LA ODISEA DE LA CONJETURA DE SHIMURA-TANIYAMA Y EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

Holger G. Valqui[1]

Agosto, 2009

Resumen

Se da un recuento histórico del último Teorema de Fermat, desde sus orígenes en ternas pitagóricas, el planteamiento de Fermat en el año 1621 sobre la no existencia de números enteros con $x^n + y^n = z^n$ para $n > 2$, los intentos de demostrarlo a lo largo de la historia, y el logro de A. Wiles al demostrarlo en el año 1994.

Clasificación: 01A20, 01A45, 11D41

Palabras Clave: *Pitágoras, Teoría de números, Historia, formas modulares.*

1. *Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Ingeniería.*

Introducción

Se han encontrado tablas de arcilla de los babilonios, 2000 a.C., en una de las cuales se habían registrado 15 ternas de números enteros que cumplen $x^2 + y^2 = z^2$. 1500 años después, Pitágoras pudo construir las soluciones matemáticas de tal relación. Alrededor de 250 d.C., Diofanto desarrolló ciertos conceptos matemáticos que dieron lugar a las ecuaciones diofánticas. En 1621, Fermat se planteó el problema $x^n + y^n = z^n$ para $n > 2$, demostrando que para $n = 4$ no existe ninguna solución; también afirmó que podía demostrar la no existencia de soluciones para ningún valor de $n > 2$; afirmación que se conoce como el Último Teorema de Fermat, UTdF. El planteamiento del problema es elemental y ha cautivado a un gran número de aficionados y a algunos matemáticos distinguidos, quienes creyeron (equivocadamente) haber demostrado la validez de tal teorema.

En 1963, un niño de 10 años, leyó sobre el teorema y de los fracasos por demostrarlo, y se propuso dedicarse a vencer tal desafío.

Tokio, 1955: los matemáticos Shimura y Taniyama organizaron un simposio sobre la teoría de Números Algebraicos; allí plantearon una conjetura que no recibió mayor atención.

Por otra parte, en 1984, H. Frey, predijo que la solución de la conjetura de Shimura-Taniyama implicaba la solución del UTdF. Dicha predicción fue demostrada por K. Ribet con la ayuda de B. Mazur, en 1986. Acicateado por la demostración de K. Ribet, el matemático A:Wiles, de 33 años, decidió emprender la titánica aventura de realizar su sueño de la infancia. Siete años después, en 1993, Wiles en una conferencia informó haber resuelto el UTdF, causando enorme conmoción en el ambiente matemático. Seis expertos matemáticos atacaron la tarea de revisar las 200 densas páginas que pretendían establecer una especie de equivalencia entre las curvas elípticas (que propiamente no tiene que ver con las elipses) y las formas modulares. Tres meses después se encontró un error. El trabajo de

Wiles significaba un magnífico avance matemático, pero el UTdF seguía desafiante. Mas, venciendo la frustración inicial, un año después, con la ayuda del joven matemático R. Taylor, Wiles pudo salvar el escollo. La conjetura, llamada el UTdF se había convertido en el Último (ahora sí) Teorema de Fermat.

Primera Parte

01) La cultura babilonia floreció entre los años 2000 y 1000 a.C. (hoy Irak, entre los ríos Tigres y Éufrates). De ella se descubrieron muchas tabletas de arcilla, donde se registraban una serie de sucesos. En 1934 se descifró una de esas tabletas, encontrándose en ella 15 tríos pitagóricos (Pitágoras nacería algunos siglos después), como $3^2+4^2 = 5^2, 5^2+12^2 = 13^2$, etc; aparentemente para la expresar equivalencias entre las áreas de las valiosas tierras de cultivo.

02) Pitágoras nació en Grecia, alrededor del año 580 a.C.; viajó mucho, tomado contacto con los especialistas en números y geometrías (la Geometría ligada a la astronomía, arquitectura y obras de arte). Cuando regresó a Grecia, pasó a Italia, y allí fundó una sociedad secreta dedicada a estudiar y rendir culto a los números. Suponían que los números poseían profundas propiedades especiales; por ejemplo, descubrieron los números perfectos, como 6 y 28. También, con la demostración de la relación, $x^2 + y^2 = z^2$, válida para una infinidad de ternas de números enteros, crearon uno de los primeros teoremas matemáticos. Esta secta no sólo trabajó con los números enteros y los racionales (conocidos desde los babilonios), sino que descubrieron los números irracionales, al tratar de hallar la hipotenusa de un triángulo de catetos unitarios. Este descubrimiento constituyó uno de los grandes secretos de los pitagóricos, pues dichos números no deberían existir, ya que una recta queda superpoblada con los números racionales (recordemos que entre dos racionales muy, muy vecinos, caben in-

