si tenemos dos imágenes registradas con dos ángulos de toma de vistas diferentes.

La discusión de las ecuaciones demuestra que el solo factor crítico de precisión que queda es la variación de actitud de orden superior al primero en tiempo, cuyos valores aproximados serán conocidos, en el caso de SPOT, por medidas a bordo.

La imagen SPOT constituye así un útil cartográfico nuevo, preciso, y particularmente bien adecuado a la cartografía.

#### 1. *Órbita del satélite. Actitud*

Si se considera el movimiento del satélite SPOT correspondiente a una sola escena, la variación  $t$  del tiempo con relación a la toma de vistas central será menor que 4,5 seg.

Sabemos que la trayectoria de un satélite puede definirse por una elipse de foco 0 centro de la tierra (elipse osculatriz) pero cuyos parámetros llamados osculadores varían por la influencia de las funciones perturbadoras. El efecto relativo de estas funciones está indicado abajo para una órbita de tipo SPOT:

atracción central (órbita de Kepler)	1
achatamiento de los polos (función perturbadora R20)	10-3
otras irregularidades de la Tierra (términos $\neq$ R20)	10-6
atracción luna-solar	10-7
otras (presión solar, rozamiento)	10-8

El estudio de estas perturbaciones muestra que sobre una escena, la variación de estos parámetros osculadores puede ser considerada lineal en el tiempo si se desprecian los efectos menores de 10 cm.

Veremos a continuación que estas variaciones se mezclan con otras incógnitas (actitud, error de posición de la geodesia) y hacen que el conocimiento de la órbita no reduce el número de incógnitas.

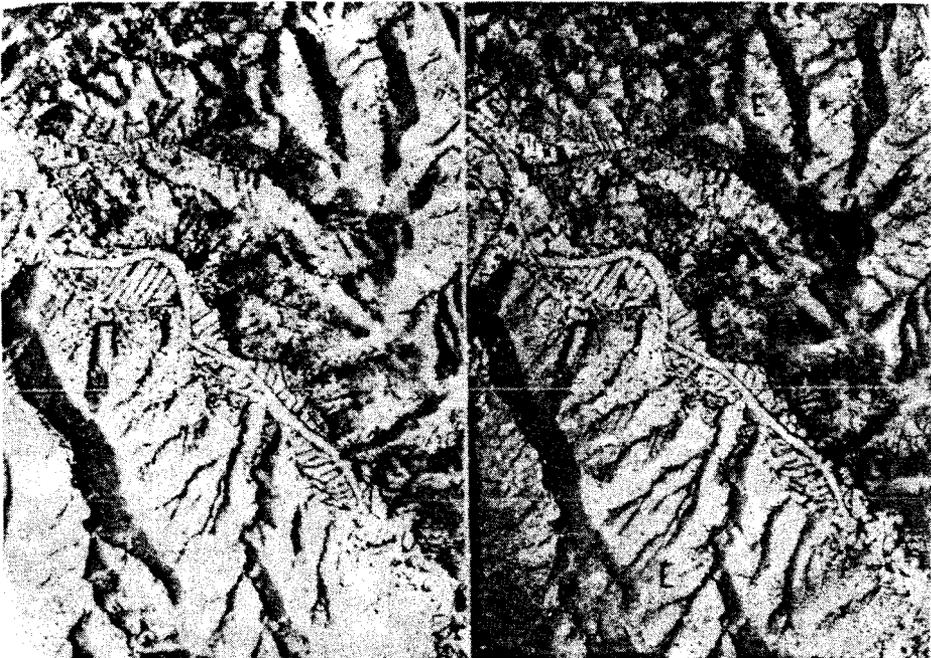
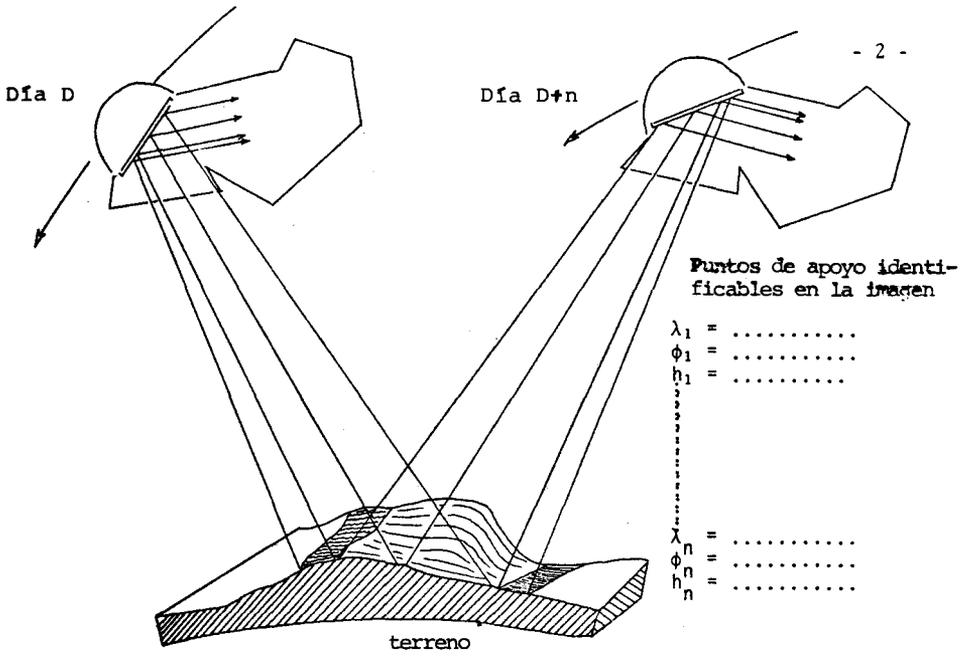
La actitud del satélite a  $t = 0$  (centro de la escena) o sea, C, V, B, (cabeceo, vaivén, balanceo) es desconocida pero se integra con las otras incógnitas, como así también las variaciones lineales de estos valores. Las variaciones residuales se sitúan dentro de límites débiles que pueden procesarse por valores medidos a bordo del satélite como veremos a continuación. El conjunto del satélite más HRV (alta resolución visible) constituye pues un instrumento de toma de vistas.

