(α,β)-SG-COMPACIDAD Y (α,β)-SG-CONEXIDAD EN ESPACIOS TOPOLÓGICOS

José Sanabria[1] ***Ennis Rosas***[1]
Carlos Carpintero[1]

Resumen

En este artículo usamos la definición de los conjuntos (α,β)-sg-abiertos para definir la (α,β)-sg-compacidad y la (α,β)-sg-conexidad de un espacio topológico (X,τ) sobre el cual se tienen operadores α,β asociados a τ. Se estudian y se caracterizan los espacios (α,β)-sg-compactos y los espacios (α,β)-sg-conexos además buscamos condiciones bajo el cual se preserva la imágen de espacios (α,β)-sg-compactos y (α,β)-sg-conexos mediante funciones.

Palabras Clave: *(α,β)-sg-abierto, (α,β)-sg-compacto, (α,β)-sg-conexo.*

1. *Departamento de Matemáticas, Universidad de Oriente, Venezuela.*

1. Introducción

En [7] y [2] se introducen, respectivamente, en el contexto de un espacio topológico (X, τ) las nociones de conjuntos semi-abiertos y semi-cerrados. Usando tales conjuntos y de manera natural en [9] se definen y estudian nuevos axiomas de separación, denominados axiomas de semi separación. En [4] se presentan nociones tales como la de operador asociado a una topología τ sobre un conjunto X, conjunto α-semi-abierto, las cuales se generalizan en [13], en donde se definen los conjuntos (α, β)-semi-abiertos y (α, β)-semi-cerrados, así como también se estudian nuevos axiomas de separación denominados axiomas de (α,β) semi separación. En este trabajo empleamos la noción de conjunto (α, β)-semi-cerrado para obtener una noción mucho más amplia de conjuntos cerrados generalizados, en términos de dos operadores α, β, además introducimos y estudiamos la noción de conjunto (α, β)-sg-compacto y espacio (α, β)-sg-conexo analizando su relación con ciertas clases de funciones conocidas como funciones $((\alpha, \beta), (\sigma, \theta))$-sg- irresolutas, las cuales permiten caracterizar estos espacios; además se puede notar que esta definición generaliza los espacios estudiados en [3].

2. Preliminares

En esta sección estudiaremos cierta terminología y algunos resultados básicos, los cuales se emplearán a lo largo de todo este trabajo.

Definición 2.1. *Sea (X, τ) un espacio topológico y $\alpha,\beta:P(X)\rightarrow P(X)$ operadores asociados a τ. Un subconjunto $A \subseteq X$ se dice (α, β)-semi-abierto si para cada $x \in A$, existe un conjunto β-semi-abierto V tal que $x \in V$ y $\alpha(V) \subseteq A$. El complemento de un conjunto (α,β)-semi-abierto es (α, β)-semi-cerrado.*

La colección de todos los conjuntos (α,β)-semi-abiertos en X, se denotará por (α,β)-SO(X,τ) y la colección de todos los conjuntos (α,β)-

semi-cerrados en X, por (α,β)-SC(X,τ). Observe que si β es un operador monótono (i.e. $\beta(U) \subseteq \beta(V)$ siempre que $U \subseteq V$) y $\alpha = id$, entonces la colección (α,β)-SO(X,τ) coincide con la colección de los conjuntos β-semi-abiertos, denotada por β-SO(X,τ).

En los siguientes lemas se recogen algunas propiedades fundamentales de los conjuntos (α,β)-semi-abiertos (resp. (α,β)-semi-cerrados).