finitos números racionales), y no quedaría sitio para números adicionales. También construyeron una serie de teoremas geométricos, que posteriormente fueron incrementados por otros matemáticos griegos. En el año 500 a.C. los enemigos de los pitagóricos los encerraron y prendieron fuego, muriendo muchos de ellos, en particular, Pitágoras. Los que pudieron escapar se dispersaron por el mundo helénico, difundiendo las enseñanzas de la destruida Sociedad Pitagórica.

03) En Alejandría, Egipto, se había construido una famosa biblioteca, donde se concentraba casi todas las obras matemáticas producidas en el mundo. Allí, alrededor del año 250 d.C. vivió el matemático Diofanto, quien escribió una obra de 15 volúmenes, uno de los cuales se llamaba *Aritmética*, y sobrevivió el incendio de la biblioteca. En ese libro se trataban diversos problemas, siendo uno de ellos el que preguntaba por la forma de dividir un cuadrado en dos cuadrados menores.

04) Pierre de Fermat (1601-1665) estudió jurisprudencia; y en 1631 fue nombrado Consejero del Parlamento de Tolosa, en Francia, cargo que desempeñó eficientemente durante 17 años. Tuvo 5 hijos, y en sus ratos libres se entretenía con problemas matemáticos, llegando a ser uno de los mayores matemáticos de su tiempo. Es uno de los creadores de la teoría de probabilidades y del cálculo infinitesimal, como lo reconoció Isaac Newton.

En su biblioteca se encontraba el libro Aritmética de Diofanto; y Fermat, al analizar el problema de la descomposición de un cuadrado en dos cuadrados menores, $z^2 = x^2 + y^2$, se preguntó si tal relación también tendría soluciones para otras potencias, $x^n + y^n = z^n$, donde tanto x, y, z, así como n, son números naturales no nulos.

Al considerar el caso de $n = 4$, pudo demostrar que si existiese una solución $a^4 + b^4 = c^4$, entonces debería también existir otra solución con números menores, la que, a su vez, producía una tercera solución con números menores aún, y así sucesivamente. Este método, del "descenso infinito", implicaba que no podía existir ninguna solución para el caso $n = 4$.

Por otra parte, Fermat nunca escribía sus descubrimientos en detalle y nunca publicó nada. Sus descubrimientos se conocen por las cartas enviadas a otros matemáticos, y por las anotaciones que escribía en los márgenes de los libros que estaba leyendo. Al margen del Aritmética anotó lo siguiente:

"He construido una hermosa demostración de la inexistencia de soluciones para todo $n > 2$; pero este margen es demasiado pequeño para escribirla".

Durante tres siglos y medio, esa anotación se convirtió en un gran dolor de cabeza para muchos matemáticos.

Por supuesto que no todas las conjeturas planteadas por Fermat resultaron correctas; por ejemplo, presentó una fórmula que solamente produciría números primos: $p_n = 1+2^{(2n)}$. Así, $p_1 = 1+2^1 = 3, p_2 = 1 + 2^4 = 17, p_3 = 1 + 2^8 = 257, p_4 = 1 + 2^{16} = 65537$, etc. Son primos. Un siglo después L. Euler pudo demostrar que $p_5 = 1 + 2^{32} = 641 \times 6700417$ ¿Cómo evitar estas situaciones engañosas?

05) En 1753 Euler escribió que, usando el método del descenso infinito de Fermat, y usando el número imaginario i, había podido demostrar el caso de $n = 3$.

Nótese que por no existir soluciones para $n = 4$, ni para $n = 3$, entonces tampoco existen soluciones para $n = 4k$ ni para $n = 3k$.

06) En 1815 la matemática Sophie Germain, quien para poder comunicarse con los medios académicos se hacía pasar por hombre, construyó lo siguiente: Si tanto $p \geq 2$, como $2p+1$, son números primos, entonces si existiese una solución para $n = p$, debería cumplirse que uno de los tres números x, y ó z debería ser un múltiplo de n. Por

ejemplo, $2 \times 2 + 1 = 5$, $2 \times 5 + 1 = 11$, pero $2 \times \mathbf{13} + 1 = 27$ no es primo.

