

SALTO SOBRE LA MANCHA

Casio R. Oré

Resumen

El año 2003, el austriaco Felix Baumgardner atravesó el Canal de la Mancha, de Dover a Calais, arrojándose de un avión. El presente trabajo trata de explicar las características de este salto aplicando las ecuaciones que la Física posee para casos similares.

Introducción

El diario El Comercio en su edición del día 1 de agosto del 2003 consigna la hazaña del austriaco Felix Baumgartner quien saltó sobre el Canal de la Mancha arrojándose de un bimotor cuando sobrevolaba Dover, Inglaterra, a una altitud de 9000 m y descender en Calais (Francia).

No son muchos los detalles técnicos que acompañan esta información. La distancia entre ambas ciudades es 35 Km. El tiempo empleado en el salto fue de 14 minutos. Los diez primeros los hizo sin paracaídas pero llevando en la espalda un ala triangular aerodinámica de fibra de carbono de un metro ochenta de longitud en el cual descendió 8000 m. figura 1. Los últimos 1000 m. los hizo con paracaídas. Necesitó, además, asistencia respiratoria y un traje especial que le librara del intenso frío que en esas alturas bordea los -50°C .

En este trabajo se tratará de describir el salto aplicando las conocidas ecuaciones que la Física tiene acordada para casos similares.

1. Teoría

Al momento de arrojarse del avión, Félix adquiere la velocidad del avión, velocidad que, por otro lado, es horizontal. La trayectoria que seguirá en adelante puede descomponerse en un movimiento horizontal y otro vertical. Ambos desplazamientos están sujetos a la resistencia de la atmósfera. El desplazamiento vertical está sujeto adicionalmente, a la fuerza gravitacional.

Por la magnitud de las velocidades involucradas, una muy buena descripción se logra si la resistencia que ofrece la atmósfera se considera proporcional al cuadrado de la velocidad [5]-[8]. A diferencia de casos ordinariamente tratados en las referencias (objetos esféricos), el presente requiere desigual trato en las direcciones vertical y horizontal. El traje aerodinámico permite que el desplazamiento horizontal no sea muy afectado mientras que la caída vertical sí debe serlo; sólo así puede cubrir en el mismo tiempo los 34 km que separan las dos ciudades y los 9 km de descenso. Esta diferencia entre las fuerzas restrictivas obligan al uso de dos parámetros distintos c_x y c_y en las expresiones para las fuerzas respectivas.

Por otro lado, a medida que el cuerpo desciende la densidad del aire aumenta. Esta variación debe estar presente en el tratamiento pues influye en la trayectoria [6]. Una buena descripción de esta influencia es usar la fenomenológica ley de la atmósfera $e^{-y/\lambda}$ donde y es la altura sobre el nivel del mar y λ es la altura característica igual a 7462,1 m [6].

No se consigna, en cambio, la fuerza de empuje toda vez que su contribución es muy pequeña.

Designando con x la trayectoria horizontal, con y la vertical orientada hacia arriba y usando los caracteres convencionales se tiene

$$m dv_x/dt = -c_x v^2 \cos \theta e^{-y/\lambda} \quad (1)$$

$$m dv_y/dt = -mg - c_y v^2 \operatorname{sen} \theta e^{-y/\lambda} \quad (2)$$

expresiones que pueden reescribirse como

$$dv_x/dt = -K_x v v_x e^{-y/\lambda} \quad (3)$$

$$dv_y/dt = -g - K_y v v_y e^{-y/\lambda} \quad (4)$$

Estas ecuaciones son complementadas por

$$dx/dt = v_x ; dy/dt = v_y \quad (5)$$

2. Resultados

El sistema de ecuaciones acopladas, 3 al 5, pueden ser resueltas numéricamente. Previamente es necesario precisar las condiciones de contorno. El salto se inicia a la altura de 9000 m, avanza horizontalmente 34 km y, verticalmente, 8 km. No se considera los últimos mil metros de caída que los hizo en paracaídas. No hay información alguna sobre la velocidad del avión ni sobre la dirección que tomara. Sobre esta última

es razonable suponer que iba de Dover hacia Calais. Para el presente trabajo se ha supuesto adicionalmente que el avión volaba con la velocidad de 150 m/s (540 km/h), cifra que consideramos adecuada.