## 2. *Ecuaciones que ligan las coordenadas de una imagen a las coordenadas de terreno*

Utilizaremos como coordenadas de terreno la proyección conforme centrada en  $M_c$  centro de escena, de eje  $M_c x_p$  tangente al barrido central (en el tiempo  $t = 0$ ) y de la escala 1 en  $M_c$ . Todas las proyecciones conformes, en el tamaño de la escena, difieren entre ellas muy poco. La proyección geométrica sobre el plano tangente en  $M_c$  de los puntos de altura 0 difiere también muy poco de estas proyecciones. Para los puntos de altura  $h$ , basta aplicar a la proyección de estos puntos una corrección de escala igual a  $1/(1+h/M_c)$ . Para pasar del sistema instrumental al sistema final ( $x_p, y_p$ ), hay que efectuar rotaciones y translaciones que llegan a dos ecuaciones ligando  $p, q$  coordenadas de la imagen (donde  $p$  es la coordenada línea.  $q$  la fila del pixel en la línea con  $t = k.p$ , ( $k$  de valor  $k = 1, 504 \cdot 10^{-3}$  sec en el caso de SPOT pancromático), a  $x_p, y_p, h$ .

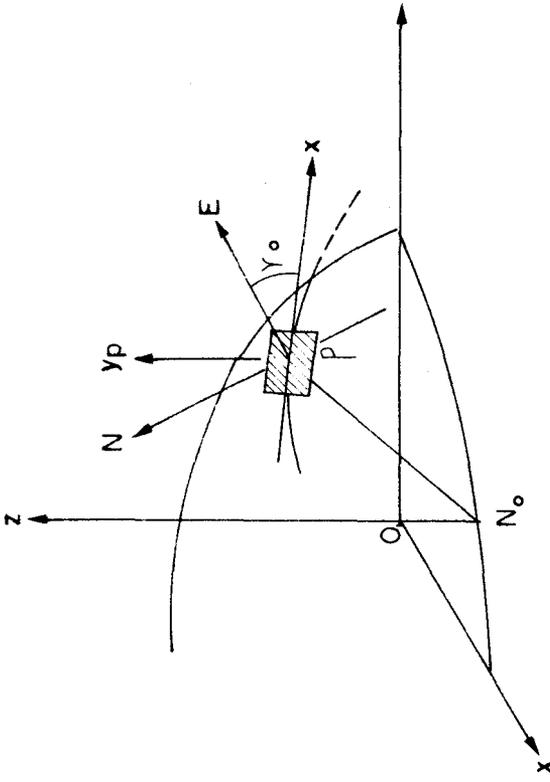
---

1. Se dice también "situación".

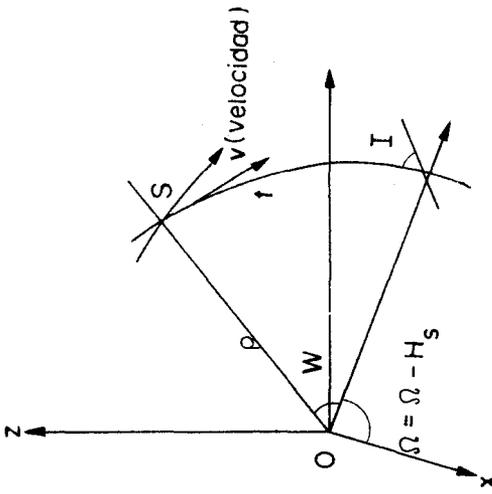


PAR ESTEREOSCOPICO





Barrido de los peines



Orbita del Satélite



El estudio del orden de tamaño de cada uno de los términos de varios grados muestra que las dos ecuaciones de vista en el sistema instrumental inicial pueden escribirse en el sistema final  $(x_p, y_p)$  en la forma:

$$F \equiv \rho_1 \cdot \rho + \gamma_p (1 + \delta\gamma \cdot X) - \tau \cdot H - [H \cdot \delta_1 C^*] = 0 \text{ ecuación en "y"}$$

$$G \equiv X + \frac{\Theta - \alpha \cdot q}{1 + \theta \cdot \alpha \cdot q} H + \frac{\alpha \cdot q}{1 + \theta \cdot \alpha \cdot q} Q - [Q \cdot B] = 0 \text{ ecuación en "x"}$$