(Es decir, en $x^2 + y^2 = z^2$, uno de los números deberá ser par; en $x^5 + y^5 = z^5$, uno de los números debe ser múltiplo de 5).

07) 1825, Legendre y Dirichlet, independientemente, aplicando las ideas de Germain demostraron la no existencia de solución para $n = 5$. Catorce años después, G : Lamé, también siguiendo las ideas de Germain, demostró el caso para $n = 7$.

08) La Academia Francesa de Ciencias instituyó un premio de 3 000 Francos para quien resolviese el problema de Fermat. En Marzo 1847, Lamé y Cauchy separadamente dijeron tener ya avanzada una demostración. El 24 de Mayo, Liouville leyó una comunicación del alemán E. Kummer, mostrando que la descomposición en factores primos, aplicadas por Lamé y Cauchy no eran válidas en el caso de los números complejos: Por ejemplo,

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = (1 + \mathbf{i}11^{1/2}) \times (1 - \mathbf{i}11^{1/2});$$

en general,

$$N = [x + i(N - x^2)^{1/2}][x - i(N - x^2)^{1/2}]$$

09) En 1875 Cauchy propuso que, puesto que nadie había encontrado la solución, el premio de la Academia se le otorgase a Kummer, quien había desarrollado valiosos procedimientos indispensables para poder obtener la deseada solución.

10) El industrial y millonario P.Wolfskehl, quien había estudiado matemáticas, instituyó en 1908, un premio de 100 000 marcos (1/4 millón de euros actuales) para quien resolviese el problema de Fermat.

El asunto tuvo su origen en la decisión de Wolfskehl - quien sufría una enfermedad incurable - de suicidarse a causa de haber recibido calabazas, en 1906. Habiendo elaborado cuidadosamente su testamento y el plan de suicidio, llevó a cabo los pasos planeados que debían culminar a la media noche. Pero terminó sus preparativos una hora antes de medianoche, y decidió leer algún libro para pasar el tiempo. De su biblioteca cogió un libro que relataba el chasco de Lamé y Cauchy, así como la explicación de Kummer, que le pareció un tanto oscura, y se propuso verificar su validez; ¿y si Wolfskehl encontraba algún error en la argumentación de Kummer? Se enfrascó en el asunto, y pudo verificar que Kummer no había cometido ningún error.

Pero ya había pasado la medianoche. Resucitado por el problema de Fermat, Wolfskehl rompió las cartas de despedida, y redactó un nuevo testamento, estableciendo el mencionado premio, que debería ser otorgado por la Sociedad Científica de Gôttingen. Dos años después murió Wolfskehl y se ejecutó su testamento. Pronto se recibieron docenas de supuestas soluciones de los candidatos al premio. Entre 1909 y 1934, el director del departamento de matemática fue E.Landau quien, después unos meses de la institución del premio, mandó imprimir cientos de tarjetas de respuestas -en las que se indicaría el error cometido-, que distribuyó entre sus estudiantes, para que ellos encontraran las fallas.

Los fracasos de algunas de las conjeturas de Fermat, y la aparente imposibilidad de resolver el problema por él planteado, impulsó la creación del método de la inducción matemática, y la búsqueda de criterios sobre la decibilidad de la solución de los problemas.

11) Después que en 1931 K. Gôdel inventara el teorema de la indecidibilidad para algunas cuestiones matemáticas, se especuló con la posibilidad de que el UTF fuese indecidible; es decir, que no pudiese demostrarse su validez ni su falsedad.

Segunda Parte

12) Consideremos los polinomios de 2 variables, con dominio complejo, $P(x,y) = 0$, lo que ya no es una curva, sino una superficie cerrada y orientable. No todas las ecuaciones producen superficies suaves, pero ello puede arreglarse. De la teoría de superficies se sabe que toda superficie suave y orientable equivale topológicamente a una esfera con v asas, donde v recibe el nombre de género de la superficie. El género de $x^n + y^n = 1$ resulta ser $vn = (n-1)(n-2)/2$. Por otra parte, hallar los puntos racionales de la ecuación $x^n + y^n = 1$ (de la curva) está estrechamente ligado al género de la superficie correspondiente. Cuanto mayor es el género, más complicada es la geometría de la superficie, entonces es más complicado hallar los puntos racionales de la curvas. El caso más simple son ecuaciones de la forma $x^2 + y^2 = k$, cuyo género es $v = 0$, y donde k es un entero. Existen dos posibilidades: O la curva no tiene ningún punto racional, o la curva tiene (por lo menos) un punto racional.

