

BÚSQUEDA DE ATRACTORES EXTRAÑOS EN DINÁMICA CARDIACA DURANTE EL CICLO ONÍRICO

Francisco Pasquel C.

Resumen

El presente artículo nos muestra una investigación numérica que tiene como objetivo la búsqueda de atractores extraños durante el Ciclo Onírico. El atractor es representado en un espacio de fase tridimensional estructurado en base a una serie de tiempo. La reconstrucción tridimensional del atractor está basada en datos experimentales de frecuencia cardiaca de una persona en estado onírico que sufre del síndrome de apnea, usando para ello el método de las coordenadas de retardo.



Introducción

Se establece una estructura de dinámica no lineal y búsqueda de atractores extraños, a partir de la adquisición de datos reales [1, 16, 21]. Se han tomado para ello, datos durante el proceso onírico, de la frecuencia cardiaca, en un paciente con síndrome de apnea (intervalos donde se detiene la respiración), de grado severo. Los datos han sido adquiridos en el INSTITUTO DEL SUEÑO - HYPNOS, en Lima.

El desarrollo de dicho estudio de dinámica no lineal, exige establecer y generar las herramientas teóricas y computacionales adecuadas que permitan realizar esta investigación. Esto es, en especial, que permitan: el análisis de datos experimentales, entendidos como “señal” o series de tiempo, así como la estructura numérica que permita la aplicación de la transformada discreta de Fourier [1, 13, 16, 21], lo que permitirá la construcción del espectro de Fourier indispensable para el análisis de las frecuencias contenidas en dicha señal revelando su carácter de periodicidad o su naturaleza caótica; la construcción del atractor presente en la dinámica del sistema, mediante la técnica del tiempo de retardo [2, 21, 25, 23], donde el accionar dinámico pasado sirve para estructurar el comportamiento dinámico futuro (lo que permite analizar la dinámica de las variables que gobiernan el proceso dinámico, en el espacio de fases) y el análisis de corte o Sección de Poincare para un atractor de dinámica no lineal [10, 14, 25, 27], lo cual nos dará información muy importante sobre la naturaleza geométrica y dinámica del atractor.

1 Análisis en Base a Datos Adquiridos de la Frecuencia Cardiaca

Se parte de un conjunto de datos reales de frecuencia cardiaca, que como se ha referido, corresponden a un paciente que está dormido, y que sufre de síndrome de apnea en grado severo.

Los datos han sido tomados a partir de la entrada del paciente al estado onírico, durante un período aproximado de dos horas y con un intervalo de medición, para la adquisición de los datos, de 15 segundos.

Se adquirieron un total de 458 datos de frecuencia cardiaca durante el ciclo onírico del paciente.

La frecuencia cardiaca será medida en latidos cardiacos por minuto.

2 Construcción del Seudo Espacio de Fase

La investigación realiza un estudio, de un aspecto fisiológico del proceso onírico, que aporta el denominado poligrama del sueño, como es la frecuencia cardiaca. Para ello se estructura una construcción del atractor del sistema dinámico no lineal, presente en dicho proceso, apoyándose en la serie de tiempo, aportada por los datos experimentales

El estudio de las series de tiempo, no sólo nos pueden permitir construir el atractor de un sistema dinámico, sino también nos pueden servir para establecer un análisis que nos oriente en la discriminación entre un conjunto de datos que tengan una naturaleza caótica determinista y un conjunto de datos de naturaleza enteramente aleatoria. Este análisis nos permitirá también, justificar el empleo de las herramientas de dinámica no lineal caótica.

El seudo espacio se basa en la idea que, si el conjunto de datos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$, que tenemos, provienen de un substrato determinista, entonces podemos suponer que el sistema dinámico subyacente, nos permitirá establecer el “comportamiento futuro de los datos” en base a su “historia pasada”, esto es, deberá existir una dependencia entre los valores x_{n+1} y los valores previos x_n , esto nos puede llevar a establecer, una función de dependencia entre x_n y $x_{n+1} : x_{n+1} = f(x_n)$.