Lema 2.1. *Sean (X,τ) un espacio topológico y α,β:$P(X)\rightarrow P(X)$ operadores asociados a la topología τ sobre X. Si $\{A_i : i \in I\}$ es una colección de conjuntos (α,β)-semi-abiertos, entonces $\bigcup_{i\in I} A_i$ es (α,β)-semi-abierto.*

Demostración

Dado $x \in \bigcup_i A_i$, luego $x \in A_j$ para algún $j \in I$. Entonces, existe $V_j \in \beta-SO(X,\tau)$ tal que $x \in V_j$ y $\alpha(V_j) \subseteq A_j \subseteq \bigcup_i A_i$. En consecuencia, dado $x \in \bigcup_i A_i$, existe $V_j \in \beta - SO(X,\tau)$ tal que $\alpha(V_j) \subseteq \bigcup_i A_i$. Concluyendo asi que $\bigcup_i A_i$ es (α,β) -semi-abierto. □

Corolario 2.2. *Sean (X,τ) un espacio topológico y $\alpha,\beta : P(X) \rightarrow P(X)$ operadores asociados a la topología τ sobre X. Si $\{A_i : i \in I\}$ es una colección de conjuntos (α,β)-semi-cerrados, entonces $\bigcap_{i\in I} A_i$ es (α,β)-semi-cerrado*

Estas dos proposiciones nos permiten definir de manera natural, la (α,β)-semi-clausura y el (α,β)-seminterior de un subconjunto $A\subseteq X$ denotados por (α,β)-sCl(A) y (α,β)-sInt(A), respectivamente. De esta manera, tenemos

$$(\alpha,\beta) - sCl(A) = \{\bigcap F : A \subset F \; y \; F \; es \; (\alpha,\beta) - semi - cerrado\}$$

$$(\alpha,\beta) - sInt(A) = \{\bigcup V : V \subset A \; y \; V \; es \; (\alpha,\beta) - semi - abierto\}$$

En un espacio topológico (X,τ) para el el cual se tengan operadores α,β:$P(X) \rightarrow P(X)$ asociados a la topología de X, se tienen las siguientes propiedades de la (α,β)-semi-clausura y el (α,β)-semi-interior de un subconjunto $A \subseteq X$, que engloban las usualmente conocidas como se observa en el siguiente lema.

Lema 2.3. *Sean (X,τ) un espacio topológico, A, B subconjuntos de X y α,β:$P(X) \rightarrow P(X)$ operadores asociados a la topología τ sobre X. Entonces:*

(a) $(\alpha,\beta) - sInt(A) \subseteq (\alpha,\beta) - sInt(B)$ *si* $A \subseteq B$;
(b) $(\alpha,\beta) - sCl(A) \subseteq (\alpha,\beta) - sCl(B)$ *si* $A \subseteq B$;
(c) A *es* (α,β) *- semi-abierto* $\Leftrightarrow$ $A = (\alpha,\beta) - sInt(A)$;
(d) B *es* (α,β) *- semi-cerrado* $\Leftrightarrow$ $B = (\alpha,\beta) - sCl(B)$;
(e) $x \in (\alpha,\beta) - sInt(A)$ *si y sólo si existe un subconjunto* G (α,β) *- semi-abierto tal que* $x \in G \subseteq A$;
(f) $x \in (\alpha,\beta) - sCl(B)$ *si y sólo si para todo subconjunto* G (α,β) *- abierto tal que* $x \in G$, $G \cap B \neq \emptyset$;
(g) $X \setminus ((\alpha,\beta) - sCl(A))) = (\alpha,\beta) - sInt(X \setminus A)$ *y* $X \setminus ((\alpha,\beta) - sInt(A))) = (\alpha,\beta) - sCl(X \setminus A)$.

□

Definición 2.2. *Sea (X,τ) un espacio topológico y α,β dos operadores asociados a τ. Un subconjunto $A \subseteq X$ se dice (α,β)-sg-cerrado si (α,β)-sCl(A)$\subseteq U$ para todo $U \in (\alpha,\beta)$-$SO(X,\tau)$ tal que $A \subseteq U$. El complemento de un conjunto (α,β)-sg-cerrado es un conjunto (α,β)-sg-abierto.*

Observe que si en la definición anterior tomamos $\alpha = \beta = i_d$, obtenemos la noción de conjunto cerrado generalizado (=g-cerrado) dada en [8] por Levine. Mientras que al tomar $\alpha = i_d$ y $\beta = Cl_X$, el operador clausura, obtenemos la definición de conjunto semi cerrado generalizado dada en [1]. También podemos notar que si en la definición anterior se cambia α por el operador identidad i_d y el operador β se sustituye por cualquier operador que sea monótono entonces obtenemos los conjuntos α-sg-cerrados descritos en [12]. Fácilmente se puede mostrar que todo conjunto (α,β)-semi-cerrado es un conjunto (α,β)-sg-cerrado.