Para K_x y para K_y fueron tomados valores iniciales arbitrarios pero razonables [2] que cumplieran con la relación $K_x \ll K_y$ explicada anteriormente. Posteriormente los valores fueron reajustados hasta reproducir los límites fijados:

$$\begin{aligned}K_x &= 0,00013m^{-1} \\K_y &= 0,028m^{-1}\end{aligned}\tag{6}$$

Para la integración numérica se utilizó la computadora personal CASIO FX 880 P y se elaboró un programa en BASIC que se consigna en el apéndice.

La figura 2 muestra la trayectoria seguida por Baumgardtner. Se observará que el desplazamiento horizontal es superior a la vertical. (Casi cuatro veces mayor). Aunque el intervalo de tiempo para la integración fue pequeño (0,01 s), la gráfica sólo muestra valores cada medio minuto.

Las figuras 3 y 4 muestran las velocidades horizontales y verticales, respectivamente. La primera empieza con 150 m/s, la velocidad supuesta del bimotor, para luego ir disminuyendo hasta alcanzar los 19,23 m/s al momento de abrirse el paracaídas. En cambio, la velocidad vertical, ausente al inicio, adquiere rápidamente el valor de 6 m/s en el primer segundo, resultado muy razonable ya que en ausencia de v_y , se trata de una caída libre. Luego irá aumentando lentamente hasta alcanzar un valor máximo (15,79 m/s) a los 8 minutos y finalmente empieza a disminuir aunque escasamente los minutos postreros. Esta presencia de un máximo es típico cuando se considera la variación de la densidad del aire con la altura [6], [7]. Contradiciendo a lo que una lógica apresurada pudiera afirmar, el sujeto va perdiendo velocidad a medida que progresa en el salto. Empezó con 150 m/s para concluir con 25 m/s al momento de abrirse el paracaídas.

3. Conclusiones

Utilizando las consabidas ecuaciones que muestran que la resistencia que ofrece el aire al desplazamiento de los cuerpos es proporcional al cuadrado de la velocidad y al mismo tiempo depende fuertemente de la forma que ofrecen los cuerpos, se ha logrado explicar el salto sobre el Canal de la Mancha que efectuara el austriaco Baumgardner. Por vez primera se usan dos constantes de oposición cuyos valores están dentro de los que se tienen acordados para casos similares.

Referencias

- [1] P.J. BRANCAZIO: *Trayjectory of a fly ball*. The Physics Teacher, Jan. (1985).
- [2] R. EISBERG, L.S. LERNER: *Física*. Vol. II. McGraw-Hill, Cap. 16, (1998).
- [3] H. ERLICHSON: *Am. J. Phys.* 51 (1983) 4.
- [4] G.R. FOWLES AND G.I. CASSIDY: *Analytical Mechanics*. Saunders, New York, (1993) 61-62.
- [5] J.B. MARION: *Classical Dynamics*. Academic, New York, (1970) 53.
- [6] P. MOHAZZABI AND J.H. SHEA: *Am. J. Phys.* 64 (1996) 10.
- [7] C. ORÉ: *Caída Libre de Grandes Altitudes*. Pro Mathematica Vol. XIII, Nos. 25-26, PUCP, Lima-Perú, (1999) 37-49.
- [8] P. TIMMERMAN, AND J. VAN DER WEELE: *Am. J. Phys.* 67 (1999) 6.

Casio R. Oré
Seccion Física, Departamento de Ciencias
Pontificia Universidad Católica del Perú.
core@pucp.edu.pe

APENDICE

Programa Basic para la integración numérica

```
5  REM MANCHA
10  VX = 150 : VY = 0 : T = 0,01
12  X = 0 : Y = 0 : V = VX
13  INPUT KX : INPUT KY
20  N = 1
21  U = (-9000 - Y)/7462,1
22  E = EXP U
23  X = X + VX * T
24  A = 1 - T * KX * V * E : VX = VX * A
25  Y = Y + VY * T
26  W = 1 KY * V * T * E : VY = VY * W  9,8 * T
27  B = VX * VX + VY * VY : V = SQR B
28  IF N = 1000 THEN 31
29  N = N + 1
30  GOTO 21
31  PRINT N; VX; VY; X; Y
32  END
```