    Ejemplo, $x^2 + y^2 = 1$ es la ecuación de una circunferencia de radio $r = 1$, centro en el origen. Se trata entonces de hallar los puntos de coordenadas racionales de dicha circunferencia. Sean $P_o(-1,0), P(x,y)$; y sea M el punto donde P_oP corta al eje OY; entonces $M(0,p)$, cumpliéndose que $y = p(1+x)$; de allí se obtiene que $p \in Q \Leftrightarrow x,\ y \in Z$ ó Q. En decir, en este caso, basta hallar los puntos racionales sobre el eje $OY. x = (1-p^2)/(1+p^2)$, $y = 1/(1+p^2)$

    El caso $v = 1$ es lo que se conoce como **curvas elípticas**.

13) La ecuación $x^3 - x^2 = y^3 + y^2$ es muy difícil de resolver; por ejemplo, tiene las soluciones $(0,0), (1,2)$, pero ¿Cuántas más? En vez de buscar el número de soluciones en todo el conjunto de los números enteros, se puede simplificar el problema, contando el número de soluciones según el módulo p; por ejemplo, $(1, 4)$ es solución mod5: Ahora se trata de determinar el número de soluciones E_p en el caso

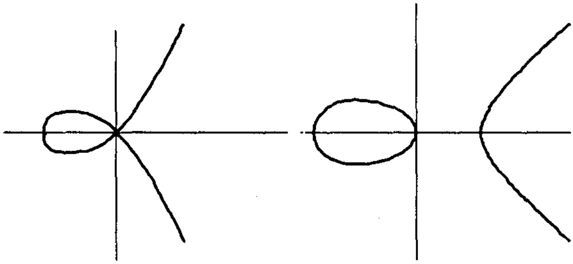

Figura 1: Coordenadas de un fibrado lineal

del módulo p. Así, por ejemplo, para la ecuación $x^3 - x^2 = y^3 + y^2$, se obtiene la serie-E: $E_1 = 1$, $E_2 = 4$, $E_3 = 4$, $E_4 = 8$, $E_5 = 4$, $E_6 = 16$, $E_7 = 9$, $E_8 = 16, \ldots$

14) En 1922 Lewis Mordell, conjeturó que en el caso $v > 1$ pueden existir un número finito o infinito de puntos racionales, pero siempre existirá un número finito de puntos racionales que, por medio de un proceso explícito sencillo (álgebra elemental asociada con rectas que, o son tangentes a las curvas o las cortan en 3 puntos), generan a los demás puntos.

15) En 1954 - con Japón todavía en reconstrucción -, al comenzar sus estudios de matemática, se conocieron Taniyama y Shimura. Más tarde se interesaron en la llamadas **Formas Modulares, que son funciones de variable compleja, doblemente periódicas, poseedoras de un gran número se simetrías.**

    Las formas modulares que aparecen en el espacio hiperbólico (que es el semi-plano complejo de Poincaré, dotado de una cierta *distancia*) tienen distintas formas y tamaños, pero todas ellas están constituidas por los mismos elementos (básicos), M_k. Las formas modulares se pueden caracterizar por la cantidad de cada tipo de elementos básicos que las constituyen. Una forma modular puede ser expresada por la serie de elementos que las componen; por ejemplo, $M_1 = 1,\ M_2 = 3,\ M_3 = 2$.

16) Con el objeto de tomar contacto con matemáticos del mundo occidental, Taniyama y Shimura organizaron un Simposio de Matemática, donde plantearon la conjetura, según la cual, para cada serie elíptica existe una serie modular, lo que se puede verificar en algunos casos particulares. Tal conjetura no mereció mayor atención, por considerar que se basaba sólo en algunos casos aislados.

17) En 1957 Shimura partió al Instituto de Altos Estudios en Princeton. En noviembre de 1958 Taniyama se suicidó, aparentemente por efecto de una fuerte depresión.