Proposición 2.1. *Todo (α,β)-semi-abierto es (α,β)-sg-abierto.*

Demostración

Sea $A \subseteq X$ un conjunto (α,β)-semi-abierto, entonces $X\backslash A$ es un conjunto (α,β)-semi-cerrado. Puesto que todo conjunto (α,β)-semi-cerrado es un conjunto (α,β)-sg-cerrado, tenemos que $X\backslash A$ es un conjunto (α,β)-sg-cerrado y en consecuencia A es un conjunto (α,β)-sg-abierto. □

El siguiente ejemplo muestra que el recíproco de la proposición anterior no es cierto.

Ejemplo 2.1. *Sea $X = \{a,b,c\}$, $\tau = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{a,c\}\}$. Definamos los operadores:*

$$\alpha(A) = Cl(A)$$

$$\beta(A) = \begin{cases} Cl(A) & , \text{ si } b \in A \\ \\ A & , \text{ si } b \notin A \end{cases}$$

Entonces, tenemos que:

$$\beta - SO(X,\tau) = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{a,c\}\},$$

$$(\alpha,\beta) - SO(X,\tau) = \{\emptyset, X, \{b\}, \{a,c\}\}$$

Mientras que la colección de los conjuntos (α,β)-sg-abiertos es

$$\{\emptyset, X, \{b,c\}, \{a,c\}, \{a,b\}, \{c\}, \{b\}\}.$$

Observe que el conjunto unitario $\{c\}$ es (α,β)-sg-abierto y no es (α,β)-semi-abierto.

El siguiente teorema nos dice que en los espacios (α,β)-semi-T_1 (véase [13]) los conjuntos (α,β)-sg-abiertos y los conjuntos (α,β)-semi-abiertos coinciden.

Teorema 2.4. *Sea (X,τ) un espacio (α,β)-semi-T_1 y A un subconjunto de X. Entonces A es (α,β)-semi-abierto si y sólo si A es un conjunto (α,β)-sg-abierto.*

Demostración
(Suficiencia) Ver Proposición 3.1.
(Necesidad) Supongamos que A no es un conjunto (α,β)-semi-abierto. Entonces $X\backslash A$ no es (α,β)-semi-cerrado y así existe un punto x en $(\alpha,\beta)-sCl(X\backslash A)\backslash(X\backslash A)$. Luego $X\backslash A \subset X\backslash\{x\}$. Como (X,τ) es un espacio (α,β)-semi-T_1, $\{x\}$ es un conjunto (α,β)-semi-cerrado y por lo tanto $X\backslash\{x\}$ es (α,β)-semi-abierto. Pero la $(\alpha,\beta)-sCl(X\backslash A)$ no está contenida en $X\backslash\{x\}$ porque $\{x\} \in (\alpha,\beta) - sCl(X\backslash A)$. En consecuencia, $X\backslash A$ no es (α,β)-sg-cerrado y por lo tanto A no es (α,β)-sg-abierto. Luego todo conjunto (α,β)-sg-abierto es (α,β)-semi-abierto. $\square$

3. Espacios (α,β)-sg-compactos

En esta sección emplearemos la noción de conjuntos (α,β)-sg-abiertos, para obtener nuevas formas de compacidad como la que describimos a continuación.