Si apoyados en la serie de tiempo de un determinado proceso, establecemos un pseudo espacio de fases mediante una gráfica entre x_{n+1} versus x_n , tendremos una primera información importante, sobre la posible naturaleza del fenómeno en estudio.

Luego, establecemos una gráfica de serie de tiempo, directamente del conjunto de datos de frecuencia cardiaca, cuyo resultado lo indicamos en la figura 1, en donde apreciamos una señal de naturaleza irregular.

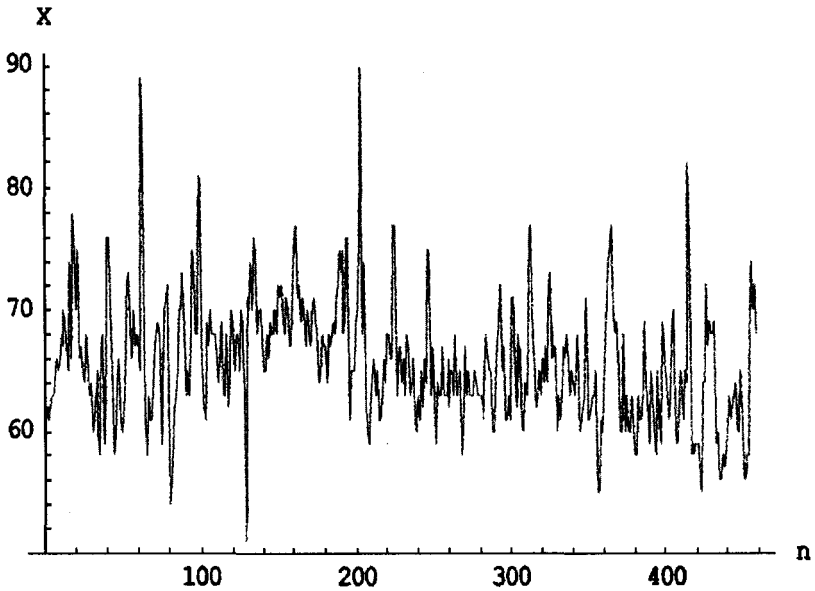


Figura 1.

Seguidamente, preparamos los datos para establecer las parejas (X_n, X_{n+1}) y construir el pseudo espacio que indicamos en la figura 2.

La gráfica en el pseudo espacio, (parejas (X_n, X_{n+1})), parece sugerirnos un patrón de orden subyacente, que sugiere una dinámica determinista.

3 Espectro de Poder

El Análisis de Fourier es una herramienta básica en el estudio de Sistemas Dinámicos no Lineales y en particular en los Sistemas Caóticos, ya que permite determinar las frecuencias contenidas en una serie de tiempo (señal) mediante el denominado Espectro de Poder (energía) [3, 12, 13, 25].

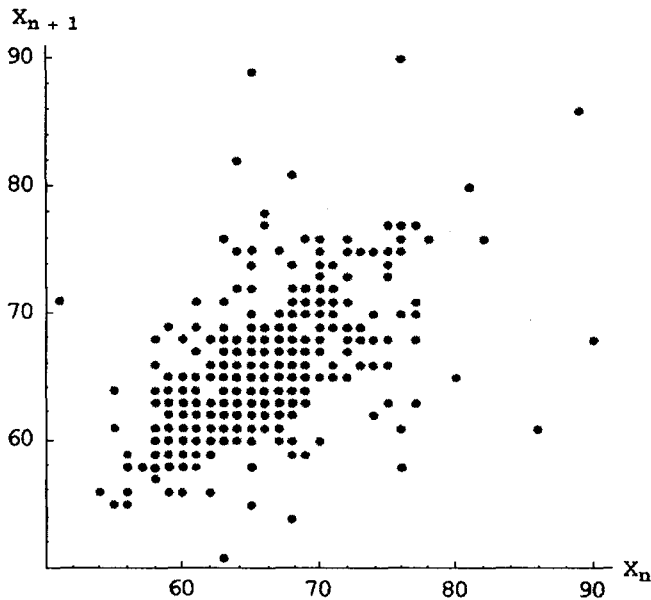


Figura 2.