    Taniyama había planteado la conexión de las curvas elípticas con las funciones automorfas. Posteriormente Shimura replanteó la conjetura, reemplazando las funciones automorfas, por una funciones más específicas, conocidas como formas modulares

18) En los años 60 los matemáticos comenzaron a interesarse por la conjetura, y para muchas ecuaciones elípticas pudieron encontrar la correspondiente forma modular. La verificación de la conjetura significaba la conexión entre dos ramas de la matemática, hasta ahora separadas la una de la otra; y, por ejemplo, podía ser una herramienta valiosa para resolver viejos problemas de ecuaciones elípticas.

19) ***Comentario Nº 1***: La conjetura de S-T estimuló a R. Langlands a plantear la gran conjetura de que existían muchas posibles conexiones entre las diferentes islas matemáticas. La conjetura de S-T sería sólo un caso particular. (Programa de Langlands). El descubrimiento de tales posibles conexiones (o puentes entre islas) constituiría un arma poderosa para resolver una serie de problemas tanto puros como aplicados.

20) ***Comentario Nº 2***: En 1963, un niño de 10 años, leyó sobre el teorema de Fermat, y de los fracasos por demostrarlo; ingenuamente se propuso dedicarse a vencer tal desafío. Se llamaba Andrew Wiles.

21) La conjetura de T-S se volvía cada vez más importante, porque los matemáticos la usaban para obtener nuevos resultados, los mismos que quedaban pendientes de la validez de dicha conjetura.

22) En 1983, G. Faltings, de 27 años, logró demostrar la conjetura de Mordell, y poco después otros matemáticos demostraron que no solamente el número de soluciones, en caso de existir, debería ser finito, sino que tal número debería disminuir al crecer n. (Para 1992, ya se había verificado que no existían soluciones para $n < 410^6$).

23) En 1984, en Schwarzwald, Alemania, se realizó un coloquio para discutir los avances en las ecuaciones elípticas. G. Frey planteó lo siguiente: $A^n + B^n = C^n \rightarrow y^2 = x^3 + (A^n - B^n)x^2 - A^n B^n$, que es una ecuación elíptica, **tan especial** que no corresponde a ninguna forma modular. Pero según la conjetura, a toda ecuación elíptica debe corresponder una forma modular. Ergo...

24) Pero Frey no había demostrado que la ecuación elíptica que se obtenía de la Fermat era realmente **tan especial**. Eso lo logró K. Ribet en 1986 con una sugerencia de B. Mazur. Es decir, la conjetura de S-T *implicaba* la no existencia de soluciones de la ecuación de Fermat.

25) En el mismo año 1986 A. Wiles se enteró de la demostración de Ribet, y decidió concretar su sueño de hacía 20 años. Por otra parte, recordaba que el matemático francés, André Weil, había escrito en 1967, que era problemático creer que las curvas elípticas sobre los racionales, fuesen modulares y que la demostración de tal afirmación era un buen "ejercicio para el lector interesado".

    Por su trabajo de tesis doctoral, bajo la dirección de J. Coates, sobre la teoría de Iwasawa -tema de la teoría de números- Wiles conocía bien el asunto de las ecuaciones elípticas. El año y medio siguiente lo dedicó a revisar todo lo que se había publicado sobre las ecuaciones elípticas y sobre las formas modulares. Luego se apartó del circuito de conferencias y decidió comenzar todo desde los fundamentos, y posiblemente, lograr la demostración de la conjetura S-T por inducción matemática. Este trabajo, en contra de lo que acostumbran los científicos -incluidos los matemáticos-, lo realizaba en el mayor secreto, publicando de vez en cuando algún artículo de los que descubría o construía, sin conectarlo con su gran objetivo.

26) ***Comentario N^o^ 3***: En 1811, E. Galois, a los 20 años, en su afán por descubrir las posibles soluciones de las ecuaciones de 5° grado, construyó los fundamentos de la teoría de grupos (el grupo de las transformaciones de esas ecuaciones). A esa edad murió en un duelo-trampa, y en la noche anterior escribió febrilmente su obra principal, que hasta hoy día los matemáticos no han logrado 'descifrar' completamente.