Definición 3.1. *Sea (X,τ) un espacio topológico y α,β operadores asociados a τ. Un subconjunto $B \subseteq X$ se dice (α,β)-sg-compacto en X si, para toda colección $\{A_\lambda : \lambda \in \nabla\}$ de subconjuntos (α,β)-sg-abiertos de X tal que $B \subset \bigcup\{A_\lambda : \lambda \in \nabla\}$ existe un subconjunto finito ∇_o de ∇ tal que $B \subset \bigcup\{A_\lambda : \lambda \in \nabla_o\}$.*
Un espacio X se dice (α,β)-sg-compacto si X es (α,β)-sg-compacto en el sentido de la Definición 3.1.

Observe que si tomamos $\alpha = i_d$ y $\beta = Cl_X$, la definición anterior es justamente la definición de espacio sg-compacto introducida independientemente por Caldas [3] y por Devi, Balanchandran y Maki [5].

Teorema 3.1. *Sea (X, τ) un espacio topológico y α, β:$P(X) \longrightarrow P(X)$ operadores asociados a una topología τ sobre X. Si X (α, β)-sg-compacto, entonces todo subconjunto (α, β)-sg-cerrado de X es (α, β)-sg-compacto en X.*

Demostración
Sea A un subconjunto (α, β)-sg-cerrado de X. Entonces $X \backslash A$ es (α, β)-sg-abierto. Sea $\mathcal{U} = \{U_\lambda : \lambda \in \nabla\}$ un cubrimiento de A por conjuntos (α, β)-sg-abiertos en X. Entonces $\mathcal{U}' = \mathcal{U} \bigcup (X \backslash A)$ es un cubrimiento de X por conjuntos (α, β)-sg-abiertos. Es decir, $X = (\bigcup\{U_\lambda : \lambda \in \nabla\})\bigcup(X \backslash A)$. Como X es (α, β)-sg-compacto entonces $\mathcal{U}'$ tiene un subcubrimiento finito de X, digamos $X =(\bigcup_{i=1}^{k} U_{\lambda_i})\bigcup(X \backslash A)$, $U_{\lambda_i} \in \mathcal{U}$. Pero A y $(X \backslash A)$ son disjuntos; por lo tanto $A \subset \bigcup_{i=1}^{k} U_{\lambda_i}$, $U_{\lambda_i} \in \mathcal{U}$. Asi, A es (α, β)-sg-compacto en X. □

Seguidamente introduciremos ciertas clases de funciones que tienen importantes conexiónes con la noción de (α, β)-sg-compacidad descrita anteriormente.

De aquí en adelante, denotaremos por (X, τ, α, β) como un espacio dotado de dos operadores α, β asociados a la topología τ.

Definición 3.2. *Sean (X, τ, α, β),$(Y, \psi, \sigma, \theta)$ dos espacios con operadores asociados.*

1. *Una función f :$(X, \tau) \rightarrow (Y, \psi)$ se dice $((\alpha, \beta), (\sigma, \theta))$-sg-irresoluta si $f^{-1}(V)$ es (α, β)-sg-cerrado en (X, τ) para cada subconjunto V (σ, θ)-sg-cerrado en (Y, ψ).*

2. *Una función f :$(X, \tau) \rightarrow (Y, \psi)$ se dice $((\alpha, \beta), (\sigma, \theta))$-pre-sg-continua si $f^{-1}(V)$ es (α, β)-sg-cerrado en (X, τ) para cada subconjunto V (σ, θ)-semi-cerrado en (Y, ψ).*

Observe que si en la definición anterior $\alpha = \sigma = i_d$ y $\beta = \theta = Cl$ entonces, obtenemos las definiciones de función sg-irresoluta y función pre-sg-continua [3] y [6].