Si se tiene una serie de tiempo, como una función expresada como $x(t)$, que es solución de un sistema dinámico no lineal; el análisis del carácter de la periodicidad, cuasi periodicidad o no periodicidad de dicha señal, será un elemento de diagnóstico importante, que nos permitirá discriminar el carácter dinámico del sistema [3, 25].

El análisis de Fourier permite establecer dicho carácter mediante el llamado Espectro de Poder; dicho espectro se construye en base a la Transformada de Fourier, la cual, transforma una función, en una función de frecuencias. Si la función es continua tenemos teoremas, que nos permiten establecer este análisis. Para el caso discreto, como serían los datos obtenidos de manera experimental, tomados como una serie de tiempo, se utiliza la denominada Transformada Discreta de Fourier, la cual permite determinar las frecuencias implícitas en dicha señal discreta [10, 13, 19].

Luego, aplicando las herramientas descritas a nuestro conjunto de datos, obtenemos el espectro de poder que indicamos en la figura 3.

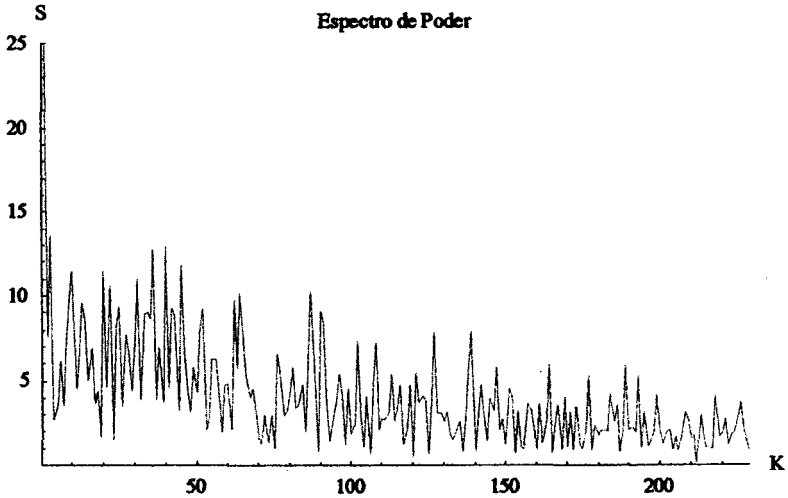


Figura 3.

La lectura del espectro de Fourier, nos muestra un espectro de Fourier de tipo continuo, lo cual sería una señal de la naturaleza caótica subyacente, de los datos adquiridos y por consiguiente de la dinámica caótica del fenómeno [3, 25].

4 Construcción del Atractor

Cuando existen situaciones en donde no se conocen las ecuaciones que rigen la dinámica de un proceso, pero se tienen datos obtenidos mediante procedimientos experimentales; una herramienta de especial utilidad, la proporcionan las denominadas Series de Tiempo y el método de las gráficas de retardo, el cual está basado en los Teoremas de **Whitney** y **Takens** [2, 16, 21].

Luego, estableceremos ahora, mediante el método de las gráficas de retardo, una construcción del atractor, en tres dimensiones, lo que nos

permitirá apreciar el comportamiento de la dinámica del proceso en el espacio de fases.

Para ello, se ha creado una función de interpolación que depende de un parámetro t y ajustamos luego el valor del parámetro, de tal forma que nos refleje el intervalo exacto de la adquisición de los datos: 15 segundos, o sea $\frac{1}{4} = 0.25$ de minuto. El resultado, será una función continua del parámetro tiempo: t , que nos permitirá posteriormente la construcción del atractor.

Establecemos la serie de tiempo de nuestro conjunto de datos (figura 4), pero ahora en función de nuestra función, y con exacta relación en las abscisas, de los tiempos reales de la adquisición de los datos (observemos la similitud con la figura 1).