con:

$$X = (x_p - a \cdot y_p) (1 + h/N_p) + b \cdot y_p^2 + c \cdot x_p \cdot y_p$$

$$H = h - \frac{x_p^2}{2\sqrt{N_p}} ; C^* \text{ función lineal de T y L.}$$

Los términos entre corchetes representan las variaciones de actitud sobre las que hablaremos a continuación.

Los diferentes coeficientes  $P_1, \delta\gamma, \theta, \tau, a, b, c, Q, \gamma_0$  (ángulo del eje  $x_p$  con el Este u orientación de la proyección) se expresan en función de los parámetros de la órbita, de la toma (ángulo  $\beta_0$  del espejo, actitud) y de los elementos terrestres ( $\lambda_0, \phi_0$  coordenadas del punto central,  $r$  radio terrestre en este punto).

Estas fórmulas muestran que incluso en el caso de una órbita perfectamente definida, quedan 4 incógnitas en cada ecuación. Si ciertos puntos de apoyo (4 como mínimo) son conocidos, los coeficientes de estas ecuaciones pueden ser determinados.

### 3 - Resolución de las ecuaciones

#### 3.1. Parte principal

Si ciertos puntos de apoyo son conocidos, podemos, antes cualquier resolución, conocer un valor aproximado de  $P_1, \delta\gamma, \tau, \theta, a, b, c, Q, \lambda_0, \theta_0, \gamma_0$  y suficientemente exacto para algunos de ellos.

La primera ecuación  $F=0$  puede escribirse  $F_0 + \Delta F=0$   $F_0$  es el valor de  $F$  para los elementos aproximados,  $\Delta F$  se expresa en función de las variaciones de los coeficientes; esta ecuación  $F_0 + \Delta F$  permite la determinación de los valores de  $P_1, \tau, \gamma_0, y_0, \delta\gamma$ .

La orientación siendo así conocida, la colocación de la segunda ecuación  $G_0 + \Delta G = 0$  determina de la misma manera los otros coeficientes  $Q, \theta, a, b, c, x_0$ .