Teorema 3.2. *Sean (X,τ,α,β),(Y,ψ,σ,θ) dos espacios con operadores asociados. Una función f:$X \to Y$ es $((\alpha,\beta),(\sigma,\theta))$-sg-irresoluta si y sólo si, para cada (σ,θ)-sg-abierto A de Y, $f^{-1}(A)$ es (α,β)-sg-abierto en X.*

Teorema 3.3. *Sean (X,τ,α,β),(Y,ψ,σ,θ) dos espacios con operadores asociados. Una función f:$X \to Y$ es $((\alpha,\beta),(\sigma,\theta))$-pre-sg-continua si y sólo si, para cada (σ,θ)-semi-abierto A de Y, $f^{-1}(A)$ es (α,β)-sg-abierto en X .*

Teorema 3.4. *Sean (X,τ,α,β),(Y,ψ,σ,θ) dos espacios con operadores asociados. Si f:$X \to Y$ una función $((\alpha,\beta),(id,id))$-pre-sg-continua, sobreyectiva y X es un espacio (α,β)-sg-compacto, entonces Y es compacto.*

Demostración

Sea f:$X \to Y$ $((\alpha,\beta),(id,id))$-pre-sg-continua sobreyectiva. Sea X (α,β)-sg-compacto. Sea $\{G_\lambda : \lambda \in \nabla\}$ un cubrimiento abierto de Y. Entonces $\{f^{-1}(G_\lambda) : \lambda \in \nabla\}$ es un cubrimiento (α,β)-sg-abierto de X, puesto que X es (α,β)-sg-compacto, existe un subcubrimiento finito, digamos $\{f^{-1}(G_1),\ldots,f^{-1}(G_n)\}$. Como f es sobreyectiva entonces $\{G_1,\ldots,G_n\}$ es un cubrimiento de Y, por lo tanto Y es compacto. $\square$

Teorema 3.5. *Sea f:$X \to Y$ una función $((\alpha,\beta),(\sigma,\theta))$-sg-irresoluta y B un subconjunto de X que es (α,β)-sg-compacto en X, entonces $f(B)$ es (σ,θ)-sg-compacto en Y.*

Demostración

Sea $\{G_\lambda : \lambda \in \nabla\}$ cualquier colección de subconjuntos (α,β)-sg-abiertos en Y tal que $f(B) \subset \bigcup\{G_\lambda : \lambda \in \nabla\}$. Entonces, $B \subset \{f^{-1}(G_\lambda) : \lambda \in \nabla\}$. Luego, existe un subconjunto finito ∇_0 de ∇ tal que $B \subset \{f^{-1}(G_\lambda) : \lambda \in \nabla_0\}$. Por lo tanto, $f(B) \subset f(\bigcup\{f^{-1}(G_\lambda) : \lambda \in \nabla\}) \Rightarrow f(B) \subset \bigcup\{G_\lambda : \lambda \in \nabla_0\}$. Así $f(B)$ es (σ,θ)-sg-compacto en Y. $\square$

4. Espacios (α, β)-sg-conexos

En esta sección se extiende la noción de conexidad de un espacio, en el caso que se tengan operadores α, β asociados a la topología τ sobre X, y encontramos que esta noción generalizada tiene un comportamiento análogo a la noción clásica con respecto a las funciones descritas en la Definición 3.2.

Definición 4.1. *Un espacio topológico X se dice que es (α, β)-semiconexo si X no puede ser escrito como una unión disjunta de dos conjuntos (α, β)-semi-abiertos no vacíos.*

Definición 4.2. *Un espacio topológico X se dice que es (α, β)-sg-conexo si X no puede ser escrito como una unión disjunta de dos conjuntos (α, β)-sg-abiertos no vacíos.*

Observe que todo espacio (α, β)-semiconexo es un espacio (α, β)-sg-conexo.

Teorema 4.1. *Sean (X, τ),(Y, ψ) dos espacios topológicos y α y β operadores asociados a τ. Entonces las siguientes proposiciones son equivalentes.*

(i) *X es (α, β)-sg-conexo.*

(ii) *X y $\emptyset$ son los únicos subconjuntos de X que son, a la vez, (α, β)-sg-abiertos y (α, β)-sg-cerrados.*

(iii) *Cada función $((\alpha, \beta), (id, id))$-pre-sg-continua de X en un espacio discreto Y con al menos dos puntos es una función constante.*