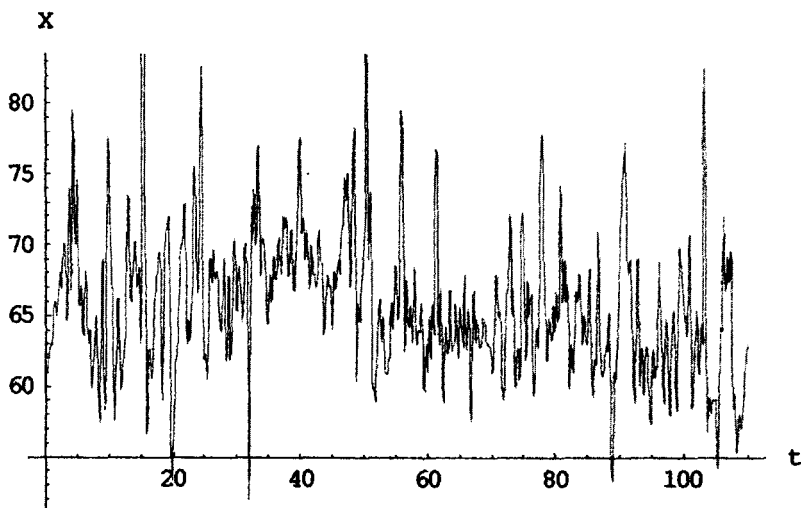


Figura 4.

Finalmente, construimos el atractor, (utilizando un tiempo de retardo $t = 0.3$), y utilizando la función construida $I(t)$.

El atractor hallado, sugiere, una dinámica caótica y no difiere sustancialmente del hallado (en un espacio de fases bidimensional), por

Glass & Kaplan [27], en sus investigaciones de dinámica caótica, trabajando con datos reales de frecuencia cardiaca, para un paciente, en estado onírico, pero sin el síndrome de Apnea.

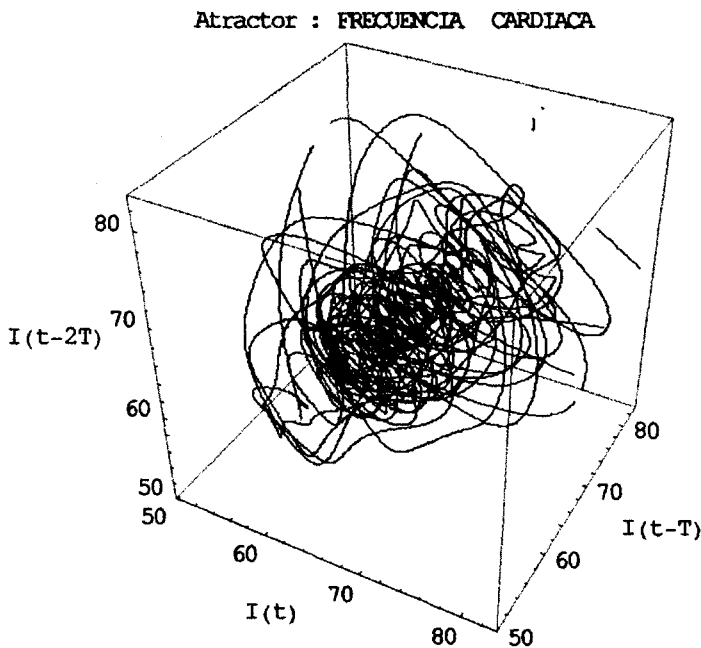


Figura 5.

5 Sección de Poincare

La Sección de Poincare, es un corte que realizamos sobre el atractor de tal forma que obtengamos una sección del mismo, esto nos permite realizar un estudio de la dinámica en una dimensión menor [7, 10, 14, 25, 27].

Para el caso que estamos estudiando, en donde tenemos un espacio de fases 3-dimensional, emplearemos como superficie de corte un plano.

Si el sistema es de naturaleza caótica la sección de Poincare, será una sucesión de puntos que presentarán interesantes formas (fractales) que nos revelarán la naturaleza caótica del atractor del cual provienen.

Luego, establecemos la grafica en tres dimensiones del atractor y del plano de corte: figura 6.