Figura 1. Indumentaria usada en el salto sobre el Canal

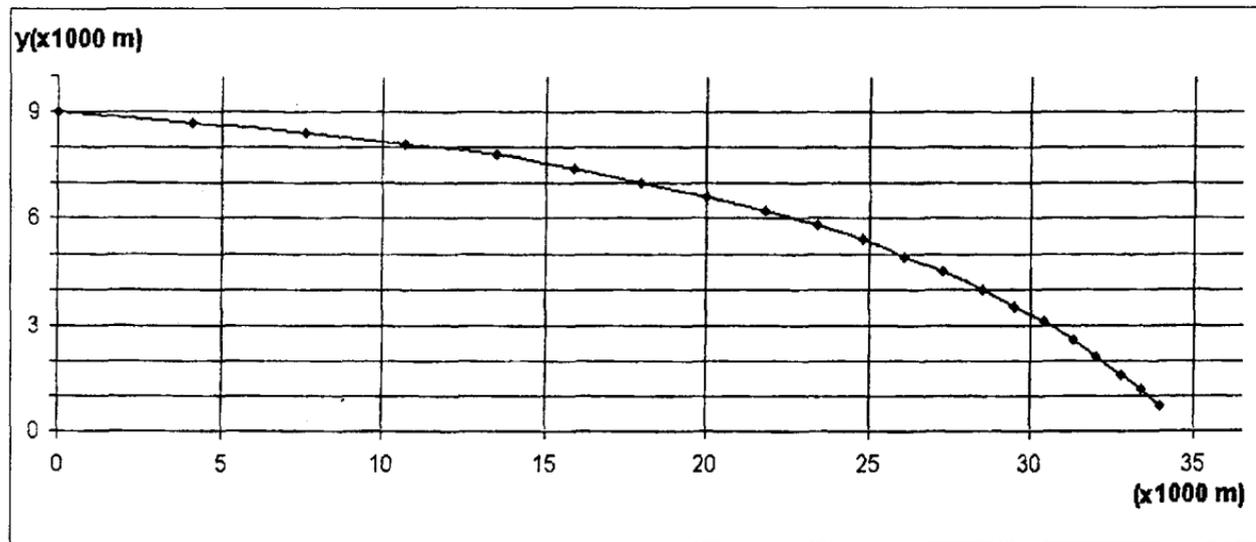


Figura 2. Trayectoria Seguida