Demostración
$(i) \Rightarrow (ii)$ Sea U un subconjunto (α,β)-sg-abierto y (α,β)-sg-cerrado. Entonces $(X \backslash U)$ es (α,β)-sg-abierto y (α,β)-sg-cerrado. Luego, $X = U \bigcup (X \backslash U)$. Es decir X es la unión de dos conjuntos disjuntos (α, β)-sg-abiertos y como X es (α,β)-sg-conexo uno de estos conjuntos tiene

que ser vacío. Así $U = \emptyset$ ó $U = X$.
$(ii) \Rightarrow (i)$ Supongamos que X no es (α,β)-sg-conexo. Sea $X = U \bigcup V$, donde U y V son subconjuntos no vacíos (α,β)-sg-abiertos disjuntos en X. Entonces $U = X \backslash U$ es (α,β)-sg-abierto y (α,β)-sg-cerrado. Por hipótesis, tenemos que $U = \emptyset$ ó $U = X$. Por lo tanto, X es (α,β)-sg-conexo.
$(ii) \Rightarrow (iii)$ Consideremos $f : X \to Y$ una función $((\alpha,\beta),(id,id))$-pre-sg-continua donde Y es un espacio topológico con la topología discreta y contiene al menos dos puntos. Entonces X puede ser cubierto por una colección de conjuntos (α,β)-sg-abiertos y (α,β)-sg-cerrados de la forma $\{f^{-1}(y) : y \in Y\}$, de esto, concluimos que existe un $y_0 \in Y$ tal que $f^{-1}(y_0) = X$ y así demostramos que f es una función constante.
$(iii) \Rightarrow (ii)$ Sea W un subconjunto de X que es (α,β)-sg-abierto y (α,β)-sg-cerrado. Supongamos que $W \neq \emptyset$ y sea $f : X \to Y$ una función $((\alpha,\beta),(id,id))$-pre-sg-continua definida por $f(W) = \{y_1\}$ y $f(X \backslash W) = \{y_2\}$ para $y_1 \neq y_2$, $y_1, y_2 \in Y$. Puesto que f es una función constante, tenemos que $X = W$. $\square$

Teorema 4.2. *Sea (X,τ,α,β) y $(Y\psi,\sigma,\theta)$ espacios topológicos con operadores asociados y $f : X \to Y$ una función $((\alpha,\beta),(\sigma,\theta))$-pre-sg-continua, sobreyectiva y X es un espacio (α,β)-sg-conexo, entonces Y es (σ,θ)-semiconexo.*

Demostración
Supongamos que Y no es (σ,θ)-semiconexo. Sea $Y = A \cup B$ donde A y B son conjuntos $(\sigma,\theta)-$semi-abiertos no vacíos disjuntos en Y. Sea f una función sobreyectiva $((\alpha,\beta),(\sigma,\theta))$-pre-sg-continua, entonces $X = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$, donde $f^{-1}(A)$ y $f^{-1}(B)$ son conjuntos no vacíos disjuntos (α,β)-sg-abiertos en X. Esto contradice el hecho de que X es (α,β)-sg-conexo. Por lo tanto, Y es (σ,θ)-semiconexo. $\square$

Corolario 4.3. *Sea (X,τ) y $(Y\psi)$ espacios topológicos, α, β operadores asociados a τ y $f : X \to Y$ una función $((\alpha,\beta),(id,id))$-pre-sg-continua, sobreyectiva y X es un espacio (α,β)-sg-conexo, entonces Y es conexo.*

Teorema 4.4. *Sea (X, τ, α, β) y $(Y\psi, \sigma, \theta)$ espacios topológicos con operadores asociados y $f : X \to Y$ una función $((\alpha, \beta), (\sigma, \theta))$-sg-irresoluta, sobreyectiva y X es un espacio (α, β)-sg-conexo, entonces Y es (σ, θ)-sg-conexo.*

Demostración

Supongamos que Y no es (σ, θ)-sg-conexo. Sea $Y = A \cup B$ donde A y B son conjuntos (σ, θ)-sg-abiertos no vacíos disjuntos en Y. Sea f una función sobreyectiva $((\alpha, \beta), (\sigma, \theta))$-sg-irresoluta, entonces $X = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$, donde $f^{-1}(A)$ y $f^{-1}(B)$ son conjuntos no vacíos disjuntos (α, β)-sg-abiertos en X. Esto contradice el hecho que X es (α, β)-sg-conexo. Por lo tanto, Y es (σ, θ)-sg-conexo. $\square$

Referencias

[1] P. Bhattacharya and B.K. Lahiri, *Semigeneralized closed sets in topology.* Indian J. Math., 29(3)(1987), 375-382.