En realidad, pues un cierto número de estos coeficientes son ya conocidos, hay solamente cuatro incógnitas por ecuación (sin tomar en cuenta, hasta ahora, los términos residuales de actitud, sobre los cuales hablaremos a continuación). En la práctica para un coeficiente  $C$ , pondremos:

Peso  $\Delta C = 0$ , Peso representa el peso que depende de la precisión con la cual se conoce  $C$  inicialmente en función de las fórmulas que lo determinan.

Como ejemplo, en el caso de  $P_1$ , tendríamos

$$\frac{3000}{46} \varepsilon_p \cdot \Delta p_1 = 0 \quad (\text{órbita desconocida})$$

$$\frac{3000}{46} \varepsilon_p \cdot \Delta p_1 = 0 \quad (\text{órbita conocida})$$

Si  $\varepsilon_p$  representa la precisión de pinchado de los puntos de apoyo.

### 3.2 Errores debidos a una geodesia de punto fundamental mal ubicado y de geode desconocido

La discusión de los errores posibles muestra que estas incógnitas complementarias se integran en las ecuaciones en  $x$  e  $y$  a unos residuales desechables.

Por razones idénticas, puede pasarse directamente de una proyección conforme a la proyección básica por fórmulas sencillas (el segundo grado es suficiente), lo que permite un tratamiento ulterior muy práctico de la imagen.

### 3.3 Términos complementarios de actitud (situación)

Hasta ahora, no nos ocupamos de los términos complementarios  $[H_0 \delta_1 C^*]$  y  $[Q \cdot \delta_1 B]$ ,  $\delta C^*$  y  $\delta B$  representando variaciones de actitud con respecto a su valor en  $t=0$ .

Según las especificaciones de SPOT y después del examen de simulaciones del CNES se comprueban (en una escena) los resultados siguientes si se toman 6 puntos de apoyo:

- si no se toman en cuenta los términos  $\delta C^*$  y  $\delta B$ , el error medio (comprobado sobre puntos de cuadrícula) es del orden de 2 a 3 m en  $x$  e  $y$  (las variaciones de actitud lineares en tiempo se integran en los otros coeficientes):

- tomando los valores reales de actitud (dados en la simulación), los residuales son del orden de 0,20 m (verificación de las ecuaciones);
- tomando en cuenta las medidas a bordo salidas de la simulación y colocando ecuaciones complementarias del tipo (ejemplo tomado para R):

$$\delta B_{i+1} - \delta B_i = \text{medida a bordo}, \delta B_0 = 0$$

$$\delta B = \delta B_i \frac{P_{i+1} - p}{\Delta p} + \delta B_{i+1} \frac{p - P_i}{\Delta p}$$

con un peso determinado y para valores regularmente espaciados de  $\Delta p$  ( $P_{i+1} - p_i = \Delta p$ ), los errores residuales son menores que un metro.

### 3.4. Valor geométrico de una escena

En resumen, puede decirse que para una escena, con un mínimo de 4 puntos de apoyo (6 parece ser el número deseable), se conoce la ley de pasaje de las coordenadas de terreno  $\lambda\phi, h$  (o  $x, y, h$ ) a las coordenadas imagen  $p, q$  con residuales que, con buenos pinchados, son mucho menores que un pixel.

### 4. Restitución de una sola imagen, modelo numérico de terreno

Sabemos ahora que con puntos de apoyo conocidos en  $\lambda\phi, h$  (o  $x, y, h$ ) se pueden encontrar, por método clásico de normalización y resolución, los coeficientes de las ecuaciones que dan, en función de  $x_p, y_p$  y  $h$  los valores  $p$  y  $q$  de las coordenadas de la imagen bruta.

Para que esta imagen pueda ser rectificadas con un valor cartográfico correspondiente al 1: 100 000 o a 1:50 000, es necesario conocer en cada punto la altura con una precisión coherente y entonces disponer por eso de un modelo numérico de terreno (M.N.T.) que da la altura de puntos regularmente espaciados (cada 100 metros por ejemplo). La altura de un punto cualquiera será calculada sencillamente por interpolación.