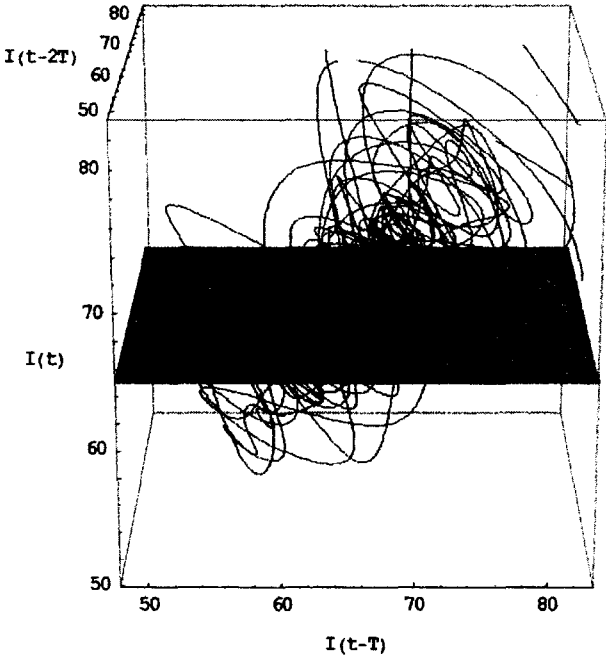


Figura 6.

Y establecemos ahora una sección de Poincare, en donde apreciaremos la intersección del plano de corte con las trayectorias del atractor: figura 7.

La sección de Poincare, parece sugerirnos también un proceso de dinámica caótica del atractor

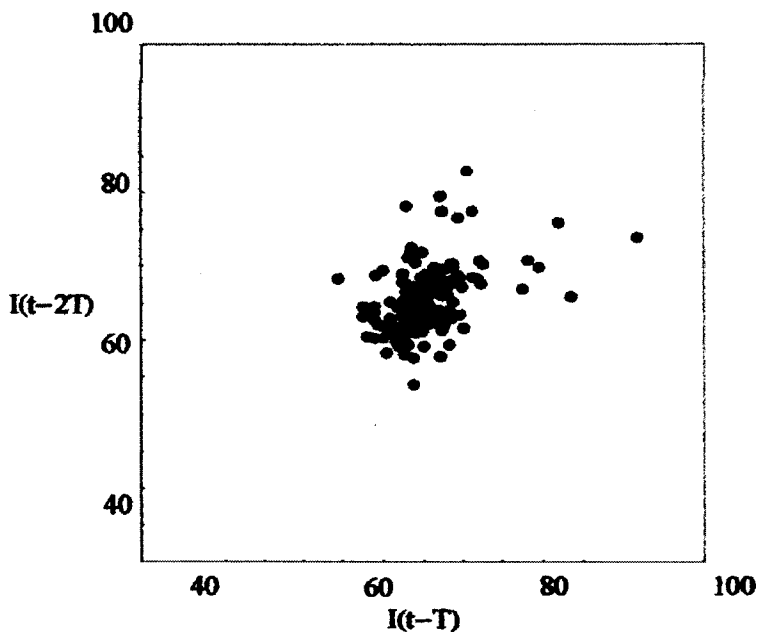


Figura 7.

6 Conclusiones

Como conclusión del estudio y en base a los resultados de investigación de Dinámica Caótica y Fractales presentes en la fisiología humana por grupos de investigación como Goldberger - Rigney - West, se infiere, que el paciente en estado onírico y con apnea severa, que se analiza; presenta hasta el momento una dinámica cardiaca, saludable (pese al síndrome), manifestando características caóticas cardiacas (entendido el caos en su sentido matemático), propias de un individuo en buena salud.

Estas características caóticas cardiacas en particular, son comparables a los resultados obtenidos por grupos de investigación, como Glass & Kaplan [27], referidos a un paciente también en estado de sueño, pero

sin el síndrome de apnea; estudios a los cuales hemos hecho referencia en el desarrollo de la investigación.