27) En vez de tratar de demostrar la equivalencia $\{E_k\} \Leftrightarrow \{M_k\}$, de la serie de cada ecuación elíptica con la serie de cada forma modular, Wiles pudo formar un grupo con algunas de las soluciones de cada ecuación elíptica, de manera que logró mostrar la equivalencia del primer elemento de todas las series elípticas con el primer elemento de todas las series de formas modulares. Luego debía demostrar que si la equivalencia se cumplía para los k-ésimos elementos de las series, entonces debería también cumplirse para los $k+1$-ésimos de las series. Pero allí se atascó durante varios meses.

28) ***Comentario Nº 4***: En Marzo de 1988 algunos diarios, entre ellos el *New York Times*, anunciaron la solución del Teorema de Fermat lograda por el matemático Y. Miyaoka, usando la Geometría Diferencial. Un par de meses después, G. Faltings encontró el error cometido por Miyaoka... y Wiles recuperó su tranquilidad.

29) Con el fin de salir del atasco, en 1990 Wiles retomó la teoría de Iwasawa, pero después de un año todavía seguía atascado en el paso decisivo. En 1991 decidió retomar el contacto con sus colegas especialistas en teorías de números, y asistió a una conferencia, donde encontró a su ex-tutor, J. Coates, quien le contó que uno de sus estudiantes, M. Flach, estaba trabajando en un procedimiento desarrollado por Kolywagin, y lo había perfeccionado. De allí, Wiles se dedicó a desarrollar aún más el procedimiento de Kolywagin-Flach, pues creía que éste podría sacarlo del atolladero. Pero si bien el nuevo método podía funcionar con algunas ecuaciones, eso no servía para aplicarlo a otras ecuaciones. Así descubrió que las ecuaciones elípticas se podían clasificar en ciertas familias, y que el nuevo procedimiento parecía funcionar para cada familia. Habiendo logrado una serie de avances, Wiles temió que por no tener todavía un conocimiento profundo del procedimiento, podría cometer algún error oscuro, de consecuencias catastróficas.

30) Después de haber trabajado aislado a lo largo de seis años, y ante el temor de cometer algún error en la aplicación del procedimiento de Flach-Kolywagin, que contenía una serie de finezas, Wiles decidió buscar la ayuda de algún colega discreto, con quien discutir sobre dicho procedimiento. Así habló con un sorprendido N. Katz, con quien acordó organizar un seminario con el inocente título de "Cálculos en curvas elípticas", en el cual Katz sería uno de los participantes. De esta manera, Wiles pudo presentar una serie de cálculos y demostraciones, que Katz debería criticar y evaluar. Con la opinión positiva de Katz, Wiles se dedicó al paso final de su trabajo, y pudo aplicar el procedimiento a la última familia de ecuaciones elípticas- que se había mostrado particularmente esquiva-, con lo cual había demostrado la validez de la conjetura de Shimura-Taniyama.

31) En Mayo de 1993 Wiles había cumplido su objetivo principal, sin embargo había decidido revisar nuevamente todo el proceso, para

asegurarse que no había cometido ningún descuido. Pero se enteró que en junio de ese año tendría lugar una conferencia sobre Teoría de Números, en Cambridge, su ciudad natal y en cuya universidad se había doctorado; entonces decidió arriesgarse y presentar sus resultados bajo el título de "*Formas modulares, curvas elípticas y representaciones de Galois*". Allí ofreció tres conferencias, en las que el suspenso se rompió recién al final de la tercera. Los asistentes a la tercera conferencia se sentían participantes del brillante final de una batalla heroica, librada por un guerrero de 40 años.

New York Times: At Last, Shout of 'Eureka' In Age-Old Math Mystery.

Por su parte, Shimura se enteró del asunto por los periódicos, y comentó: "*Es curioso que ahora muchos hablen de la conjetura de Taniyama-Shimura, pero nadie menciona ni a Taniyama ni a Shimura*".

Tercera Parte

32) El trabajo de Wiles constaba de 200 densas páginas, por lo que la revista *Inventiones Mathematicae* consideró necesario nombrar no un único árbitro, ni dos, sino seis. Uno de los árbitros era N. Katz, quien se vio precisado a buscar soporte técnico de otro especialista en el método de Kolywagin-Flach. Cuando Katz encontraba ciertas afirmaciones o procedimientos que consideraba oscuros, enviaba un correo electrónico a Wiles, quien aclaraba el asunto usando el mismo medio de comunicación o enviando un fax. Así fueron aclarándose una serie de preguntas propiamente de forma, hasta que una de las respuestas de Wiles fue considerada insatisfactoria por Katz. Luego de un corto intercambio de opiniones, Wiles se convenció de que Katz había encontrado una recóndita propiedad

del método de Kolywagin-Flach, que ellos, durante el seminario anterior, no habían podido percibir. Entonces Wiles se dedicó a tratar de corregir el error cometido.