La precisión con la cual la altura debe ser conocida depende mucho del ángulo de vista del espejo pues el término principal en  $h$  en la ecuación "en  $x$ " es:  $\theta \cdot h \cdot \theta$  siendo un término de valor próximo de  $\text{tg}^2\theta$ .

Se puede ver, sobre la figura aquí arriba, el error en posición cometido para 1000 m de desnivelación; las dos curvas corresponden a los dos bordes de la escena.

El gráfico al lado, representa la precisión en altura requerida para no hacer errores superiores al pixel (10 m) en planimetría,

Si no existen los M.N.T., él indica la escala del mapa para numerizar: para  $3^\circ$  de ángulo de vista del espejo, por ejemplo, un mapa a 1:250 000 será bien suficiente.

Rectificación: cada punto de terreno  $x, y$  (y entonces  $x_p, y_p$ ) tendrá gracias a su M.N.T. su altura  $h$  conocida y entonces sus coordenadas imagen correspondientes  $p, q$ . Se puede entonces encontrar así para cada uno de los puntos  $x, y$  regularmente espaciados de 10 metros por ejemplo, el valor radiométrico correspondiente en la imagen bruta. Ya sea por interpolación dinámica ya sea tomando el valor dinámico del próximo pixel vecino, lo que da la imagen rectificada.

### 5. *Restitución fotogramétrica de dos imágenes satélite*

Primero, para que la restitución (es decir el conocimiento de las coordenadas de cada punto no solamente en  $xy$ , sino también en  $h$ ) pueda hacerse, es necesario que las dos tomas de vista a partir de dos órbitas  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$  sean efectuadas con ángulos  $(\beta_1)$  y  $(\beta_2)$ , muy diferentes (como en fotogrametría clásica).

Se necesitará también una visualización sobre película (por un aparato preciso de tipo Vizir por ejemplo) de cada escena utilizando ya sea la cinta bruta (corregida radiométricamente) o semi-correctada (ver a continuación).

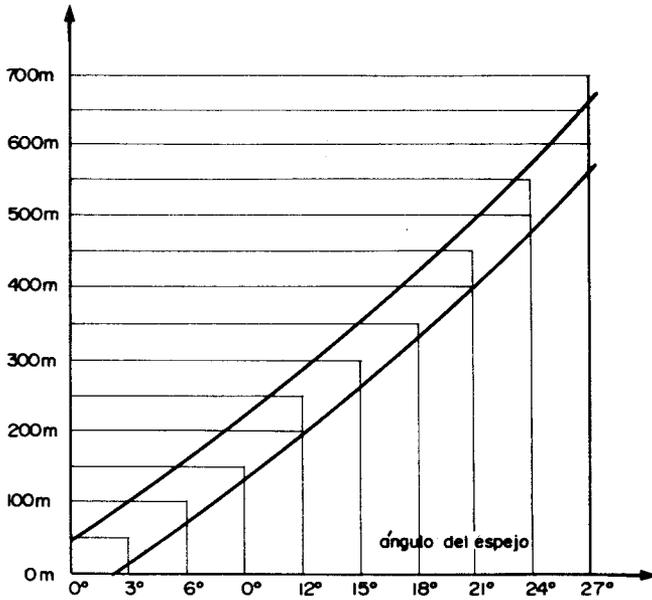
Estas películas estarán dispuestas como fotografías aéreas usuales sobre un aparato restituidor analítico (en el cual la intersección de los radios respectivos se hace, no por medio óptico-mecánico, sino por cálculo numérico en tiempo real del traslado a efectuar). Las coordenadas  $p, q$  se deducirán de las coordenadas películas por la lectura de las coordenadas aparato después del pinchado de las referencias de fondo de cámara que darán los coeficientes de la transformación lineal a efectuar (y que se hará después automáticamente de modo numérico en la computadora ligada al aparato).

Hay también pinchado de los puntos de apoyo conocidos en  $x, y, h$  e introducción de las coordenadas como en una restitución aérea clásica.