En otras palabras, su patología estaría dirigida hacia la dirección de su proceso de apnea, pero hasta el momento su corazón tendría un comportamiento dinámico no lineal, correcto. Luego, los análisis de Dinámica Caótica podrían constituirse en una herramienta adicional de diagnóstico, muy importante.

Referencias

- [1] ABARBANEL H. (1996). *Analysis of Observed Chaotic Data*. New York : Springer.
- [2] ALLIGOOD K, SAUER T, YORKE J. (1997). *Chaos An Introduction to Dynamical Systems*. New York: Springer.
- [3] BERGÉ P, POMEAU Y, VIDAL CH. (1988). *L'ordre dans le chaos Vers une approche déterministe de la turbulence*. París : Herman.
- [4] BUCHLER JR, GOTTESMAN ST, KANDRUP HE. (1998). *Nonlinear Dynamics and Chaos in Astrophysics*. New York: New York Academy of Sciences.
- [5] CHAN MAN FONG CF, DE KEE D.. (1999). *Perturbation Methods, Instability, Catastrophe and Chaos*. Singapore: World Scientific.
- [6] CHEN G. CONTROLLING (1999). *Chaos and Bifurcations in Engineering Systems*. Boca Raton: CRC Press.
- [7] CONTOPOULOS G. (2002). *Order and Chaos in Dynamical Astronomy*. Berlín: Springer-Verlag.
- [8] ENNS HR, MCGUIRE G. (2001). *Nonlinear Physics for Scientists and Engineers*. Boston: Birkhäuser.
- [9] EPSTEIN IR, POJMAN JA. (1998). *An introduction to Nonlinear Chemical Dynamics. Oscillations, Waves, Patterns, and Chaos*. New York: Oxford University Press.
- [10] HILBORN RC. (2000). *Chaos and Nonlinear Dynamics for Scientists and Engineers*. 2nd ed. New York : Oxford University Press.

- [11] HOOVER WG. (2001). *Time Reversibility, Computer Simulation, And Chaos*. London: World Scientific.
- [12] HSU HP. (1986). *Análisis de Fourier*. México: Fondo Educativo Interamericano.
- [13] HSU HP. (1995). *Signals and Systems*. New York: MacGraw-Hill.
- [14] HUBBARD JH. (1995). *Differential equations a dynamical systems approach*. New York: Springer.
- [15] JOUVERT M. (1998). *El Sueño y los Sueños*. México: Fondo de Cultura Económica.
- [16] KANTZ H, SCHREIBER T. (2000). *Nonlinear Time Series Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [17] LIEBOVITCH LS. (1998). *Fractals and Chaos Simplified for the life Sciences*. New York : Oxford University Press.
- [18] LYNCH S. (2001). *Dynamical systems with Applications Using Maple*. Boston: Birkhäuser.
- [19] OPPENHEIM AV, WILLSKY AV. (1998). *Señales y Sistemas*. 2nd ed. México: Prentice Hall.
- [20] PERKO L. (1996). *Differential equations and dynamical systems*. 2nd ed. New York: Springer.
- [21] SPROTT JC. (2003). *Chaos and Time-Series Analysis*. New York: Oxford University Press.
- [22] STEWART I. (2002). *Does God Play Dice?. The New Mathematics of Chaos*. 2nd ed. Massachusetts: Blackwell Publishing.
- [23] STROGATZ SH. (2000). *Nonlinear Dynamics and Chaos : With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*. Massachusetts: Perseus Publishing.
- [24] THOMSON JMT, STEWART HB. (2002). *Nonlinear Dynamics and Chaos*. 2nd ed. Cornwall: John Wiley & Sons.
- [25] TSONIS A. (1992). *Chaos: from theory to applications*. New York: Plenum Press.

- [26] WARD M. (2002). *Beyond Chaos*. New York : St. Martin's Press.
- [27] WILLIAMS GP. (2001). *Chaos Theory Tamed*. Washington : Joseph Henry Press.

Francisco Pasquel C.
Sección Matemáticas, Departamento de Ciencias
Pontificia Universidad Católica del Perú
fpasque@pucp.edu.pe