33) Cuando Wiles corregía el error en un cierto lugar de su artículo, en otro lugar aparecía un nuevo error consecuencia de la corrección anterior. Finalmente, en diciembre, Wiles tuvo que confesar a la comunidad matemática que estaba enfrascado en corregir un error, y necesitaba un poco de tiempo antes de publicar los resultados obtenidos (que aún sin la demostración de la conjetura S-T eran harto trascendentes).

34) Los matemáticos que conocían de cerca a Wiles confiaban en que éste era capaz de corregir la falla; otros consideraron que si existiese alguna posibilidad de corrección, Wiles solo no la podría lograr. En cambio, Faltings conjeturó que nuevamente estaban en un caso como el de Miyaoka unos años atrás.

    P. Sarnak, uno de los seis árbitros, y buen amigo de Wiles, le aconsejó que buscase el soporte de un matemático joven, especialista en el método de Kolywagin-Flach. Wiles creyó que la persona adecuada era un ex-alumno suyo, R. Taylor, quien también había sido nombrado como uno de los seis árbitros, y lo invitó a ayudarlo a remendar el error. Se pusieron a repasar esa parte del trabajo, ahondando en una serie de cuestiones, pero sin poder subsanar el error principal, ni localizar la fuente del mismo. Luego Taylor tuvo que regresar a su lugar de trabajo.

35) ***Comentario Nº·5***: El 2 de Abril 1994 apareció en Internet que N. Elkies había construido un contraejemplo, para $n > 10^{20}$, partiendo de las formas modulares, a la ecuación de Fermat... Eso significaba que también la conjetura de S-T era falsa, con lo cual una serie de teoremas soportados por ella perdían su validez... El heroico esfuerzo de Wiles se había tornado inútil.

La consternación de los matemáticos cesó cuando después de algunos días de angustia, descubrieron que la fecha original de la noticia era el 1° de abril, una especie de Día de los Inocentes.

36) En septiembre Wiles se rindió, conciente de que aún sin haber demostrado la conjetura de S-T, había construido una serie de valiosas demostraciones que daban a los matemáticos nuevas herramientas para atacar variados problemas.

Antes de anunciar su fracaso en lo referente a la conjetura, decidió averiguar, por lo menos, cuál era la fuente específica de tal fracaso. Anteriormente, cuando aplicó la teoría de Iwasawa, ésta se mostró insuficiente, y por ello recurrió a la de Kolywagin-Flach, la que le había permitido avances importantes, pero al final se había mostrado también insuficiente. Quizás se necesitase una nueva teoría, de la que no tenía la menor idea.

Al revisar lo hecho con la teoría de Iwasawa, descubrió sorprendido que lo que le había faltado con ella podía ser completado con las herramientas del método Kolywagin-Flach. Después de vivir algunas horas de asombro e incredulidad por este descubrimiento, Wiles supo que había llegado al final de su sueño, a los 41 años.

37) El 25 de octubre de 1994, por medio de un correo electrónico Wiles informó que ponía a disposición de los matemáticos dos manuscritos:

1) ***Curvas Elípticas Modulares y el Último Teorema de Fermat***, por A. Wiles.

2) ***Propiedades Anulares de Ciertas Álgebras de Hecke***, por R. Taylor y A. Wiles. que aparecieron en *Annals of Mathematics*, May 1995.

Referencias

[1] Simon Singh, (1997). *Fermat's Enigma.* Anchor Books.

[2] A.D. Aczel, (2005). *El último Teorema de Fermat.* Fondo de Cultura Económica.

[3] Keith Devlin. *El Lenguaje de las Matemáticas.* MA NON TROPPO.

Abstract

The article gives an historical account of Fermat's Last Theorem, from its origins in Pythagorean triples, Fermat's statement in 1621 about the non- existence of integers with $x^n + y^n = z^n$ for $n > 2$, attempts to demonstrate throughout history, and the achievement of A. Wiles to prove it in 1994.

Keywords: Pytagoras, Number theory, history, modular forms.

Holger G. Valqui
Facultad de Ciencias,
Universidad Nacional de Ingeniería,