[2] N. Biswas, *On characterizations of semicontinuos functions.* Atti. Accad. Naz. Lincei. Rend. CL. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) 48 (1970), 399-402.

[3] M. Caldas, *Semi-generalized continuous maps in topological spaces.* Portug. Math.,52(4)(1995), 399-407.

[4] C. Carpintero, E. Rosas y J. Vielma, *Operadores asociados a una topología Γ sobre un conjunto X y nociones conexas.* Divulgaciones matemáticas Vol 6, N^0 2 (1998), 139-148.

[5] R. Devi, K.Balandean and H. Maki, *Semi-generalized homeomorphisms and generalized semi-homeomorphisms in topological spaces.* Indian J. Pure Appl. Math., 26(3)(1995), 271-284.

[6] J. Dontchev and M. Ganster, *More on sg-compact spaces.* Portug. Math., 55(4)(1998), 457-464.

[7] N. LEVINE: *Semiopen sets and semicontinuity in topological spaces.* Amer. Math. Monthly Vol. 70 (1963), 36-41.

[8] N. Levine, *Generalized closed sets in topology.* Rend. Circ. Mat. Palermo Vol.19 (2) (1970), 89-96.

[9] S. N. Maheshwari and R. Prasad, *Some new separations axioms.* Ann. Soc. Sci. Bruxelles, Ser. I., 89(1975), 395-402.

[10] G.B. Navagali, *Semi generalized separation axioms in topology.* Preprint (2001).

[11] E. Rosas, J. Vielma, C. Carpintero, *$\alpha-$semi connected and locally $\alpha-$semi connected propertiesin topological spaces.* Scientiae Mathematicae Japonicae Online, Vol 6, (2002). 465-472.

[12] Rosas Ennis, Carpintero Carlos y Vielma Jorge, *Espacios α-sg-T_i, para $i = 0, 1, 2, 3$.* Divulgaciones matemáticas Vol. 11, No. 2 (2003). 137-147.

[13] E. Rosas, C. Carpintero y J. Sanabria, *(α, β)-semi open sets and some new Generalized Separation Axioms,* Scientiae Mathematicae Japonicae Vol. 62, No. 2 (2005).

[14] E. Rosas, C. Carpintero y M. Salas, *Espacios (α, β)-sg-T_i para $i = 0, 1, 2, 3, 4$.* SABER, Vol. 17, $N^0 1$ (2005).

Abstract

In this paper we used the definition of (α, β)-sg-open sets in order to define the (α, β)-sg-compact sets and (α, β)-sg-connected sets in a topological space (X, τ). Also we study some properties of the (α, β)-sg-compact spaces and the (α, β)-sg-connected spaces. Also we looking for conditions under what the image of (α, β)-sg-compact sets and (α, β)-sg-connected sets are preserved under functions.

Key words: (α, β)**-sg-open,** (α, β)**-sg-compact,** (α, β)**-sg-connected**

José Sanabria
Departamento de Matemáticas
Universidad de Oriente, Venezuela
jsanabri@sucre.udo.edu.ve

Ennis Rosas
Departamento de Matemáticas
Universidad de Oriente, Venezuela
erosas@sucre.udo.edu.ve

Carlos Carpintero
Departamento de Matemáticas
Universidad de Oriente, Venezuela
ccarpi@sucre.udo.edu.ve

AMS 2000 Mathematics Subject Classification. 54A05, 54A10, 54D10.
Research Partially Supported by Consejo de Investigación UDO