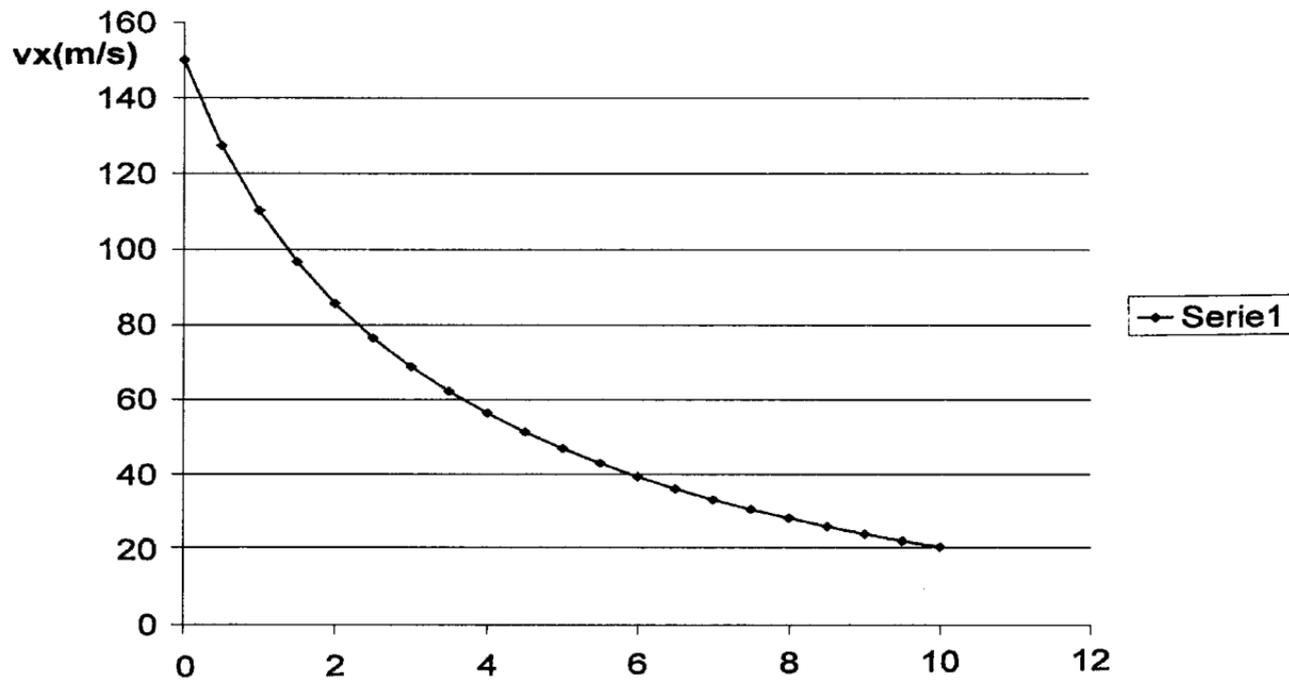


Figura 3. Velocidad horizontal vs. Tiempo

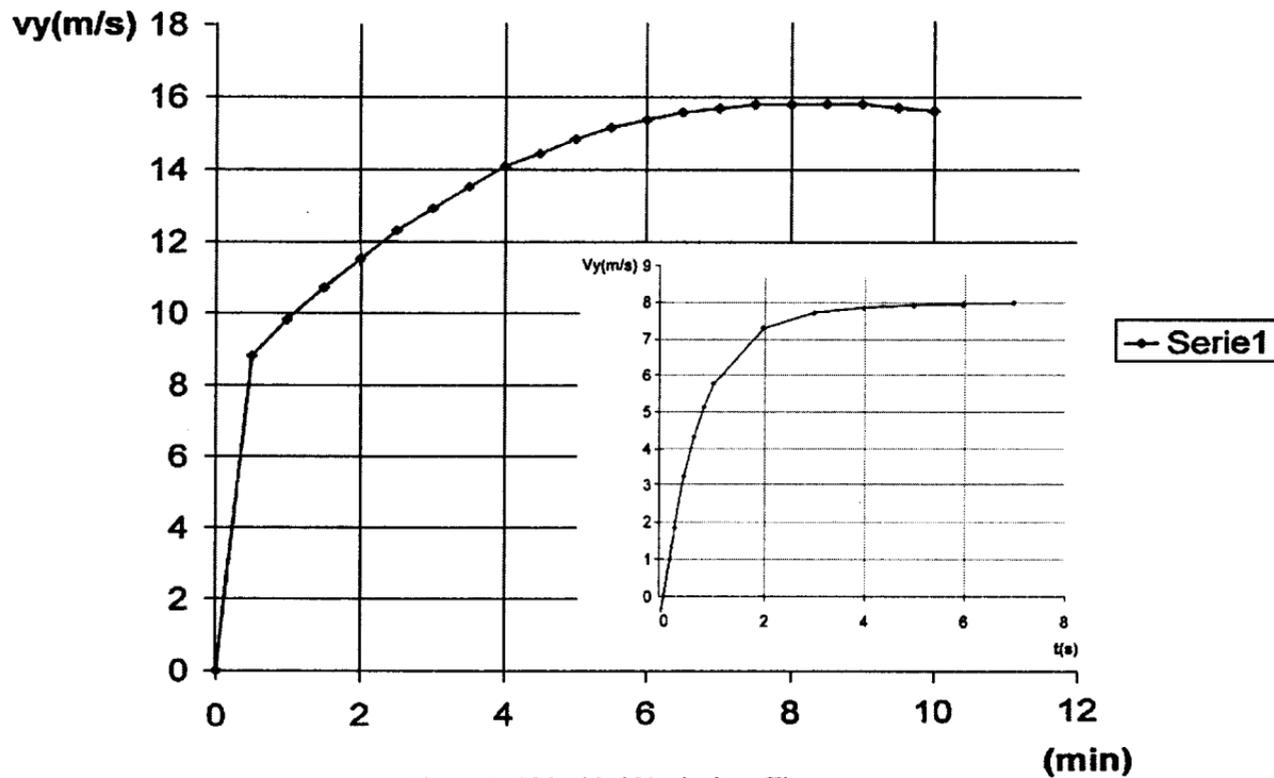


Figura 4. Velocidad Vertical vs. Tiempo