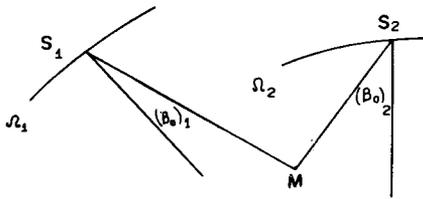
La computadora asociada al aparato efectúa el cálculo de compensación como antes pero podemos notar que:

Existen ya, claro está, las ecuaciones usuales de observación en  $x$  e  $y$  sobre puntos de apoyo conocidos; pero hay interés también en añadir pinchados sobre puntos homólogos desconocidos en  $x$  y  $h$  como en una restitución clásica.

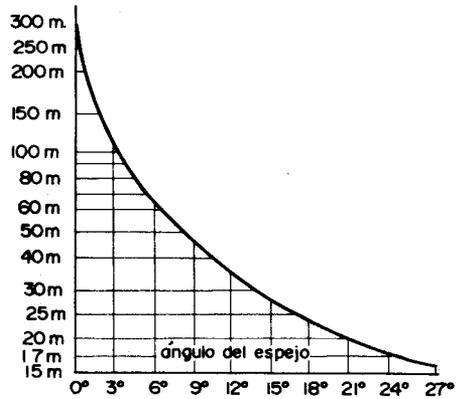
Añadimos entonces cada vez 4 ecuaciones de observación con 5 incógnitas complementarias  $x_{p1}$ ,  $y_{p1h}$  (coordenadas escena l)  $x_{p2}$ ,  $y_{p2}$  (coordenadas escena s) y  $h$  (altura común pero ligadas por dos relaciones:



Error (en metros ) para 1000 m. de desnivelación



Restitución fotogramétrica de dos imágenes satélite



Precisión en altura requerida para hacer errores 10 m en  $x_p, y_p$



$$x_1 (x_{p1} \quad y_{p1}) = x_2 (x_{p2} \quad y_{p2})$$

$$y_1 (x_{p1} \quad y_{p1}) = y_2 (x_{p2} \quad y_{p2})$$

Las funciones  $x ( )$  e  $y ( )$  representan las leyes de pasaje de un sistema de coordenadas de una película a la proyección común y que son función lineal de  $(x_0)_1$ ,  $(y_0)_1$ ,  $\Delta \gamma_1$ ,  $(x_0)_2$ ,  $(y_0)_2$ ,  $\Delta \gamma_2$

Resulta un "modelo" coherente que permite una restitución homogénea.

Notemos que en este caso basta 2 puntos conocidos en  $x, y, h$ .

La restitución se hace después como en fotogrametría clásica pero el logicial piloto utiliza las ecuaciones en  $x$  e  $y$  para conocer los  $p1q1$  y  $p2q2$  correspondientes a un punto de altura  $h$ .

La variación de  $h$  (con el pedal de los  $z$ ) permite poner en coincidencia los 2 puntos de la imagen).

El sub-producto (muy importante) de la restitución cartográfica que se efectúa así es la constitución de un modelo numérico de terreno (ya sea deducido de las curvas restituidas, o pinchando puntos de cuadrícula).

Para latitudes altas, la anisotropía de las dos visualizaciones puede ser demasiado grande y la observación estereoscópica difícil. Es necesario en ese caso hacer una corrección veloz solamente en una línea sobre la posición de cada pixel de un modo lineal en  $p$  y  $q$ .

Eso no cambiará la forma de las ecuaciones, pero permitirá la observación visual fácil de los dos clisés.

## 6. *Restitución por segmentos*

Un segmento es un grupo de escenas sucesivas (con la misma orientación del espejo) de las cuales supondremos que la primera tenga al mínimo un punto conocido, y la última también.

Sin entrar en los detalles, indiquemos que la resolución del conjunto del segmento es posible utilizando de la misma manera las ecuaciones en  $x$  e  $y$  de cada escena con un mínimo de 4 puntos en el conjunto del segmento:

- cálculo de los coeficientes aproximados (a partir del primer punto)
- colocación de las ecuaciones d evolución de los coeficientes de una escena a otra (peso muy fuerte).

- ecuación de ribete, ligando los puntos de la última línea de una escena y puntos de la primera línea de la escena siguiente.
- evolución del  $C^*$  y  $B^*$  como antes.

Al fin del cálculo tendremos el conjunto de los coeficientes de cada escena que permiten entonces ya sea restituirla con un M.N.T., o adjuntarla a otra escena tomada de otra órbita para restituirla fotogramétricamente (en ese caso el peso de las ecuaciones en  $x$  e  $y$  a partir de valores aproximados será, claro está, mucho más fuerte pero no habrá ningún cambio en principio).

Nótese que en las últimas simulaciones de actitud recibidas del CNES, a escala de varias escenas, la actitud ( $C, V, B$ ) presenta variaciones de forma periódica con error de más o menos un factor lineal (el cual se integra en las otras incógnitas), las medidas a bordo tienen la misma forma, lo que es muy importante para ese tipo de restitución.

## 7. Conclusiones

Primeramente debemos hacer notar: es claro que el conocimiento de la órbita (parámetros  $w_0, n, v, p$ ) no es indispensable y no reduce el número de las ecuaciones, pero lleva informaciones interesantes y permite dar un peso más fuerte a las ecuaciones complementarias citadas en 3.1

Por otro lado, concerniendo la colocación y la resolución de las ecuaciones de observación, es evidente, en razón del tiempo de cálculo muy reducido (del orden del segundo) que podrán hacerse iteraciones permitiendo dar de modo veloz un carácter rigurosamente lineal a las ecuaciones y llegar a una solución correcta si los datos del comienzo son mal conocidos. Eso no cambiará el tiempo de cálculo más que de unos segundos.

El método que utilizamos para llegar a las ecuaciones finales muestra que la sola hipótesis, conforme a las especificaciones del CNES, que hicimos es la regularidad geométrica de los captadores en un peine fotosensible. Ya no es realmente una necesidad; si no es el caso, bastará añadir una ley de formación en función del rango del captador. Quedan: orientación de los peines, valor de  $k$  y  $a$  que necesitan ser conocidos solamente de modo muy aproximado y son del mismo efecto que cabeceo, vaivén, balanceo complementarios así como variaciones de escala en  $x$  e  $y$ . Todos esos valores no son descorrelables de las incógnitas principales y no introducen errores complementarios.

El aspecto "fijado" de las ecuaciones en  $x$  e  $y$  hace que pueden utilizarse puntos de apoyo malos, para hacer una buena cartografía con la ayuda de "SPOT".

Expliquémosnos: sobre un mapa a escala 1:250 000 un punto bien pinchable puede tener hasta 50 m de error en planimetría. Si una región que es cartografiada

solamente a 1:250 000 tiene numerosos puntos de apoyo identificables, el producto que resultará del tratamiento tendrá una precisión mucho mejor que el documento original (y también una mejor definición).

Finalmente se deben destacar las posibilidades nuevas de "SPOT" que es realmente el primer satélite cartográfico:

- resolución de 10 m (y precisión de restitución final sin duda mejor);
- orientación del espejo de  $-27^\circ$  a  $27^\circ$  que permite multiplicar de modo considerable las posibilidades de tomas de vista en regiones de malas condiciones meteorológicas;
- orientación del espejo de  $-27^\circ$  a  $27^\circ$  que permite la constitución de modelos estereoscópicos permitiendo la restitución de áreas no cartografiadas;
- continuidad y linealidad en tiempo de los parámetros de la órbita que permitirán una restitución de segmentos y por ese hecho una cartografía que no necesita numerosos puntos de apoyo;
- sistema de barrido estático (peines) y no móvil que conduce probablemente a un mejor mantenimiento de actitud (recordemos que una variación lineal no tiene efecto sobre la precisión) que es finalmente el factor importante de precisión.

Como última conclusión, este estudio permite mostrar que se puede, en todos los casos, esperar una precisión de restitución mejor que 10m (en el caso pan-cromático) la cual permite así, o bien realizar una cartografía regular en planimetría a escala 1:500 000, o bien una revisión a 1:25 000, y en todos los casos provee a los utilizadores con documentos de una precisión geométrica mejor que el pixel lo que permite, entre otros, las superposiciones multitemporales.

Agreguemos que las ecuaciones en  $x$  y en  $y$  son aplicables a otros satélites de barrido, reemplazando los coeficientes de  $X$  y  $H$  en la ecuación en  $x$  por funciones de  $q$  ligadas al modo de barrido.